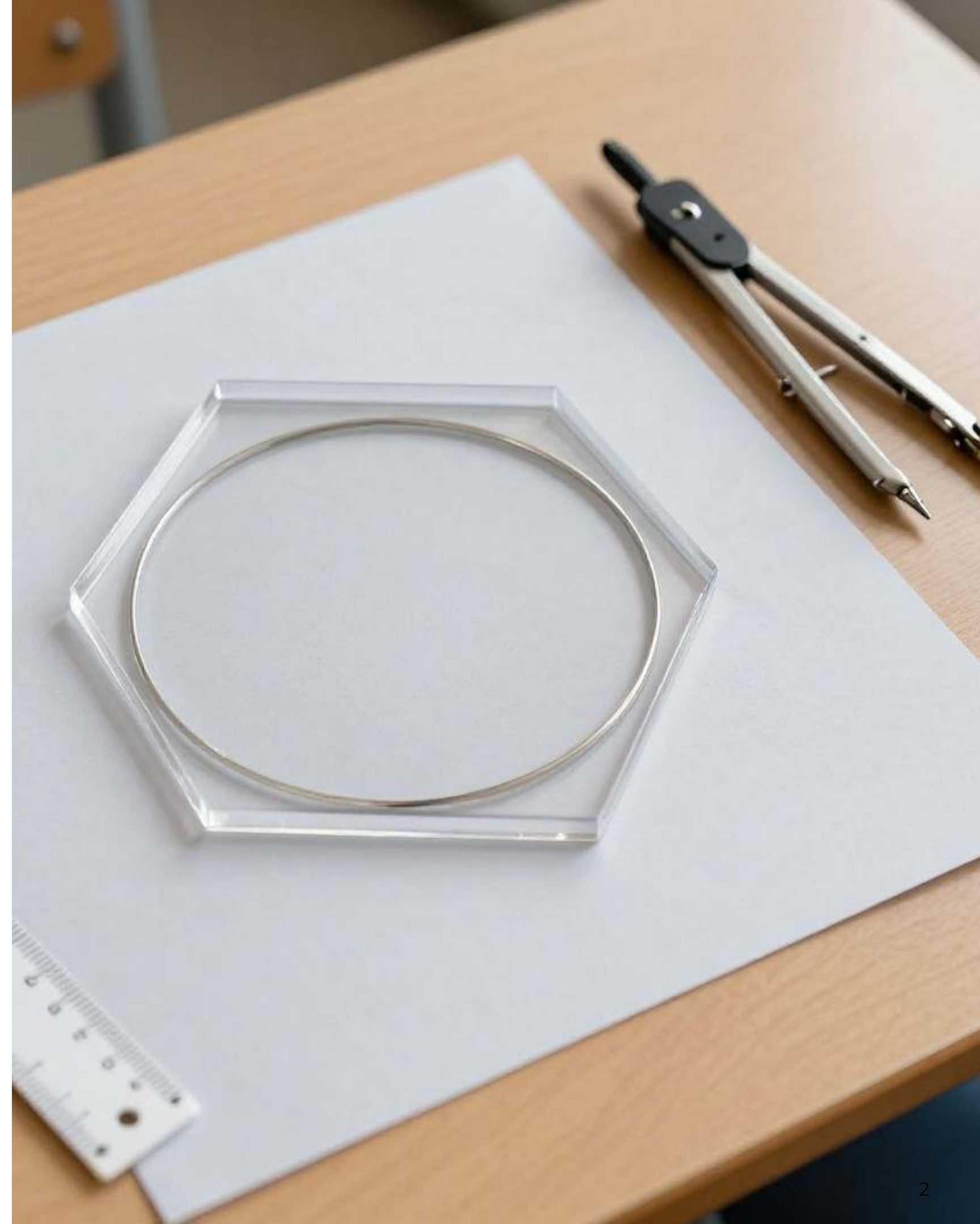


Окружность, вписанная в многоугольник

Вписанная окружность касается сторон изнутри, а её центр
одинаково удалён от каждой стороны.

