



Теорема синусов: как связаны стороны и углы треугольника

Одна формула помогает находить стороны, углы и проверять ответ.

Зачем изучать теорему синусов в 8 классе

Эта теорема учит решать треугольники, когда не хватает данных. Она связывает углы, пропорции и измерения, поэтому полезна в задачах на построение, поиск расстояний и вычисление недоступных величин.





$2R$

— это общий множитель, связанный с описанной окружностью треугольника.

Школьная формулировка теоремы синусов

Тот же результат получается для любой стороны и любого противолежащего угла.

Обозначения в записи теоремы



Пары обозначений

Сторона a всегда относится к углу A , сторона b — к углу B , сторона c — к углу C . Такая связь сохраняется во всех формулах по теме и помогает не путаться при записи.



Что берём в синус

В формуле используется синус угла, а не стороны. Поэтому сначала находят нужный угол, затем подставляют его значение в отношение. Именно это делает запись теоремы точной и удобной для вычислений.



Какие треугольники подходят

Теорема работает для любого треугольника: острого, тупого и прямоугольного. Это делает её универсальным инструментом, если нужно решить задачу, где известны не все элементы фигуры.



Связь величин

Чем больше угол, тем больше противоположная ему сторона. Если две стороны равны, то равны и противолежащие им углы. Эта закономерность помогает быстро оценить правильность ответа.

Соответствие сторон и углов в треугольнике

Три пары

На рисунке удобно сразу выделить пары a и A , b и B , c и C . Такое обозначение показывает, какие элементы нужно сравнивать в пропорции и где искать неизвестную величину.

Напротив друг друга

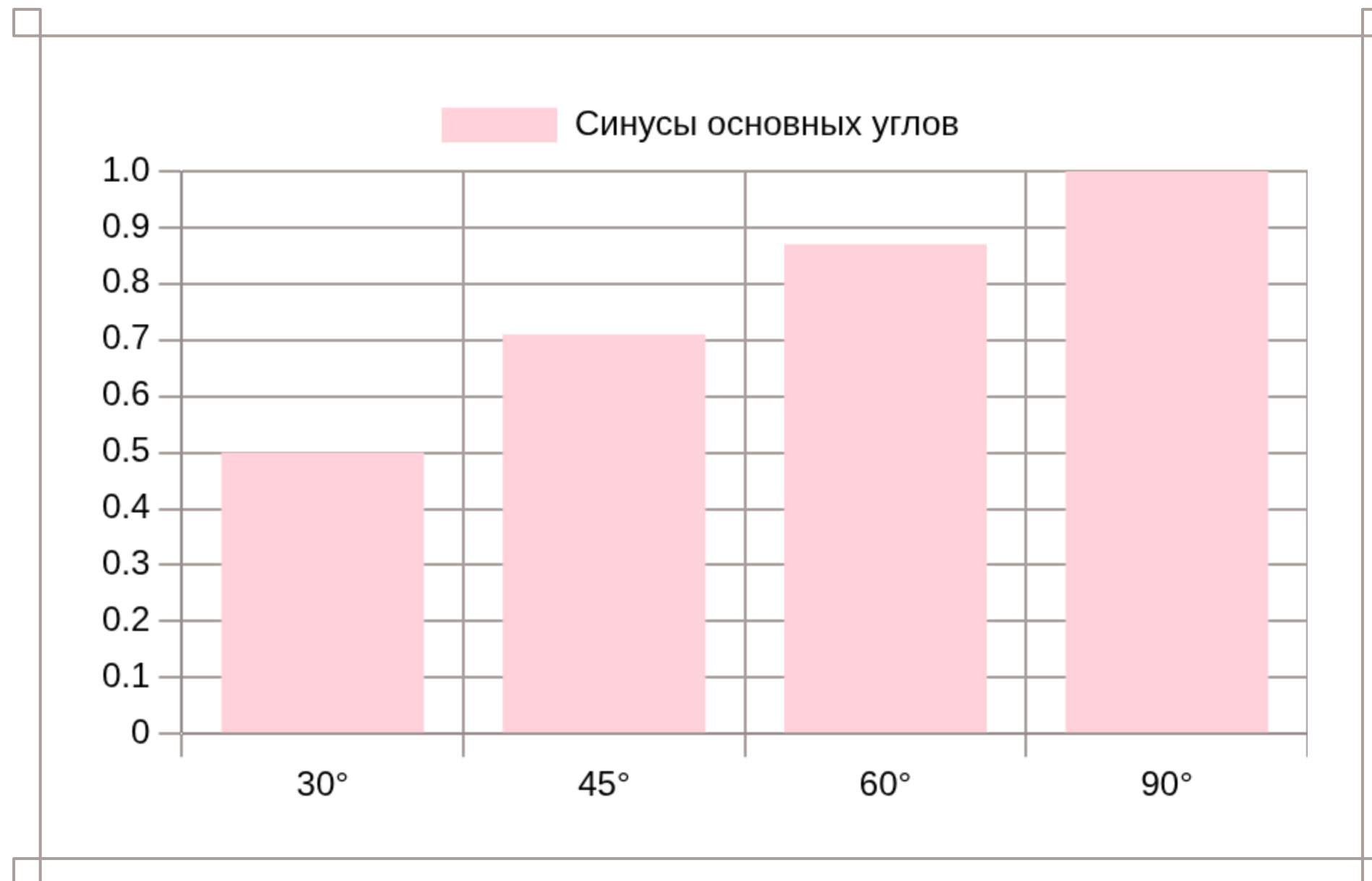
Каждая сторона лежит напротив своего угла, а не рядом с ним. Это главное правило помогает правильно читать схему треугольника и не ошибиться при подстановке данных в формулу.

