

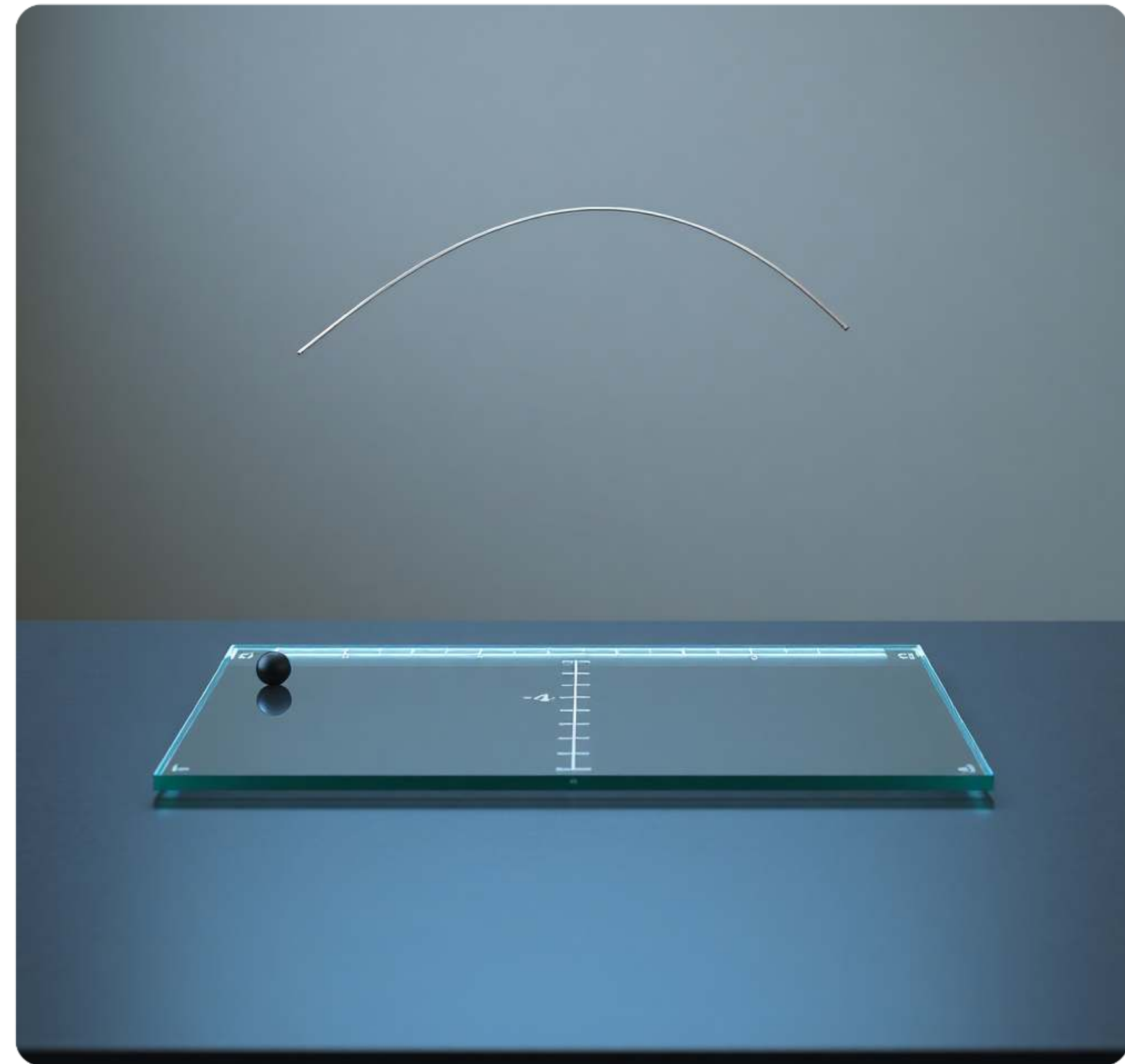


Четыре важные кривые в алгебре 10 класса

Как уравнение превращается в график и раскрывает свойства функции?

Графики, которые связывают алгебру и геометрию

На координатной плоскости формулы становятся видимыми: прямая, парабола, гипербола и окружность помогают читать зависимости, исследовать функции и уверенно переходить от уравнения к графику и обратно.



