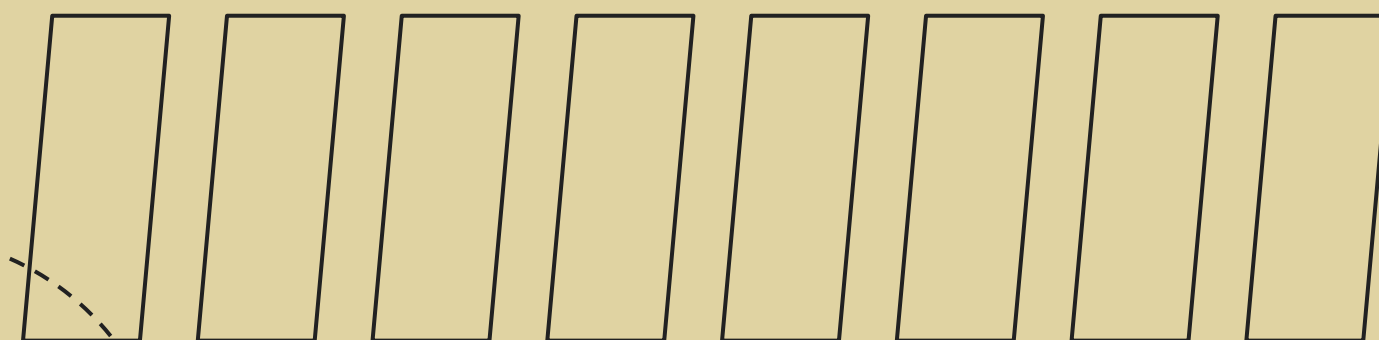


Решение прямоугольных треугольников

Находим стороны и углы по данным элементам

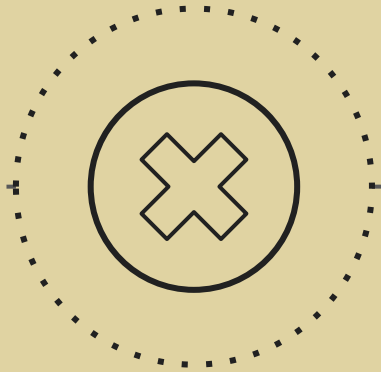




Зачем уметь решать прямоугольные треугольники

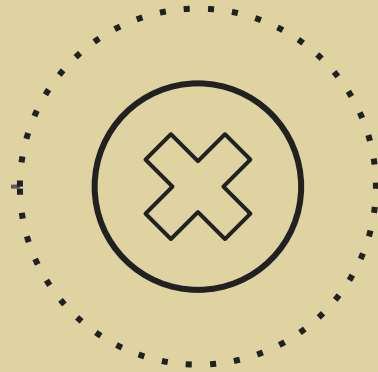
Эта тема помогает читать чертежи, измерять расстояния и работать с задачами, где прямой угол уже известен. В 9 классе важно уверенно выбирать формулу и проверять ответ.

Основные свойства прямоугольного треугольника



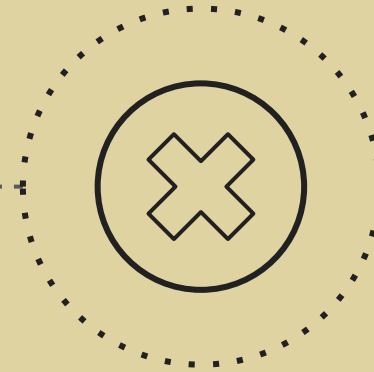
Прямой угол

В таком треугольнике один угол равен 90° , поэтому именно он задаёт особое расположение сторон и позволяет сразу определить гипотенузу и катеты.



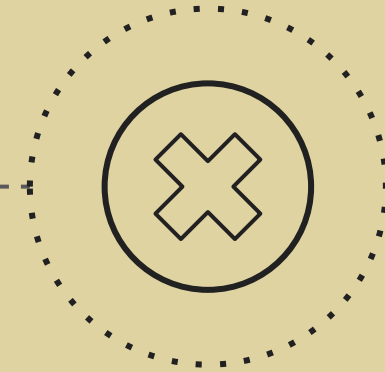
Гипотенуза

Это самая длинная сторона, лежащая напротив прямого угла. Она всегда используется в формулах вместе с катетами и помогает отличить этот треугольник от других.



Два катета

Оставшиеся стороны называются катетами. Они образуют прямой угол и служат основой для вычислений по теореме Пифагора и тригонометрическим отношениям.



Острые углы

Два острых угла обычно обозначают α и β . Их сумма всегда равна 90° , поэтому, найдя один из них, можно сразу получить второй.

Обозначения и формулы

Связь между сторонами и углами удобно записывать в виде короткой таблицы.

Пифагор связывает стороны, а тригонометрические отношения — сторону с углом.

Обозначение	Смысл	Формула
a, b	катеты	$a^2 + b^2 = c^2$
c	гипотенуза	$\sin \alpha = a / c$
α, β	острые углы	$\alpha + \beta = 90^\circ$

Теорема Пифагора на чертеже

Смысл теоремы

Если в треугольнике есть прямой угол, квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов. Это основная формула для нахождения неизвестной стороны.

Понятный пример

При катетах 3 см и 4 см получаем гипотенузу 5 см. Проверка проста: $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$, а 5^2 тоже равно 25.