Порядок величин

Если угол становится больше, то и противолежащая сторона тоже увеличивается. Поэтому по рисунку можно заранее проверить, логичен ли найденный ответ, даже до полного вычисления.



Синусы основных углов



Эти значения часто используют в школьных задачах, потому что они ускоряют вычисления и не требуют сложных преобразований.

Чем больше угол, тем больше синус; это удобно для быстрой оценки и сравнения результатов.

Табличные значения синусов углов 30°, 45°, 60°, 90°

Следствие из теоремы синусов

Запись пропорции

Если известны одна сторона и противолежащий ей угол, можно сравнить эту пару с другой парой треугольника. Так неизвестный элемент выражается через известные данные без лишних построений.

1

Нахождение стороны

Когда даны два угла и одна сторона, сначала находят третий угол, а затем составляют отношение с нужной парой. Это позволяет вычислить неизвестную сторону по одной опорной величине.

2

Нахождение угла

Если известны две стороны и один противолежащий угол, теорема помогает найти второй угол через синус. После этого остальные элементы треугольника тоже можно определить по пропорции.

3

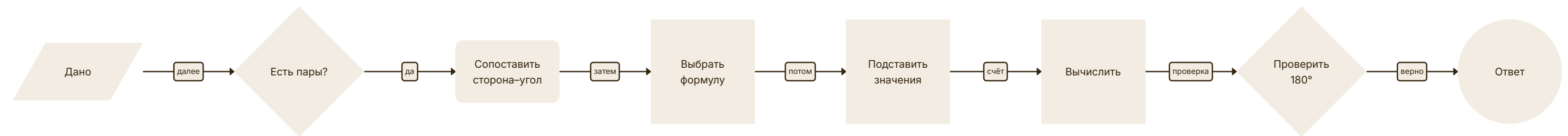
Решение неполных задач

Теорема особенно полезна, когда измерить все элементы нельзя. Она даёт способ восстановить недостающие данные по тем сведениям, которые уже известны из условия.

4

Алгоритм решения задачи по теореме синусов

Последовательность шагов помогает не перепутать пары и проверить ответ



Какие данные подходят для теоремы синусов

Что известно	Что ищут	Запись
2 угла + 1 сторона	сторону	$a/\sin A$
2 стороны + угол	угол	$\sin B$
Сторона + её угол	опора	$a/\sin A$
Проверка	правильность	180°

Таблица показывает, какие наборы данных удобно подставлять в формулу и как проверять результат.