Прямая: уравнение и основные свойства

1

Общий вид

Прямая в общем виде задаётся уравнением $ax + by + c = 0$, где коэффициенты a и b не обращаются в ноль одновременно. Такая запись удобна для преобразований и решения задач.

2

Угловой коэффициент

Форма $y = kx + b$ сразу показывает наклон прямой. Коэффициент k отвечает за направление изменения, а b указывает точку пересечения с осью Oy .

3

Возрастание и убывание

Если $k > 0$, прямая идёт вверх слева направо и функция возрастает. При $k < 0$ график убывает, а при $k = 0$ получается горизонтальная линия.

4

Вертикальная прямая

Прямая, параллельная оси Oy , не может быть записана в виде $y = kx + b$. Её уравнение имеет вид $x = \text{const}$ и задаёт все точки с одной абсциссой.

5

Геометрический смысл

По уравнению прямой можно определить пересечения с осями, направление наклона и расположение графика на плоскости. Это делает линейную зависимость одной из самых наглядных в курсе алгебры.

Способы задания прямой

Вид уравнения	Запись	Что определяется
Общее	$ax+by+c=0$	Любая прямая
С углом	$y=kx+b$	Наклон и сдвиг
Через точки	по 2 точкам	Единственная прямая
Через точку	точка и наклон	Направление линии

Одна и та же прямая может быть записана несколькими равносильными способами.

Выбор формы зависит от данных задачи: одна запись удобна для анализа, другая — для построения или нахождения неизвестных.

График прямой и его чтение по координатной сетке

Постоянный наклон

График прямой изображает движение с неизменным наклоном. Это позволяет сразу увидеть, как быстро меняется величина и в какую сторону идёт изменение.

Пересечения с осями

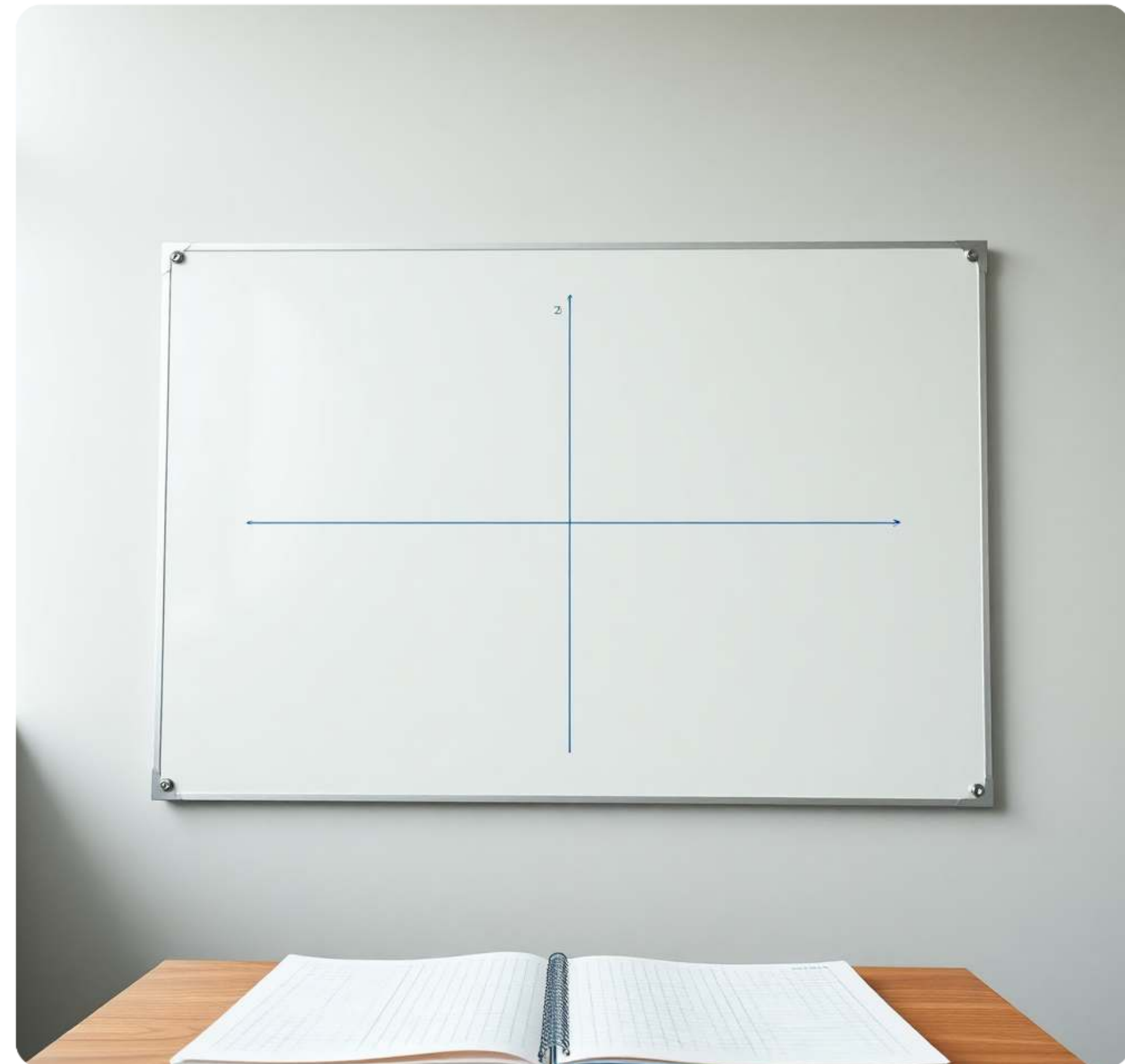
По рисунку легко найти точки, где линия пересекает оси координат. Эти точки помогают восстановить уравнение и проверить, согласуется ли график с условиями задачи.