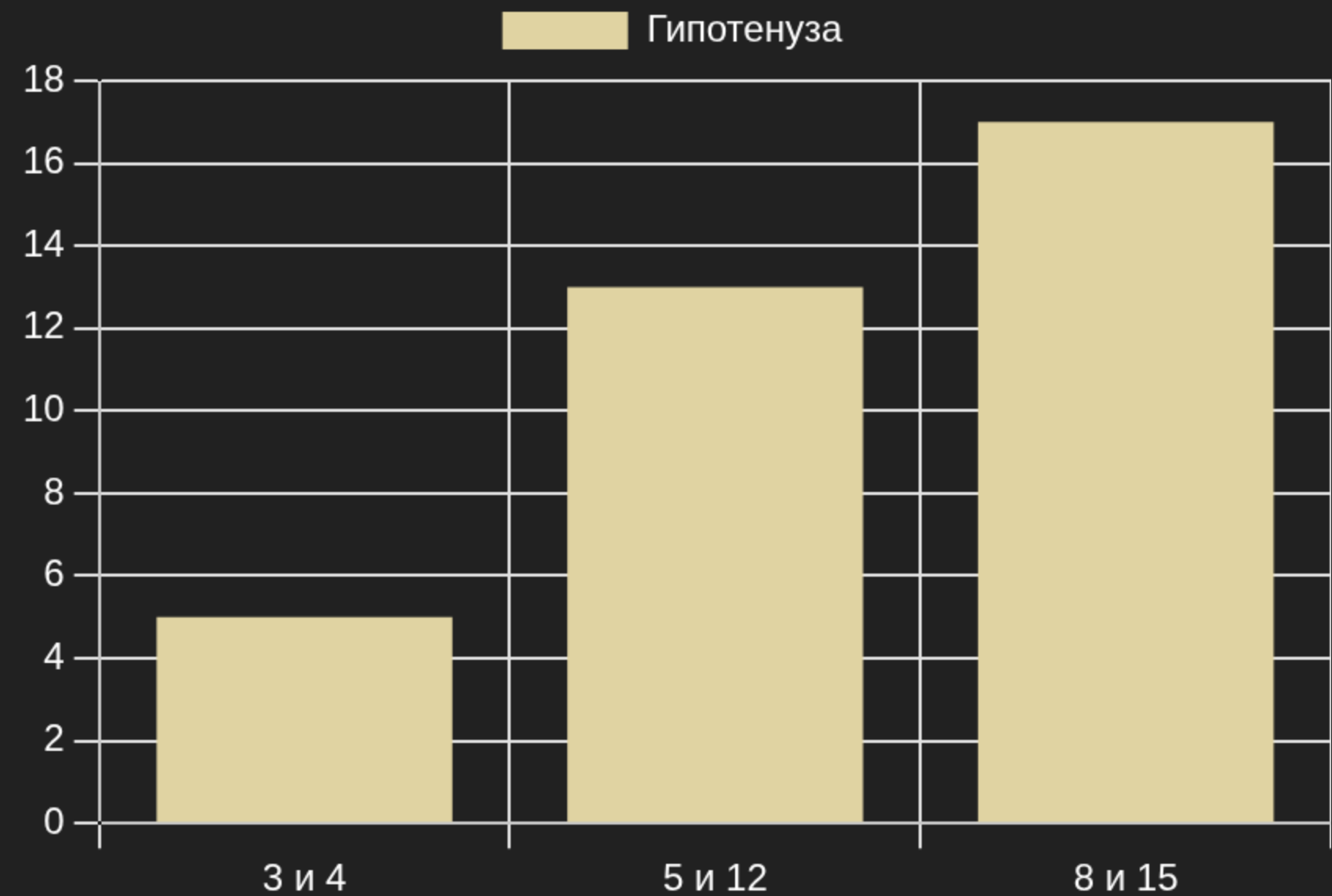
Что показывает рисунок

Квадраты, построенные на сторонах, наглядно демонстрируют, почему гипотенуза связана именно с суммой квадратов двух других сторон, а не с их простым сложением.

Как меняется гипотенуза при изменении катетов

✕ Для пифагоровых троек ответ получается целым числом, поэтому такие пары часто используют для быстрой проверки вычислений.

✕ Чем больше катеты, тем больше гипотенуза; пифагоровы тройки удобны для самопроверки.