Теорема особенно полезна для неполных треугольников, где известны не все элементы, но есть хотя бы одна опорная пара.



13,9 см

получается длина стороны b в приведённом примере.

Расчёт по теореме синусов из условия примера

Ответ больше 8 см, потому что ему соответствует больший угол.

Пример нахождения угла

1

Записываем известные данные

В треугольнике даны $a = 10$ см, $b = 12$ см и угол $A = 40^\circ$. Сначала определяем, какая сторона соответствует каждому углу, чтобы не перепутать пары при вычислении.

3

Находим сам угол

По значению синуса определяем угол B с помощью таблицы или калькулятора. Для $\sin B \approx 0,77$ подходит угол около 50° , поэтому ответ записывают с округлением.

2

Выражаем синус искомого угла

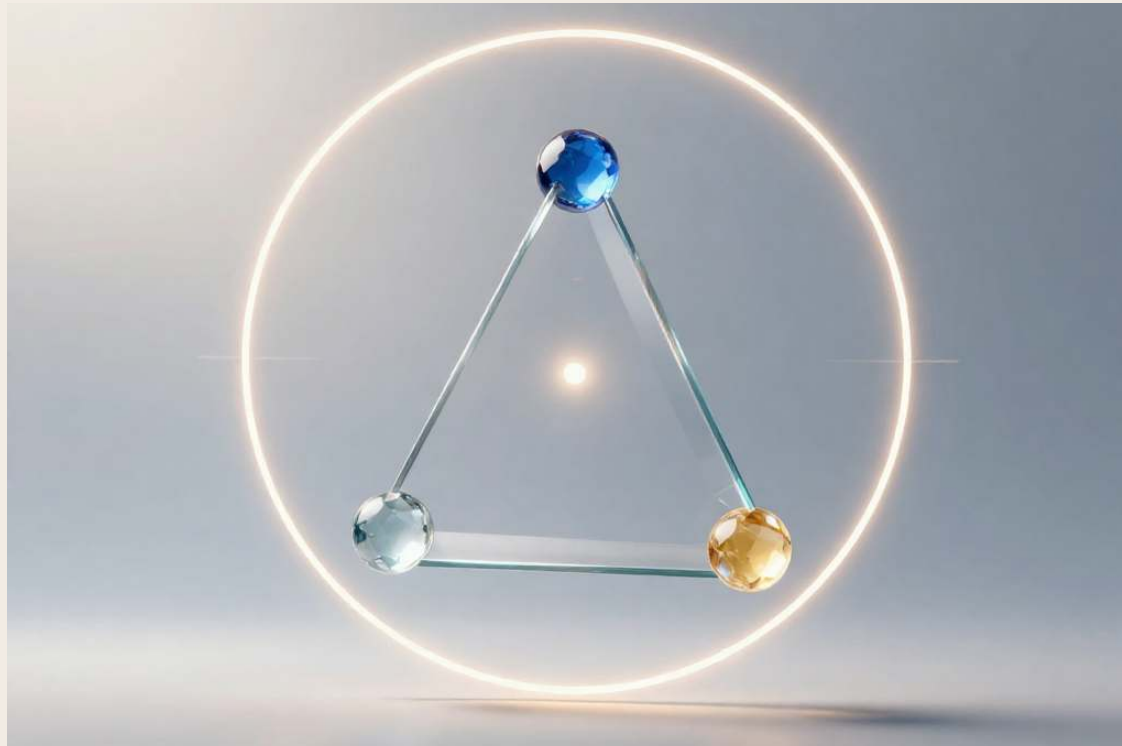
Из теоремы синусов получаем $\sin B = b \cdot \sin A / a$. Подставляем известные значения и вычисляем: $\sin B \approx 12 \cdot 0,643 / 10 \approx 0,77$.

4

Проверяем результат

Полученный угол должен быть меньше 180° вместе с другими углами и согласовываться с длиной сторон: напротив большего угла лежит более длинная сторона. Это помогает заметить ошибку сразу.