Знак коэффициента

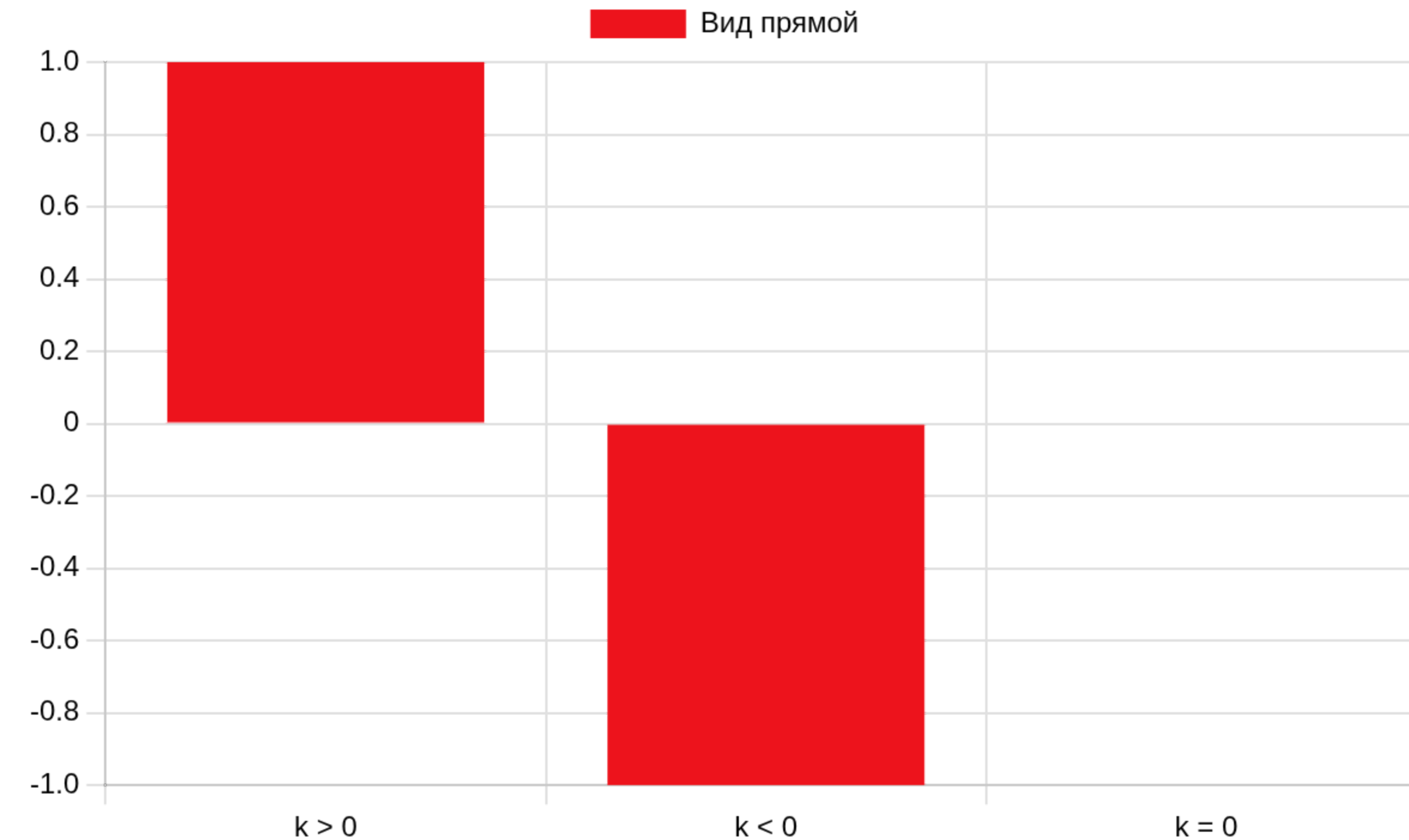
Расположение прямой показывает знак углового коэффициента: подъём слева направо означает положительное значение, а спад — отрицательное. Горизонтальная линия соответствует нулевому коэффициенту.