Что нужно помнить и почему это важно

Уже знакомые свойства углов и биссектрис помогают находить центр вписанной окружности. Она встречается в задачах на построение, вычисление и доказательство, причём для треугольника существует всегда, а для других — по условиям.



Основное определение

Вписанная окружность — это окружность, которая касается всех сторон многоугольника изнутри. Точки касания лежат на сторонах и принадлежат самой окружности.

Радиус вписанной окружности соединяет её центр со стороной, а в точке касания образует с этой стороной прямой угол. Так геометрически задаётся «самое близкое» расстояние.

Центр вписанной окружности равноудалён от всех сторон многоугольника. Поэтому одинаковые перпендикуляры к сторонам имеют одну и ту же длину — это и есть радиус.

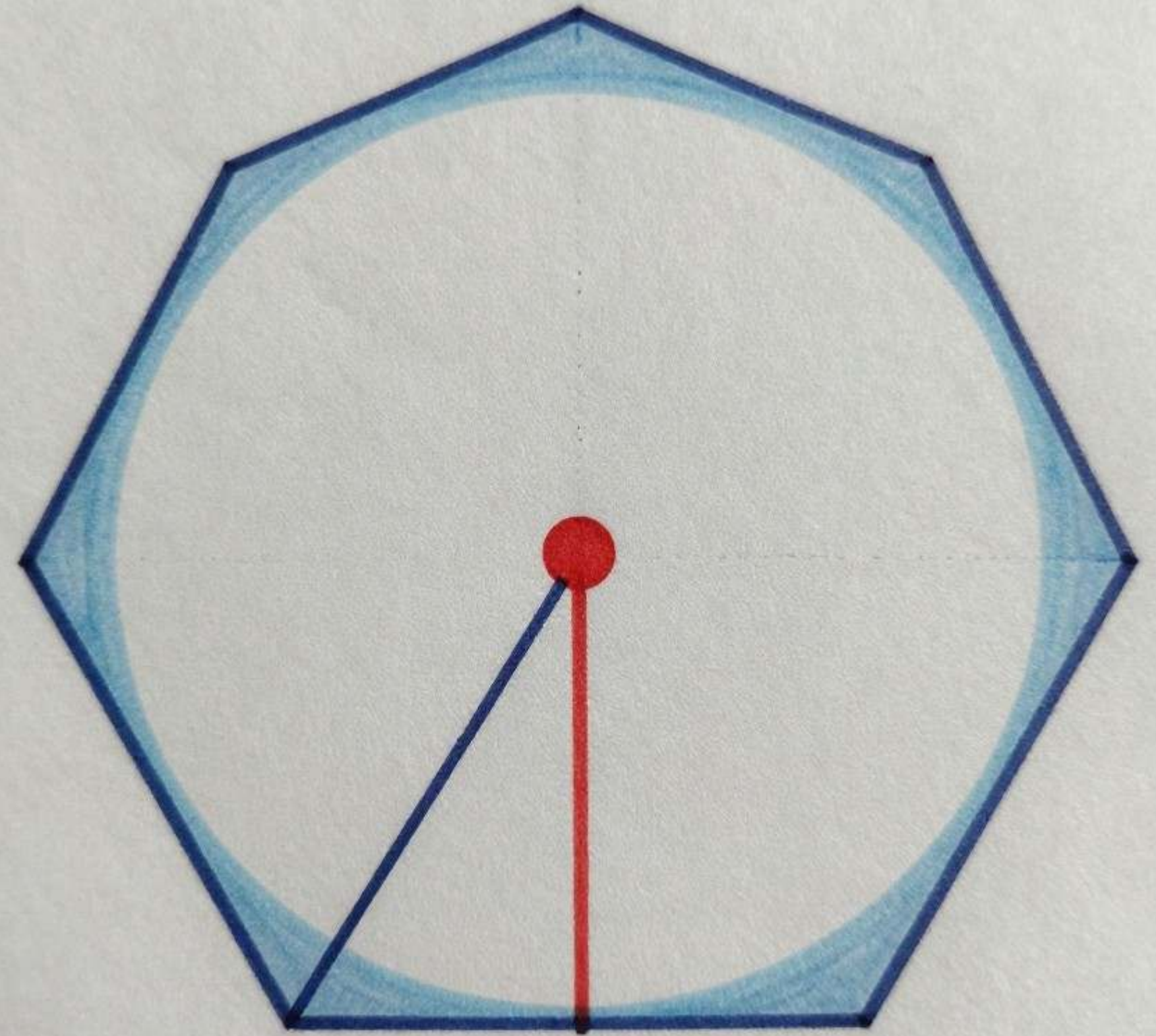
Как выглядит вписанная окружность на чертеже