Пифагоровы тройки: 3-4-5, 5-12-13, 8-15-17

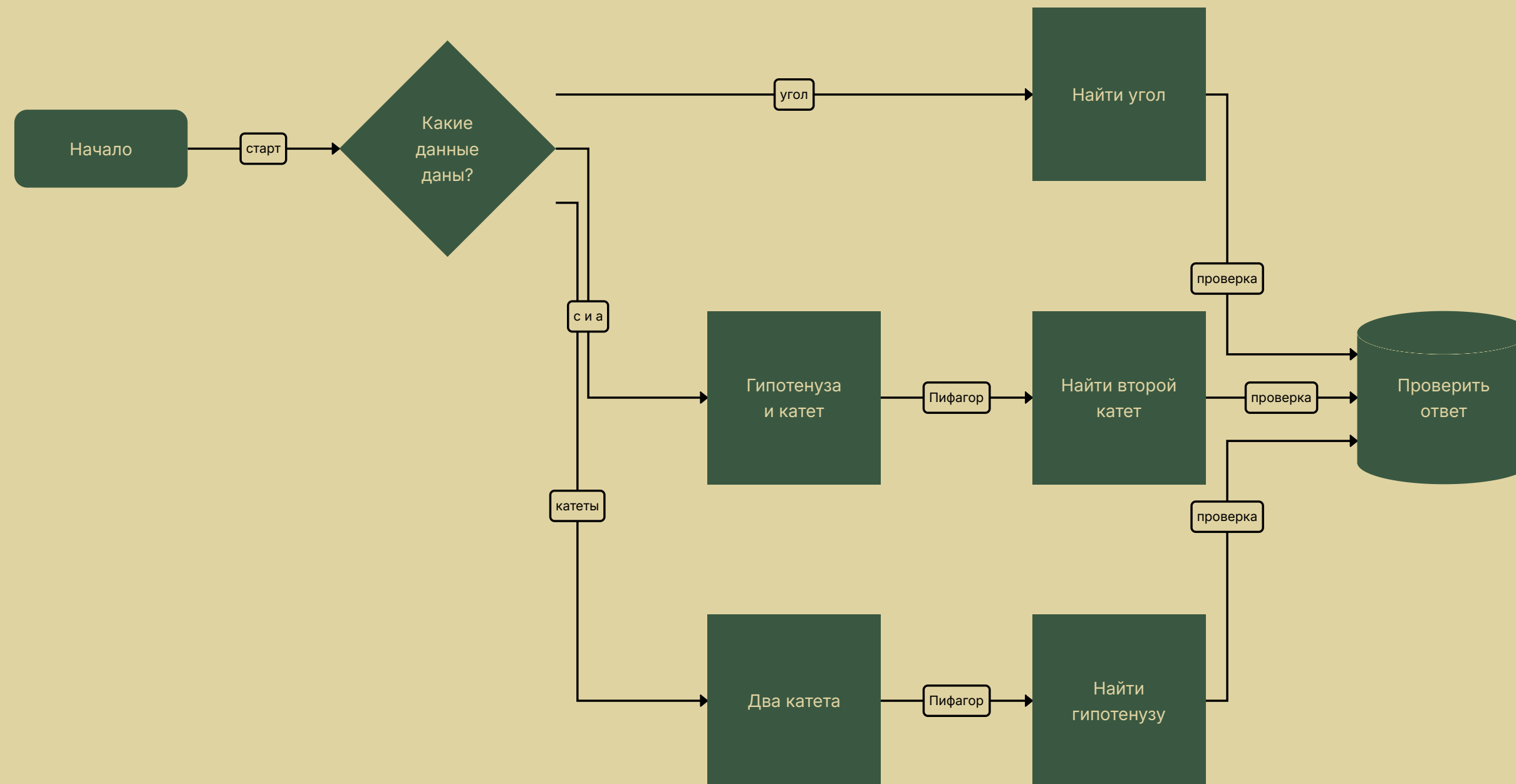
**угол, при котором
треугольник
становится
прямоугольным.**

Формула Пифагора работает только тогда, когда в задаче есть прямой угол и известны две стороны треугольника.

90°

Алгоритм решения прямоугольного треугольника

✕ Последовательность действий при известных сторонах и углах



Синус, косинус и тангенс острого угла

01

Синус

Синус показывает, какую часть гипотенузы составляет противолежащий катет. Эта функция особенно удобна, когда известны катет и гипотенуза, а угол нужно найти или проверить.

02

Тангенс

Тангенс равен отношению противолежащего катета к прилежащему. Эту функцию чаще используют, когда известны два катета и требуется определить острый угол.

03

Косинус

Косинус связывает прилежащий катет с гипотенузой. Он помогает в тех случаях, когда по условию даны гипотенуза и соседний с углом катет.

04

Поведение значений

Для острых углов синус и косинус лежат между 0 и 1. Тангенс растёт заметнее, поэтому при увеличении угла отношение катетов меняется сильнее.

Значения тригонометрических функций для стандартных углов

✕ Эти значения полезно запомнить: они часто встречаются в задачах без калькулятора и ускоряют проверку ответа.

✕ При переходе от 30° к 60° синус и косинус меняются местами, а тангенс заметно возрастает.

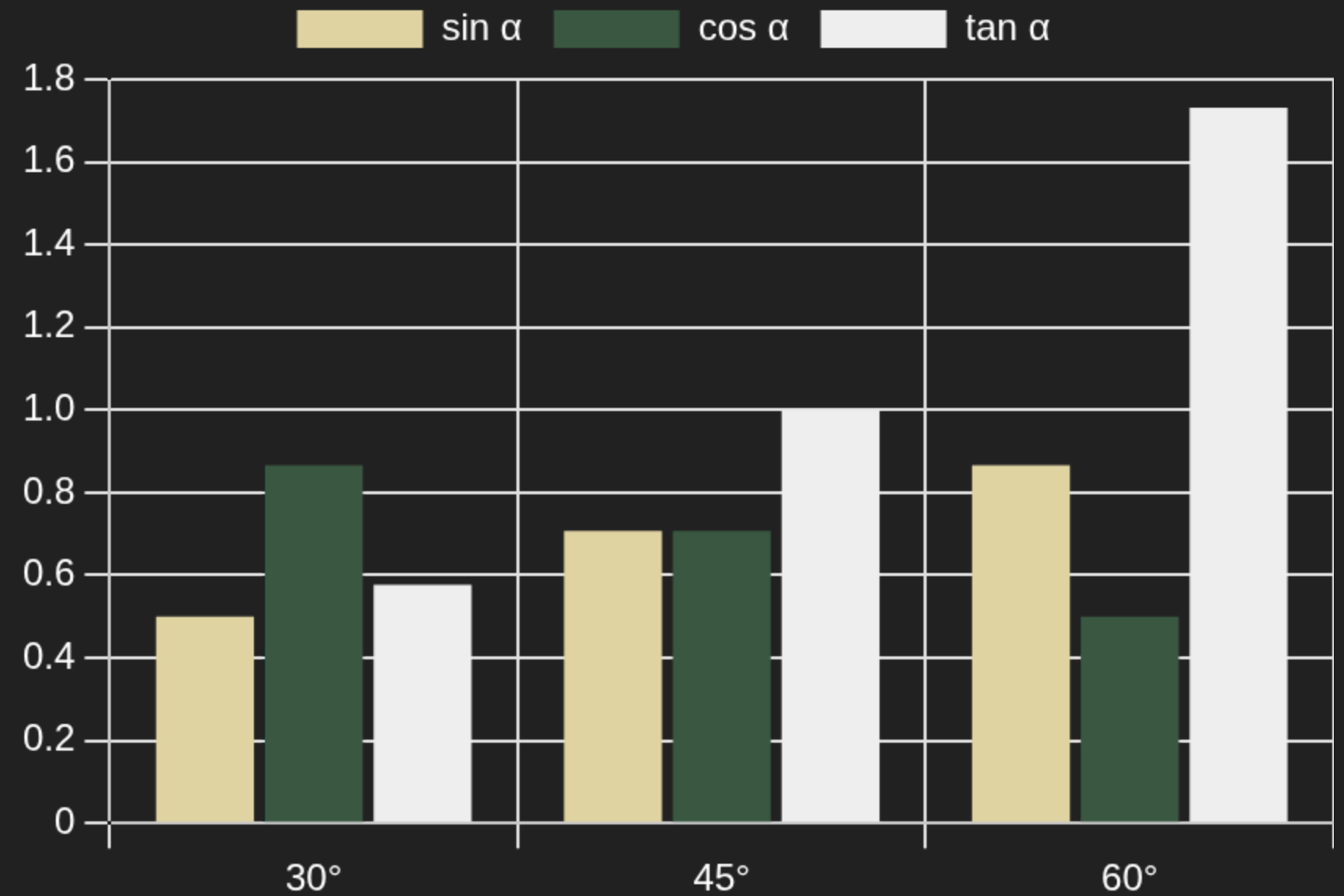
Угол	sin	cos	tan
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