Практические модели

Линейные зависимости описывают стоимость с фиксированной платой, равномерное движение и ситуации, где результат увеличивается на одинаковую величину. Поэтому прямую важно уметь читать без вычислений.



Как коэффициент k влияет на вид прямой



Чем больше по модулю коэффициент k , тем заметнее наклон линии и тем резче меняется функция на графике.

Знак k задаёт направление изменения, а модуль определяет крутизну. Нулевое значение делает график горизонтальным.

Окружность: центр, радиус и каноническое уравнение

1.

Определение

Окружность состоит из всех точек плоскости, которые находятся на одинаковом расстоянии от одной фиксированной точки. Эта точка называется центром и задаёт положение фигуры.

2.

Каноническая запись

Стандартное уравнение окружности имеет вид $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$. Оно сразу показывает координаты центра (a, b) и радиус R .

3.

Почему это удобно

По уравнению легко понять, где расположен центр и насколько велика окружность. После раскрытия скобок получается квадратное уравнение без члена xy , что отличает её от других кривых.

4.

Связь с плоскостью

Если задан центр и радиус, окружность определяется полностью. Поэтому в задачах достаточно найти эти два параметра, чтобы восстановить весь график на координатной плоскости.

Элементы окружности и их смысл в координатах

Эти элементы помогают описать окружность как фигуру и как графический объект.

Окружность задаётся двумя основными параметрами — центром и радиусом; остальные элементы описывают её положение и отношения с прямыми и отрезками.

Элемент	Обозначение	Смысл
Центр	$O(a, b)$	Положение
Радиус	R	Размер
Диаметр	$2R$	Полная ширина
Хорда	AB	Отрезок
Касательная	t	Одна точка

Окружность в окружающем мире и в задачах

Механизмы и точность

Колёса, шкивы и циферблаты показывают окружность как форму, в которой важны центр и радиус. В чертежах эта фигура помогает задавать одинаковые расстояния, симметрию и движение вокруг оси.



От задачи к модели

В геометрии окружность часто становится основой для построения касательных, хорд и дуг. В физике она помогает описывать вращение и равномерное движение, когда траектория сохраняет постоянное расстояние до центра.



Парабола как график квадратной функции

Квадратная запись

Парабола задаётся уравнением $y = ax^2 + bx + c$, где a не равно нулю. Именно наличие квадратичного члена отличает её от прямой и определяет характерный изгиб графика.

Направление ветвей

Если $a > 0$, ветви направлены вверх, а если $a < 0$ — вниз. Знак коэффициента сразу показывает, где расположен минимум или максимум функции.