Что подписать на схеме

На рисунке обычно показывают многоугольник, окружность внутри него и точку центра. Также полезно отметить радиус и точки касания со сторонами, чтобы сразу было видно, где окружность «прижимается».

Как понять касание вместо пересечения

Бывает удобно опустить перпендикуляр от центра к одной из сторон: его длина будет радиусом. По рисунку видно, что окружность не пересекает стороны, а касается их ровно в одной точке. Для наглядности подходят треугольник, квадрат или правильный шестиугольник.



Условие существования для многоугольника

1) Рассматриваем углы

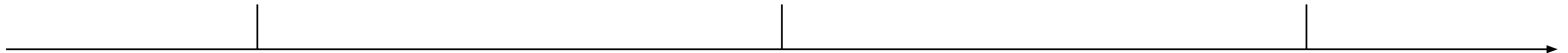
Для многоугольника строят внутренние биссектрисы всех его углов. Эти лучи «задают» направление, на котором должна находиться точка центра окружности.

2) Ищем общую точку

Если все внутренние биссектрисы пересекаются в одной точке, значит существует кандидат на центр вписанной окружности.

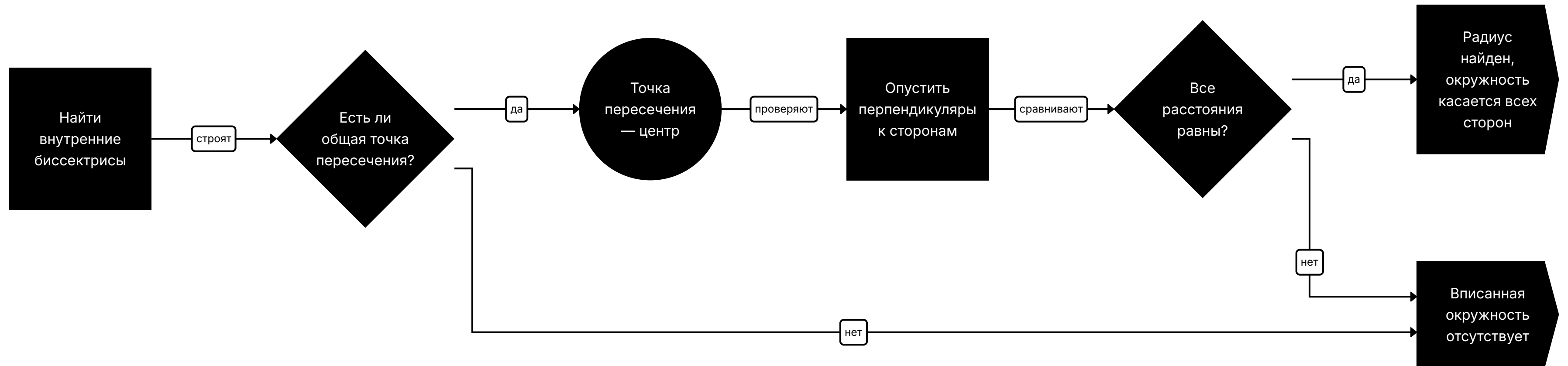
3) Проверяем равноудалённость

Центр должен быть равноудалён от всех сторон. Если биссектрисы не сходятся в одной точке или расстояния до сторон разные, вписанную окружность построить нельзя.



Построение центра и проверка касания

Опираемся на пересечение биссектрис и равенство расстояний до сторон.



1

**Вписанная окружность
всегда существует и
имеет единственный
центр.**

Для треугольника три биссектрисы углов неизбежно пересекаются в одной точке. Эта точка и есть инцентр — центр вписанной окружности.

Школьный курс геометрии (свойство биссектрис треугольника).