Как теорема синусов связана с описанной окружностью



Окружность проходит через все вершины

Если вокруг треугольника провести описанную окружность, её центр окажется на одинаковом расстоянии от всех трёх вершин. Именно поэтому одна окружность «связывает» весь треугольник в единую конструкцию.



Одна формула — один радиус

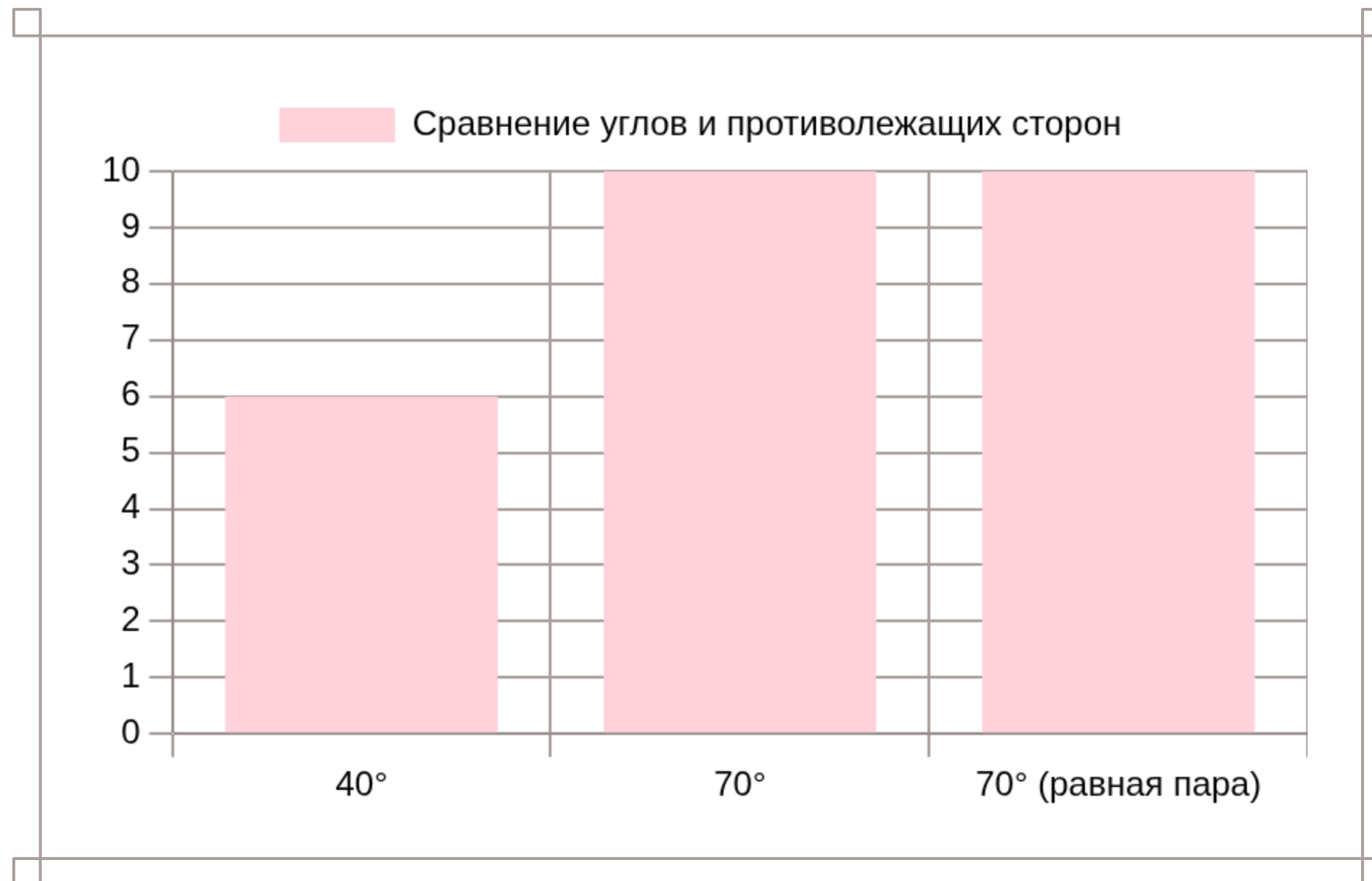
В записи $a/\sin A = 2R$ каждая сторона соотнесена не только со своим углом, но и с общим радиусом описанной окружности. Это показывает, что для треугольника существует единая геометрическая опора.