Ширина графика

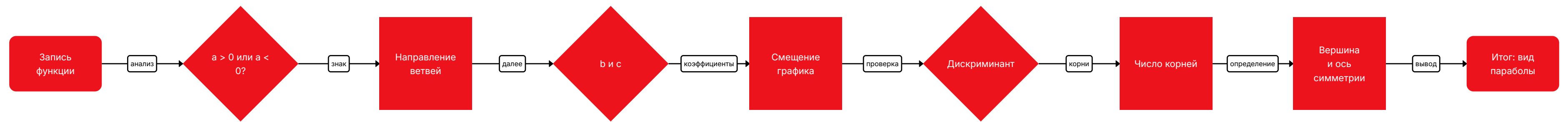
Чем больше $|a|$, тем уже и круче парабола; чем меньше $|a|$, тем она шире. Это помогает сравнивать функции даже без точного построения.

Вершина и симметрия

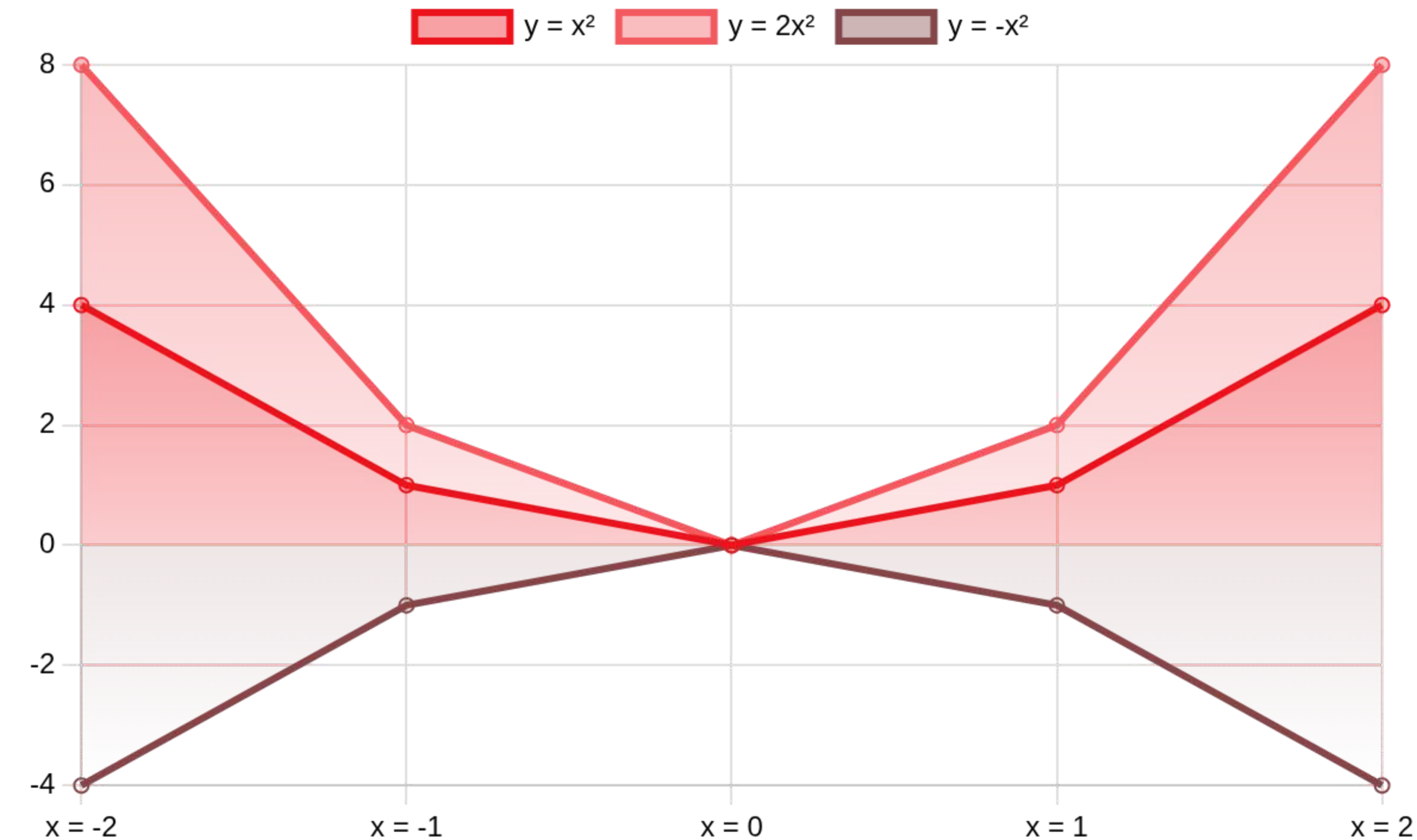
Вершина, ось симметрии и нули функции позволяют полностью описать положение параболы. Эти элементы удобно использовать при решении задач на построение и анализ графика.