Стандартные тригонометрические значения для углов 30° , 45° и 60°

Сравнение $\sin$, $\cos$ и $\tan$ для углов 30° , 45° и 60°

Для острых углов эти функции удобно сравнивать по таблице значений без вычислителя: сразу видно, как меняется отношение сторон.

Синус и косинус меняются симметрично, а тангенс растёт быстрее всего, поэтому он особенно чувствителен к изменению угла.



Табличные значения тригонометрических функций для углов 30° , 45° и 60°

Как определить угол по сторонам

01

Определи данные

Сначала выясните, какие элементы треугольника известны: два катета, катет и гипотенуза или только стороны. От этого зависит выбор формулы и порядок дальнейших вычислений.

02

Выбери отношение

Если известны два катета, используйте тангенс угла. Когда дана гипотенуза и один катет, удобнее применить синус или косинус, в зависимости от того, какой катет задан.

03

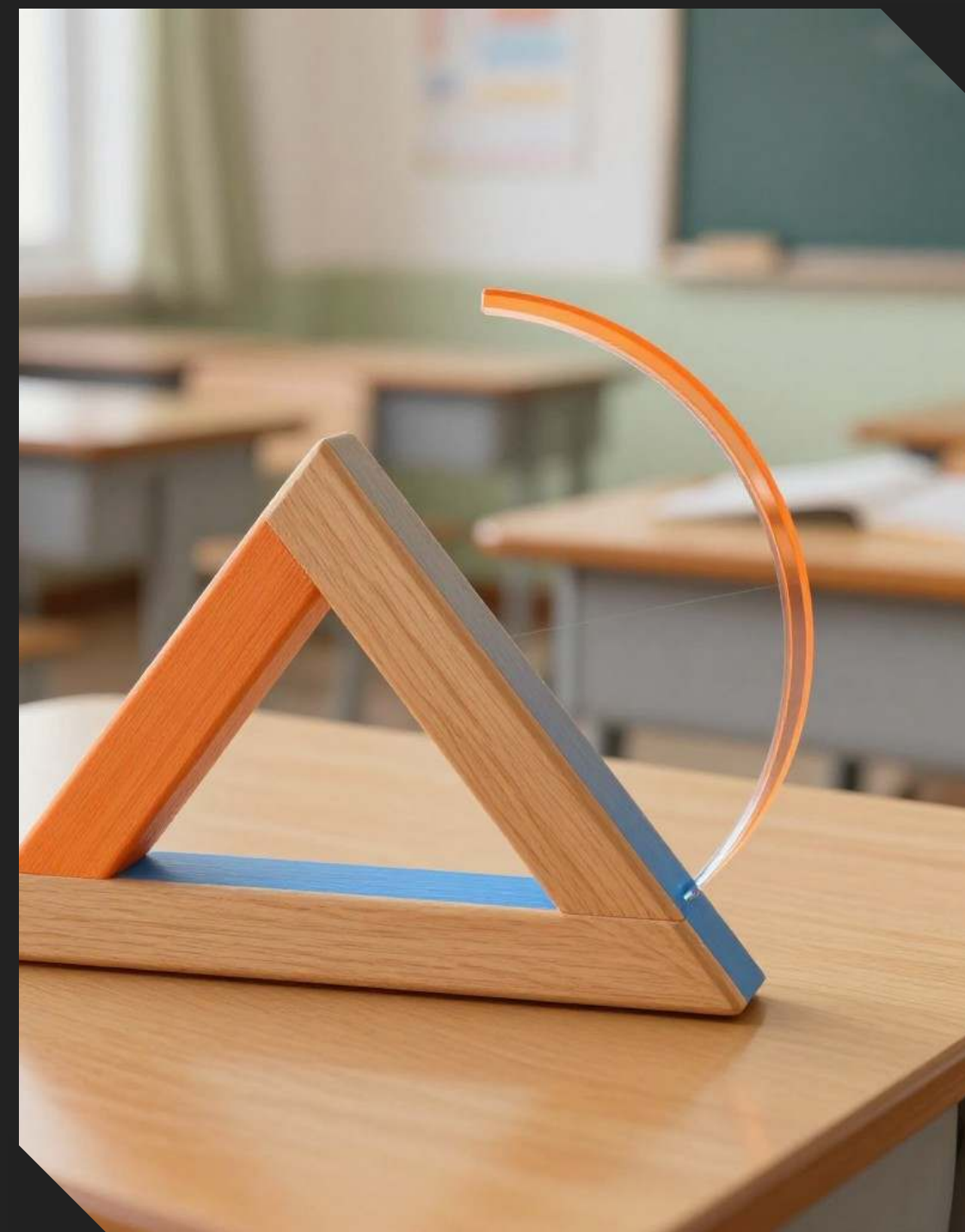
Найди угол α

Подставьте числа в подходящую формулу и вычислите значение угла по таблице или калькулятору. Следите, чтобы стороны были подписаны относительно нужного угла правильно.