Сравнение фигур по наличию вписанной окружности

Условие существования зависит не от числа сторон как такового, а от того, совпадают ли биссектрисы внутренних углов в одной точке.

Наличие вписанной окружности определяется точным совпадением биссектрис, а не только количеством сторон.

Фигура	Вписанная окружность	Где центр
Треугольник	Существует всегда	На пересечении биссектрис
Правильный многоугольник	Существует всегда	В центре симметрии
Четырёхугольник	Только у некоторых	Не всегда получается общий центр
Неправильный многоугольник	Зависит от формы	Условие определяется биссектрисами

Обобщение свойств биссектрис и симметрии из программы 9 класса.

Как увеличивается сложность проверки при росте числа сторон



Педагогическая схема для иллюстрации: точные значения зависят от конкретной задачи и условий построения.

Чем больше сторон, тем больше условий нужно сравнить: требуется согласованность всех биссектрис и равенство расстояний до каждой стороны.

Общая картина: при большем числе сторон проверять существование окружности приходится аккуратнее, а нужные совпадения становятся менее очевидными.

Правильные многоугольники и их центр

У правильного многоугольника все стороны равны, а все углы равны. Поэтому геометрические «центры» по разным признакам совпадают, и центр становится естественным местом для окружности внутри.

Этот центр одинаково удалён от всех сторон, значит там находится центр вписанной окружности. Одновременно он является и центром описанной окружности, так как вершины расположены на одинаковом расстоянии.

Симметрия правильной фигуры делает построение особенно удобным: достаточно понять, что расстояния до сторон одинаковы, и можно уверенно проводить радиусы и строить окружность.

Связь с биссектрисой угла



Биссектриса делит угол пополам

Биссектриса угла проходит через вершину и делит угол на две равные части. Поэтому внутри угла она «задаёт» симметричное направление, удобное для поиска точек на равных расстояниях от сторон.



Точки на биссектрисе равноудалены от сторон

Любая точка на биссектрисе находится на одинаковом расстоянии от обеих сторон угла: это верно по определению равенства углов и означает одинаковую длину перпендикуляров к сторонам.