Как по коэффициентам читается парабола

Алгебраическая запись $y = ax^2 + bx + c$ позволяет последовательно определить направление ветвей, положение графика и число пересечений с осями.



Сравнение парабол с разными коэффициентами



На одном масштабе видно, как меняются направление ветвей и ширина графика при изменении коэффициента a .

Знак a определяет ориентацию параболы, а модуль коэффициента — её крутизну и степень сжатия.

Гипербола и обратная пропорциональность

Обратная зависимость

График $y = k/x$ показывает, что увеличение одной величины сопровождается уменьшением другой. Такая связь удобна для описания процессов, где произведение величин сохраняется или меняется по правилу.

Две ветви

Гипербола распадается на две части, расположенные по разные стороны от осей. Их положение зависит от знака k : ветви могут лежать в I и III или во II и IV четвертях.

Поведение у нуля

При приближении x к нулю значения функции по модулю быстро растут. Это делает точку $x = 0$ недопустимой для формулы и подчёркивает разрыв графика.

Угасание вдаль

Когда $|x|$ становится большим, значения y стремятся к нулю. Поэтому ветви всё ближе подходят к осям, но не сливаются с ними в обычной записи функции.

Асимптоты гиперболы и её поведение

1

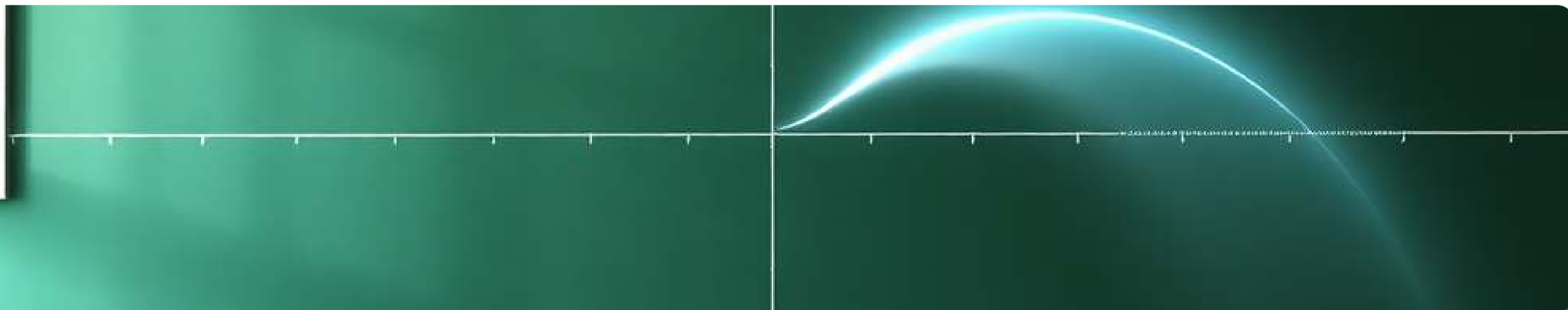
Линии приближения

Асимптоты задают направление, к которому стремятся ветви гиперболы при удалении от начала координат. Для $y = k/x$ это оси $x = 0$ и $y = 0$, задающие характерный «коридор» графика.

2

Практический смысл

Асимптоты помогают быстро понять, где функция не определена и как ведёт себя вне видимой области. На чертеже пунктир показывает не границу графика, а его предельное приближение к осям.