04

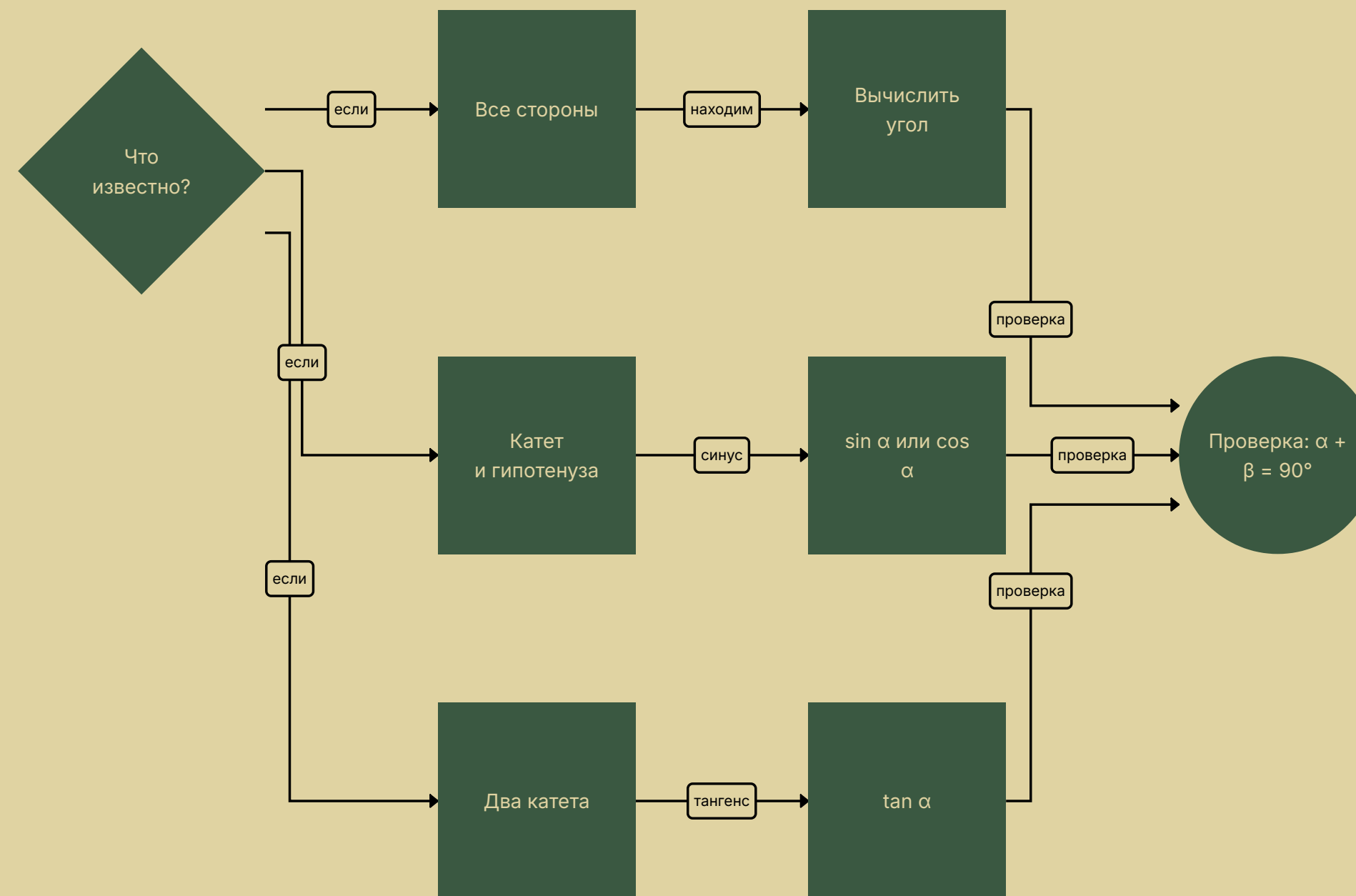
Проверь второй угол

После нахождения α сразу вычислите β как $90^\circ - \alpha$. Это помогает убедиться, что решение согласуется со свойствами прямоугольного треугольника и не содержит ошибки.



Выбор формулы по известным данным

✗ Схема помогает быстро определить, какую тригонометрическую связь или формулу Пифагора нужно использовать в задаче.