Пересечение биссектрис даёт центр

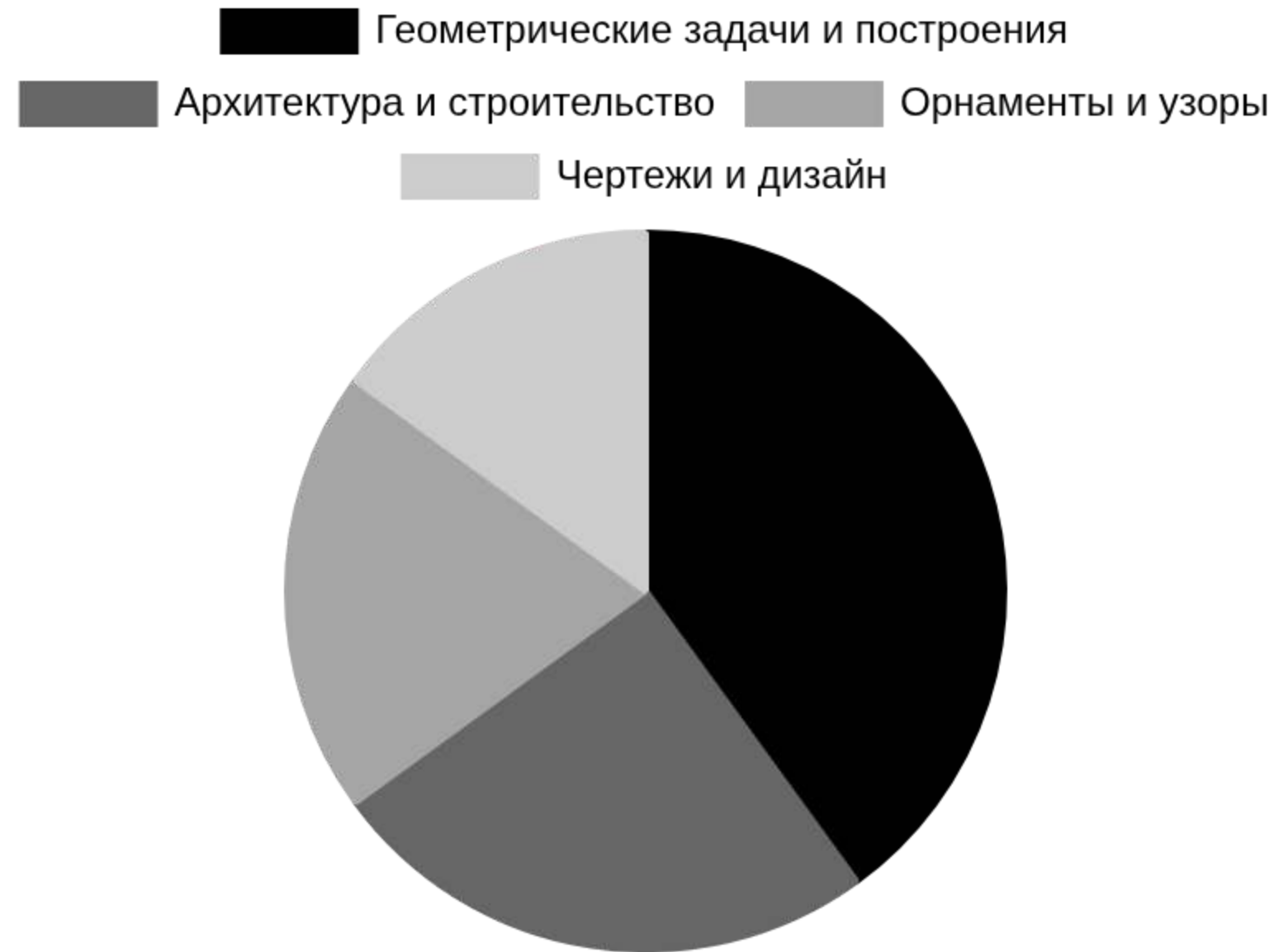
В многоугольнике внутренние биссектрисы разных углов могут пересекаться. Если они пересекаются в одной точке, то она становится центром окружности, которая касается всех сторон изнутри.

Радиус и расстояние до стороны

- Из центра вписанной окружности опускают перпендикуляр на одну сторону многоугольника. Длина этого перпендикуляра — радиус, ведь именно так измеряется кратчайшее расстояние от центра до касательной.
- Если центр выбран верно, то аналогичные перпендикуляры до остальных сторон будут равны. Тогда окружность касается каждой стороны в точности на расстоянии радиуса, и касание получается «одним правилом» для всех сторон.



Где используется вписанная окружность



В задачах она помогает находить неизвестный радиус и расстояния до сторон. На практике круги и симметричные элементы используют для удобных разметок и повторяющихся форм.

Большой вклад приходится на учебные задачи, потому что критерий касания через биссектрисы легко проверять в геометрии. В остальных областях свойство используют как инструмент аккуратной разметки.

Иллюстративная оценка (условные доли), 2026

Типичные ошибки в задачах

Путают вписанную и описанную окружности: первая касается сторон многоугольника изнутри, а вторая проходит через вершины. Перед решением полезно явно написать, что именно должно происходить с каждой стороной.

Считают, что «почти симметричная» фигура обязательно подходит. Для существования вписанной окружности условие должно выполняться точно: биссектрисы обязаны пересечься в одной точке, а расстояния до сторон — совпасть.

Небрежно строят биссектрисы и перпендикуляры. Даже небольшая погрешность может сместить предполагаемый центр и сделать найденный радиус разным до разных сторон, поэтому касание перестаёт быть корректным.

Проверяют не теми признаками. Иногда автор проверяет только одну сторону, забывая про остальные. Правильная проверка требует равенства перпендикуляров от центра ко всем сторонам многоугольника.