Почему это удобно на рисунке

На чертеже видно, что стороны треугольника становятся хордами окружности, а вершины лежат на её границе. Такая наглядность помогает понять, почему отношения в теореме синусов одинаковы для всех трёх пар.

Больший угол — большая сторона



Сравнение удобно использовать как быстрый контроль ответа перед окончательным записью решения.

Если угол больше, то и противолежащая сторона должна быть больше; равные углы дают равные стороны.

Составлено по свойству треугольника и теореме синусов.

Частые ошибки при решении задач

Путают пару «сторона — угол»

Нужно всегда помнить, что сторона a связана только с углом A , сторона b — с углом B , а сторона c — с углом C .

Неверно пишут синус

В формуле должен стоять синус угла, а не просто число. Запись $\sin 30^\circ$ нельзя заменять на 30° , иначе вычисление теряет смысл.

Забывают про проверку

После вычислений важно убедиться, что сумма всех углов равна 180° . Если это условие не выполняется, значит, в решении допущена ошибка.

Не сравнивают величины

Большей стороне обязательно соответствует больший угол. Если ответ противоречит этому правилу, его нужно перепроверить ещё до записи в тетрадь.

Главные формулы и проверка решения

Формула	Смысл	Проверка
$a/\sin A = b/\sin B$	Сравнение пар	Поиск стороны
$b/\sin B = c/\sin C$	Третья величина	Поиск угла
$a/\sin A = 2R$	Связь с окружностью	Контроль



Таблица помогает быстро выбрать нужную запись и не забыть проверку результата после вычислений.