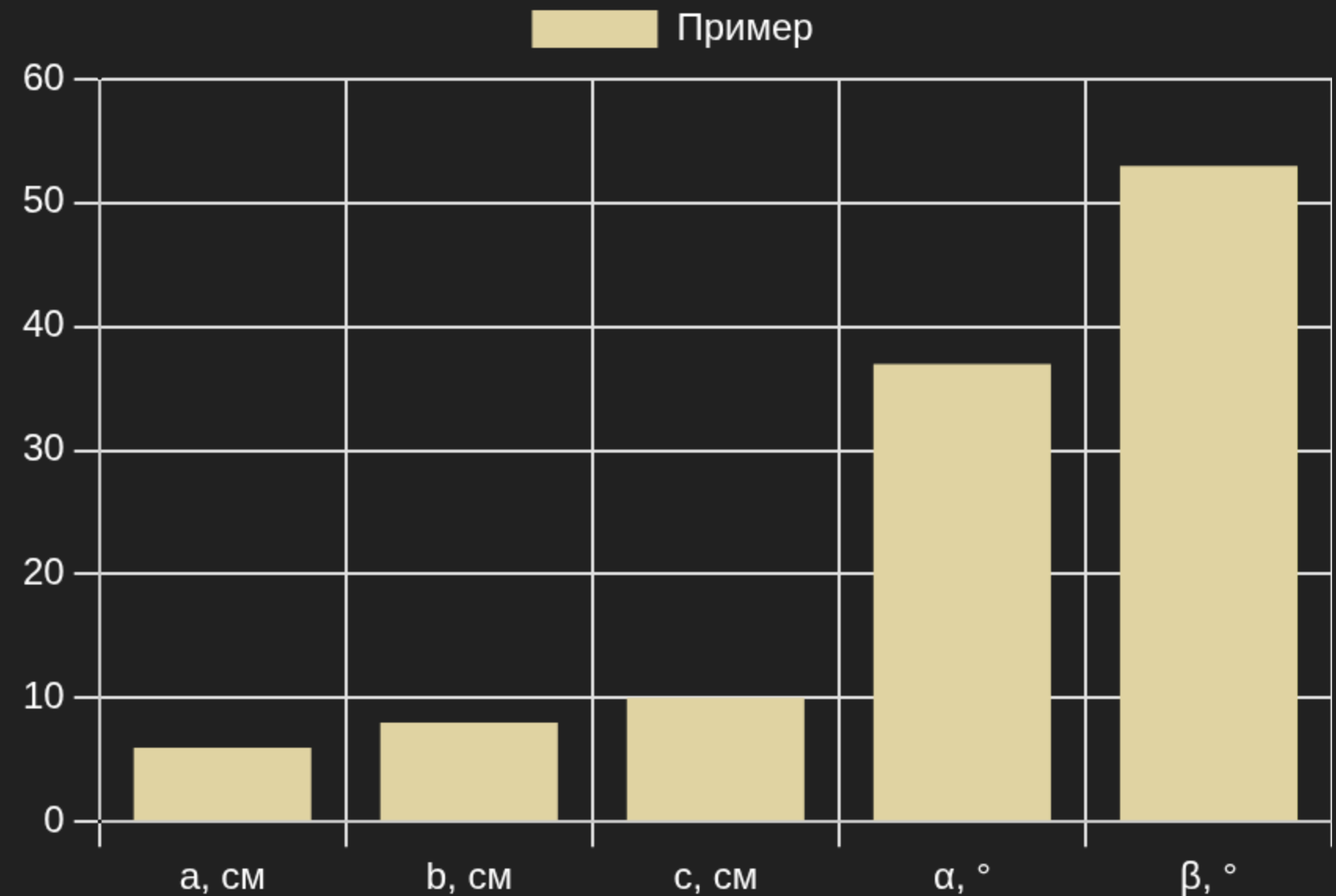
На что чаще всего стоит обратить внимание

			
Путают стороны Катет иногда принимают за гипотенузу или наоборот. Из-за этого формула выбирается неверно, а все последующие вычисления дают ошибочный результат даже при правильных действиях.	Ошибаются в формулах Частая проблема — подставить данные не в ту тригонометрическую функцию или забыть возвести число в квадрат. Перед вычислением полезно ещё раз сверить, что именно известно.	Преждевременно округляют Если округлять промежуточные значения слишком рано, итог может заметно отличаться от правильного. Лучше сохранять больше знаков до самого конца и округлять только ответ.	Не делают проверку После решения важно убедиться, что сумма острых углов равна 90° , а значения сторон подходят по формуле Пифагора. Проверка быстро показывает скрытую ошибку.

Пример решения задачи с вычислением стороны и угла

Здесь сначала находим неизвестную сторону, а затем определяем угол через тангенс. Такой порядок часто удобнее при решении задач в тетради.

Из одного набора данных можно получить и сторону, и оба острых угла, если последовательно применить разные формулы.



Учебный пример по теме «Решение прямоугольных треугольников»