Главные свойства вписанной окружности

Центр	Расстояние	Биссектрисы	Правильный многоугольник
Равноудалён от сторон	Радиус = перпендикуляр	Пересекаются в центре	Совпадает с центром симметрии

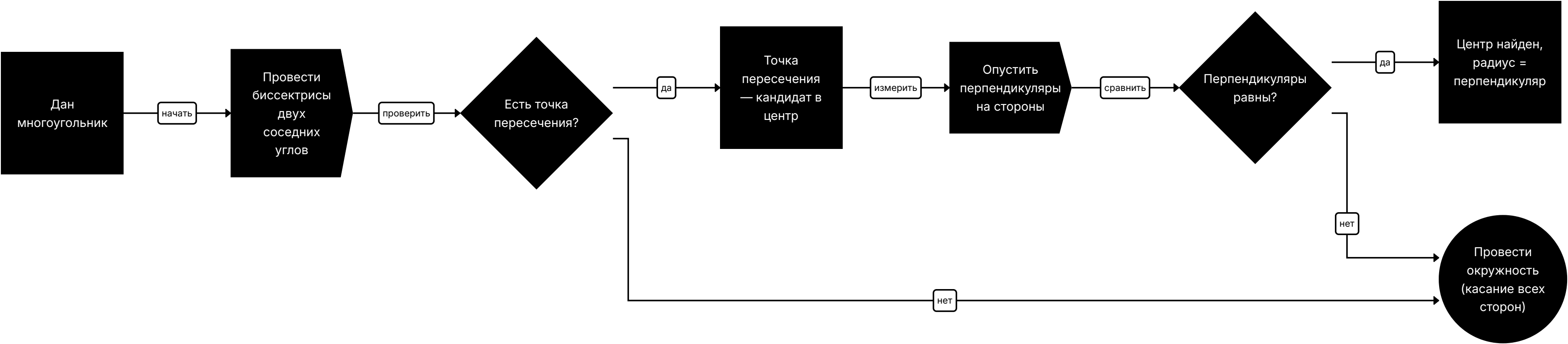
Школьный курс геометрии (7–9 классы): определения и признаки вписанной окружности

Свойства связаны между собой: центр задаётся пересечением биссектрис и одновременно одинаковыми расстояниями до сторон.

Если в задаче получается точка, из которой перпендикуляры до всех сторон равны, то она одновременно подтверждает существование вписанной окружности и её центр.

Алгоритм: найти центр и построить вписанную окружность

Последовательность шагов опирается на пересечение внутренних биссектрис и равенство расстояний от центра до сторон