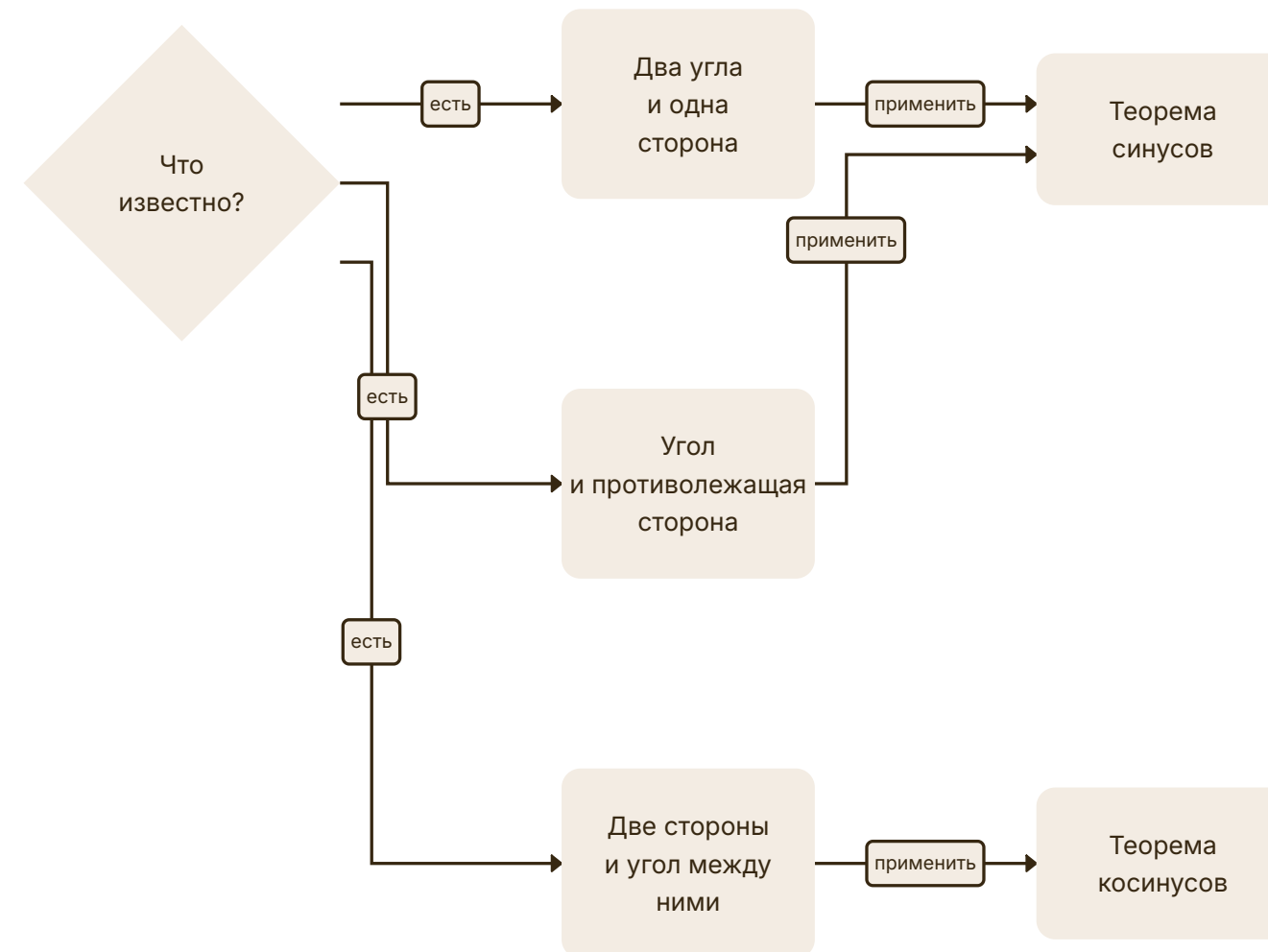


Формулы показывают, какие данные можно связывать напрямую, а проверки помогают заметить ошибку до окончательного ответа.

Школьный курс геометрии, теорема синусов.

Когда использовать теорему синусов, а когда — другое правило

Схема выбора формулы по известным элементам треугольника.



Где теорема синусов применяется на практике

Геодезия и навигация

Теорема помогает определять расстояния и направления, когда прямое измерение невозможно. Её используют для расчётов на местности, в морской навигации и при создании точных карт.

1

Строительство и измерения

В строительстве формула нужна для проверки размеров и углов на чертежах. Она полезна, когда нужно найти недоступную высоту, ширину или расстояние между объектами.

2

Астрономия и наблюдения

Астрономы применяют геометрические модели треугольника, чтобы оценивать положения удалённых тел. Теорема синусов позволяет связывать наблюдаемые углы с расстояниями в модели.

3

Школьные задачи и планы

В учебных задачах теорема часто встречается в планах местности, схемах и чертежах. Она учит работать с реальными ситуациями, которые удобно представить в виде треугольника.