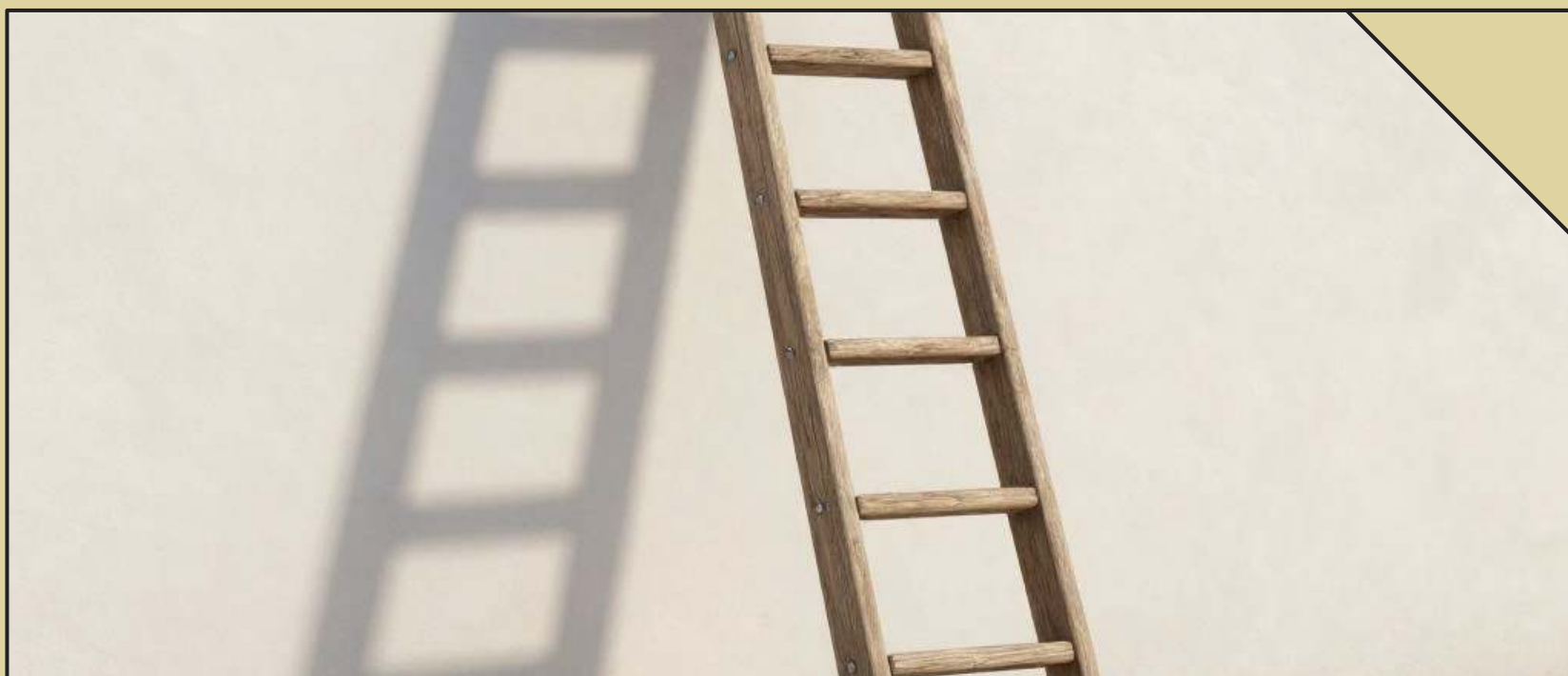
Сравнение способов решения прямоугольного треугольника

Кратко сопоставим, какие данные нужны и что помогает получить каждый способ решения.

Выбор способа зависит не от сложности, а от того, какие элементы уже известны в задаче.

Способ	Нужно	Находит
Пифагор	2 стороны	3-ю сторону
$\sin / \cos$	сторона + угол	сторону
$\tan$	2 катета	угол

Где это встречается на практике



Лестница у стены

Лестница, стена и земля образуют знакомую фигуру, где легко увидеть катеты и гипотенузу. По этой модели можно узнать высоту подъёма, длину лестницы или расстояние до стены, не измеряя всё напрямую.



План и чертёж

На чертежах и схемах прямоугольный треугольник помогает описывать наклон, диагональ или расстояние между точками. Такие расчёты нужны в строительстве, архитектуре и при составлении простых планов местности.

Проверка ответа после вычислений

01

Сверь стороны

Подставьте найденные значения в формулу Пифагора и убедитесь, что равенство выполняется. Если левая и правая части не совпадают, в вычислениях допущена ошибка.

02

Проверь углы

После нахождения острого угла вычислите второй и проверьте, что их сумма равна 90° . Это особенно важно, если угол получен с округлением.

03

Исправь неточности

Если результат вызывает сомнение, пересчитайте промежуточные шаги, не округляя числа слишком рано. Такая проверка помогает найти ошибку быстрее, чем полное решение заново.

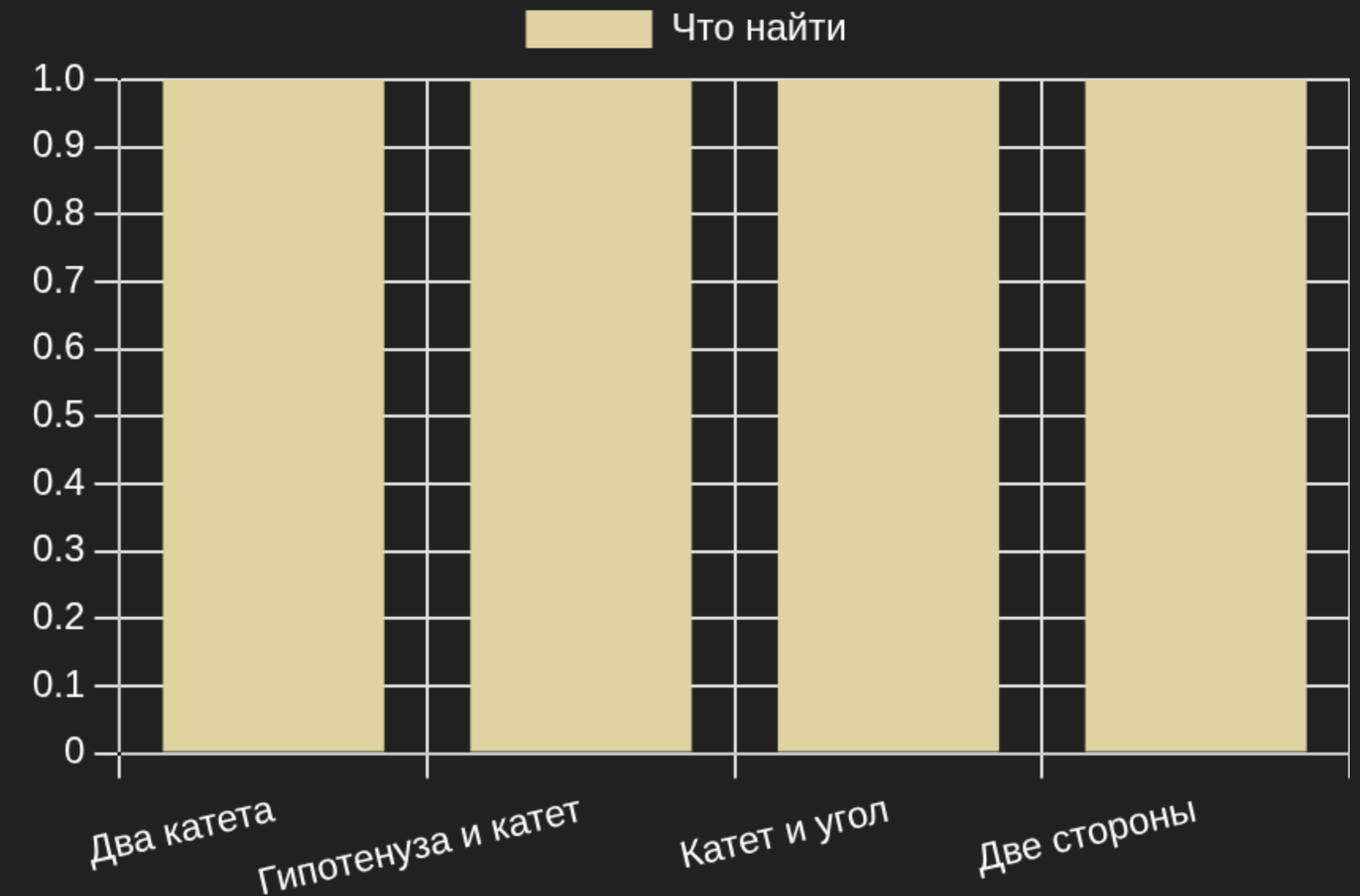
Что можно найти по разным исходным данным