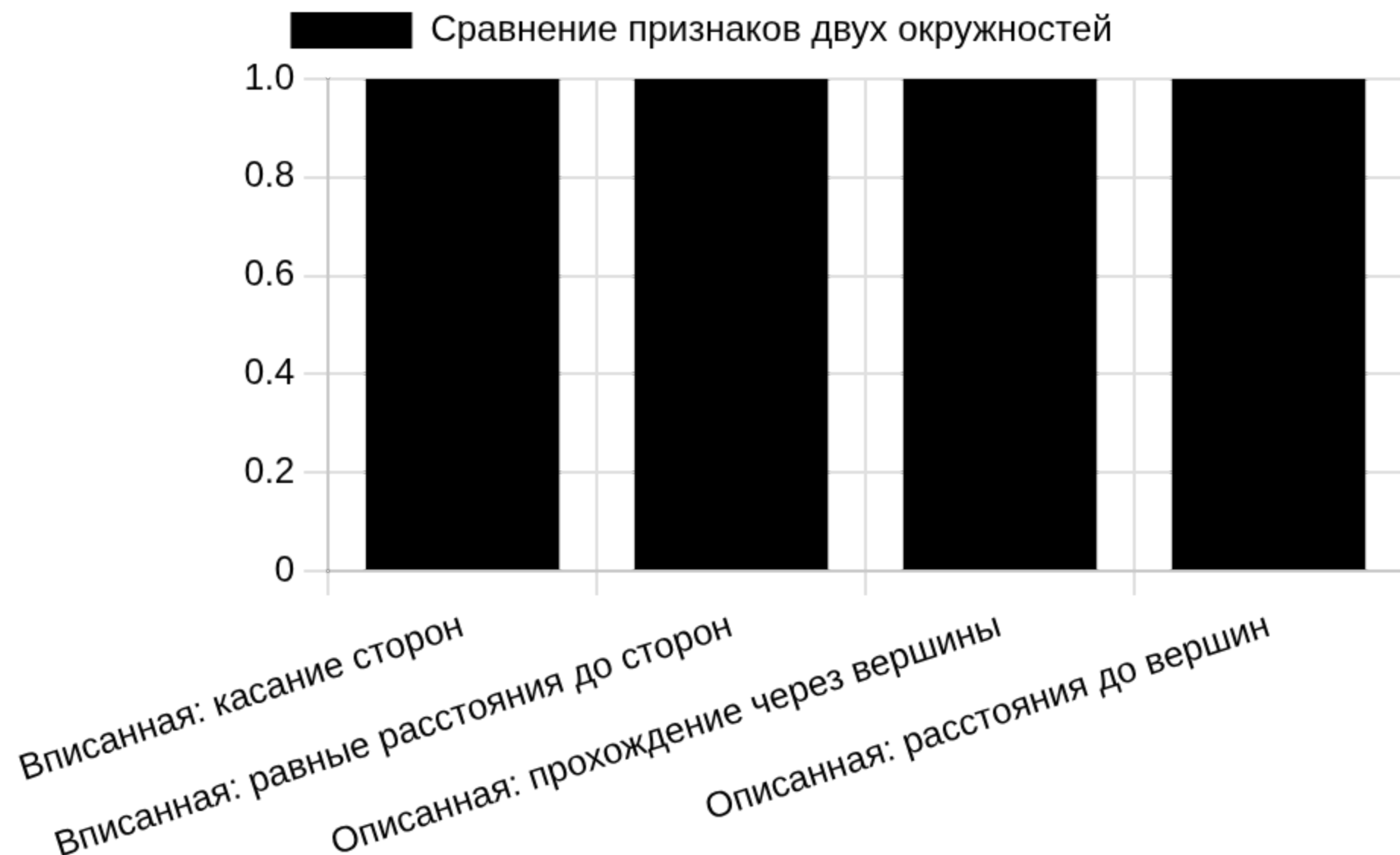
Пример на правильном шестиугольнике

У правильного шестиугольника центр расположен в середине фигуры, и он одинаково «видит» все стороны: расстояние от центра до каждой стороны получается одним и тем же.

Благодаря этому внутри шестиугольника можно провести окружность с радиусом, равным этим равным расстояниям. Такая окружность будет касаться каждой стороны ровно в одной точке.

Симметрия правильного шестиугольника делает проверку наглядной: углы и стороны повторяются, а значит, перпендикуляры от центра к сторонам совпадают по длине.

Вписанная и описанная окружности: сравнение



Контраст хорошо виден на признаках: у вписанной окружности ключевое — касание сторон и равные расстояния до них, у описанной — прохождение через вершины и соответствующие точки измерения.

Диаграмма подчёркивает, что это разные объекты и проверяются разными критериями. Поэтому в задачах важно заранее понять, какая окружность требуется по условию.

Схематическое сравнение признаков (условные единицы), 2026

Задачи, где свойство особенно полезно



Поиск радиуса и расстояний

Если в задаче задана фигура, для которой известно существование вписанной окружности, по биссектрисам находят центр. Затем радиус получают как перпендикуляр от центра до стороны и используют в вычислениях.



Проверка симметрии фигуры

Когда центр вписанной окружности совпадает с центром симметрии (например, в правильных многоугольниках), это упрощает проверку. Достаточно убедиться в равенстве расстояний до сторон, а не измерять всё подряд.



Точные построения

Свойство пересечения биссектрис даёт точку центра. Дальше проводят перпендикуляр к стороне, откладывают радиус и строят окружность, чтобы она касалась каждой стороны строго по условию задачи.



Возможность существования окружности

В задачах на доказательство часто нужно определить, будет ли окружность вписанной. Достаточно проверить, сходятся ли внутренние биссектрисы в одной точке и одинаковы ли расстояния от неё до всех сторон.

Геометрия становится «измеримой»

Вписанная окружность касается всех сторон многоугольника изнутри, а её центр лежит на пересечении биссектрис и равноудалён от сторон. Для треугольника она существует всегда, а для остальных — лишь при точных условиях.