4

Проверка понимания основных связей

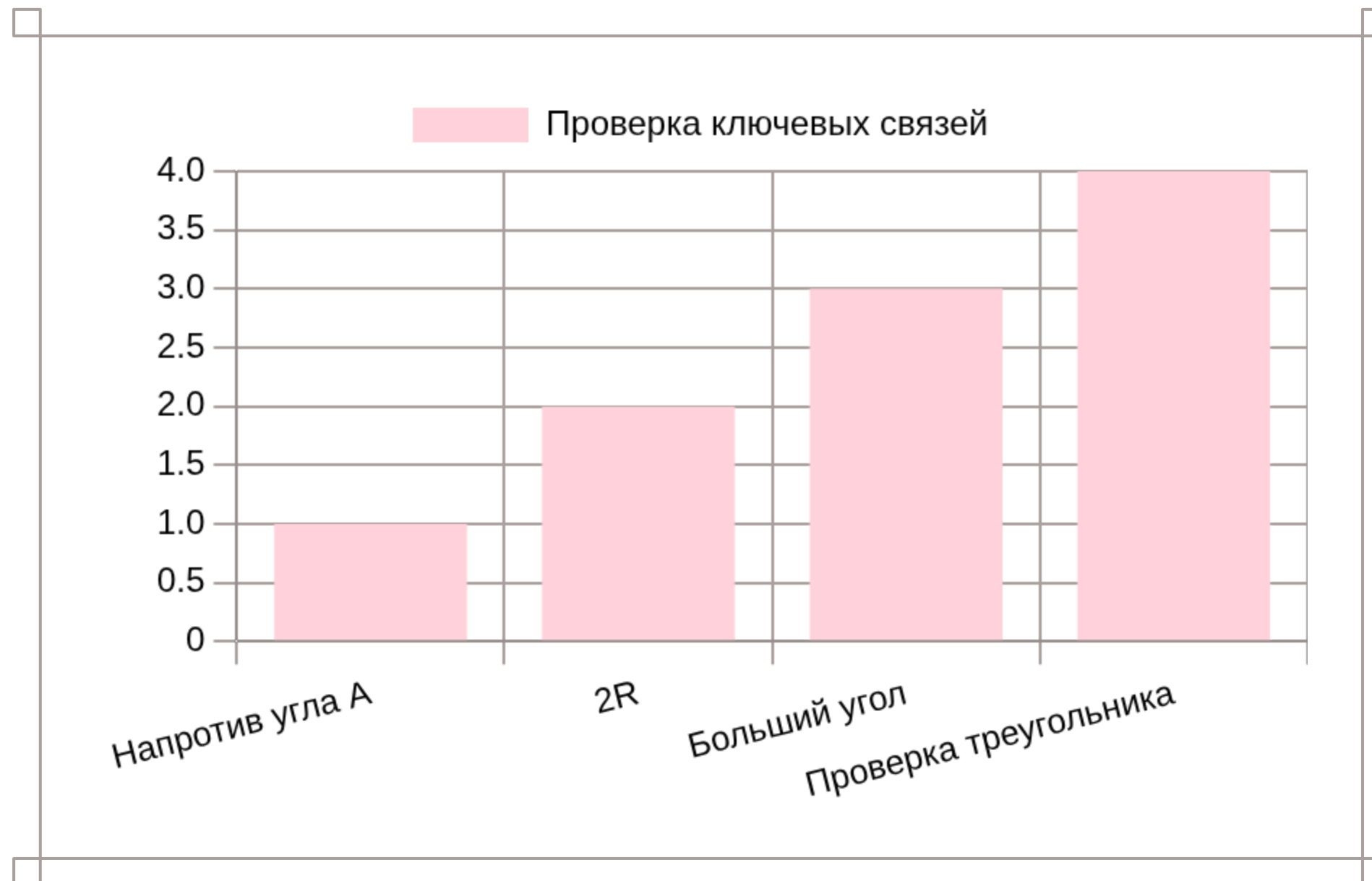


Диаграмма помогает быстро вспомнить обозначения и проверить, не перепутаны ли стороны, углы и радиус описанной окружности.

Если связи названы верно, значит, основные правила темы усвоены и можно переходить к решению задач.

Материал составлен по теореме синусов и её следствиям.

Краткий порядок решения задач

1

1. Определить данные

Сначала выписывают все известные стороны и углы, чтобы понять, чего не хватает в треугольнике.

2

2. Найти пары

Затем устанавливают, какая сторона лежит напротив каждого угла, и отмечают нужные соответствия.

3

3. Записать формулу

После этого выбирают подходящую пропорцию из теоремы синусов и подставляют известные значения.

4

4. Проверить ответ

В конце сравнивают стороны и углы, проверяют сумму углов и оценивают, выглядит ли результат правдоподобно.



Теорема синусов: точный способ решать треугольники

Теорема синусов помогает находить неизвестные стороны и углы, связывает треугольник с описанной окружностью и учит внимательно проверять ответ по всем геометрическим признакам.