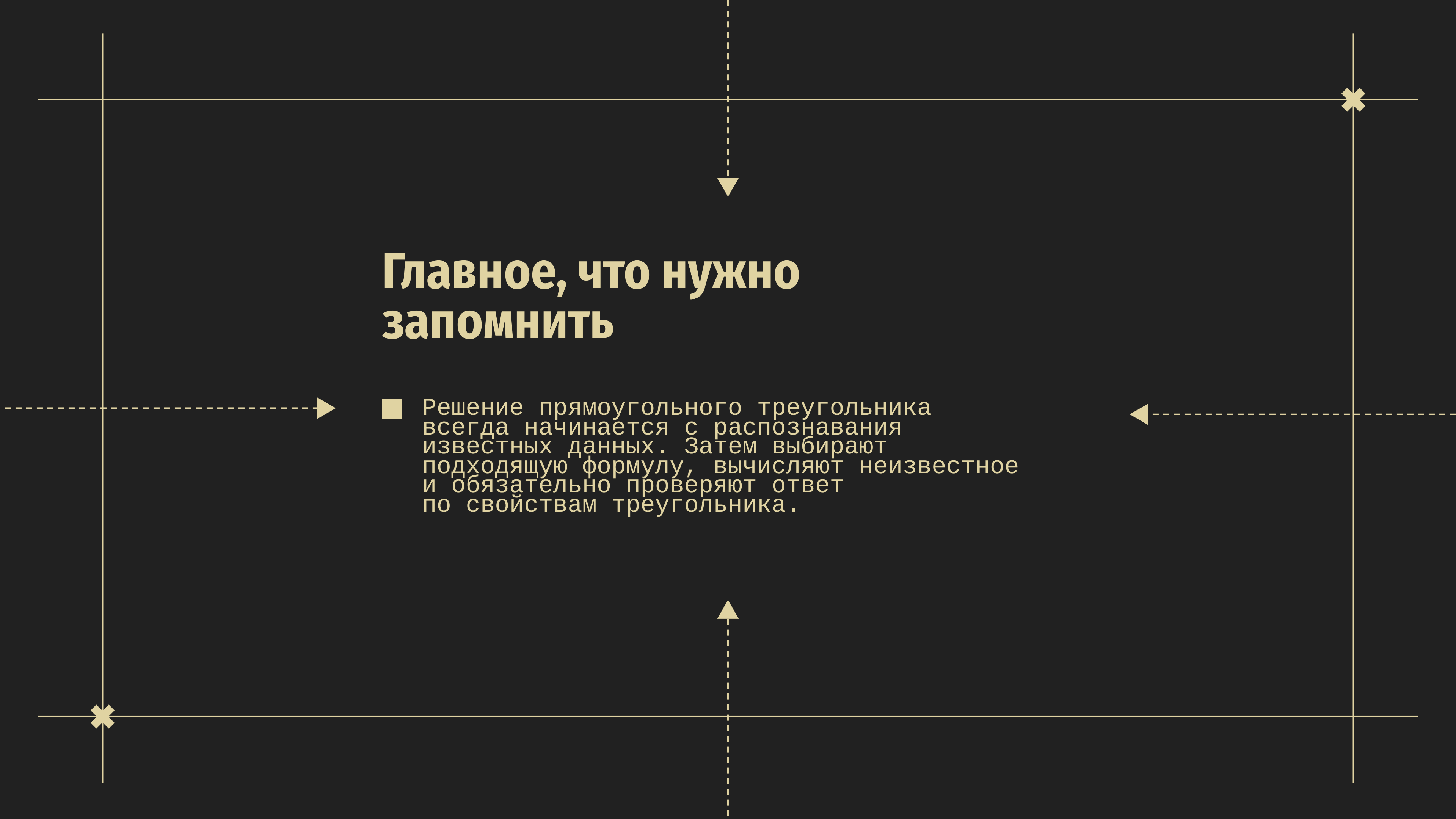
Каждый набор данных приводит к своему способу решения, поэтому важно сначала определить, какие элементы уже известны в условии задачи.



Если заранее сопоставить данные и искомую величину, можно сразу выбрать нужную формулу и избежать лишних вычислений.



Обобщение формул для прямоугольного треугольника



Главное, что нужно запомнить

- Решение прямоугольного треугольника всегда начинается с распознавания известных данных. Затем выбирают подходящую формулу, вычисляют неизвестное и обязательно проверяют ответ по свойствам треугольника.