Сравнение четырёх кривых по главным признакам

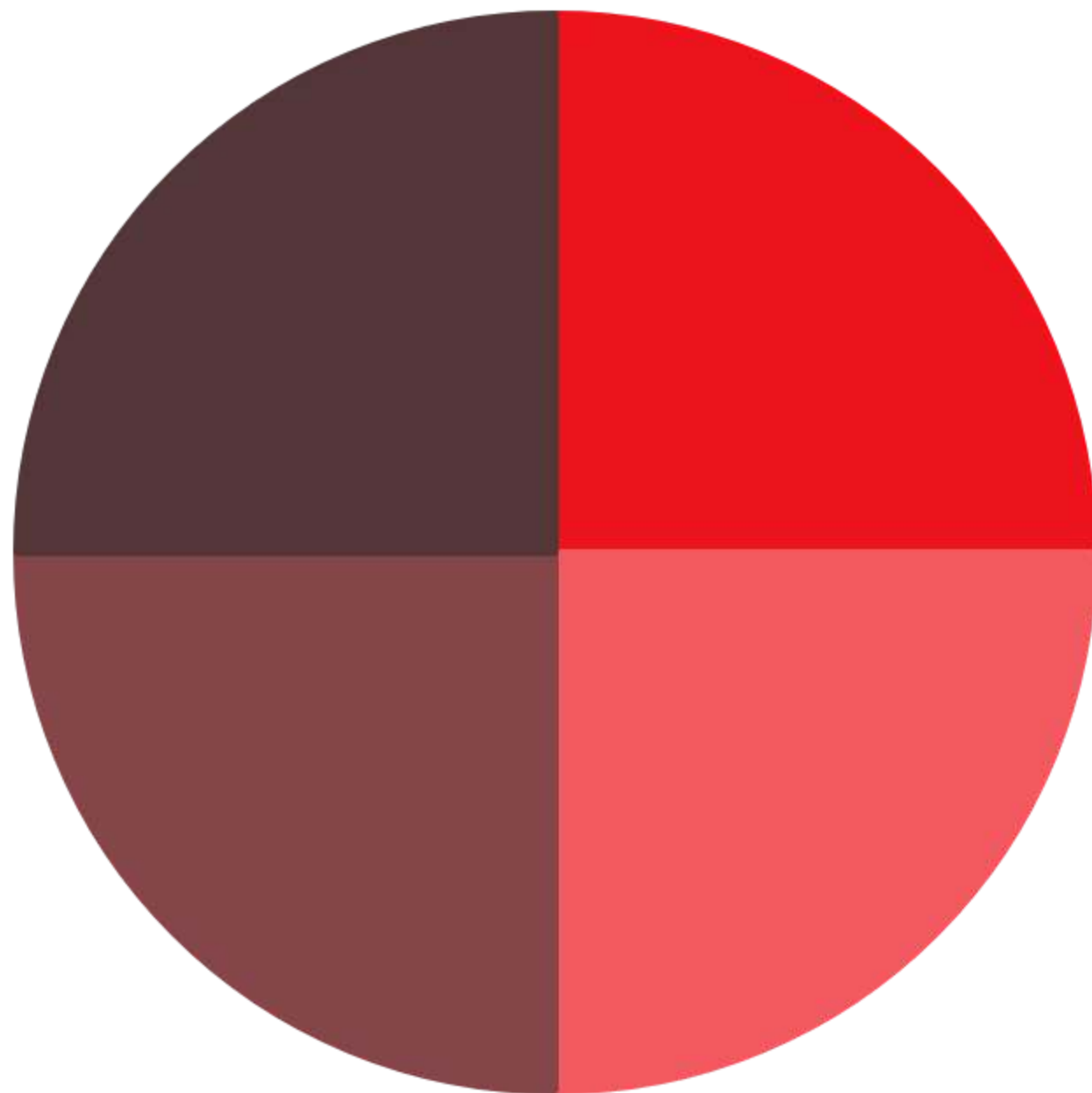
Кривая	Уравнение	График	Признак
Прямая	линейное	одна линия	постоянный наклон
Окружность	две квадр.	замкнутая	центр и радиус
Парабола	квадратное	U или n	вершина
Гипербола	дробное	две ветви	асимптоты

Краткое сопоставление формы уравнения, вида графика и характерных свойств.

Тип уравнения позволяет заранее предсказать форму кривой и её ключевые свойства.

Связь формы кривой и области применения

■ Линейные модели ■ Параболические модели ■ Окружности
■ Гиперболы



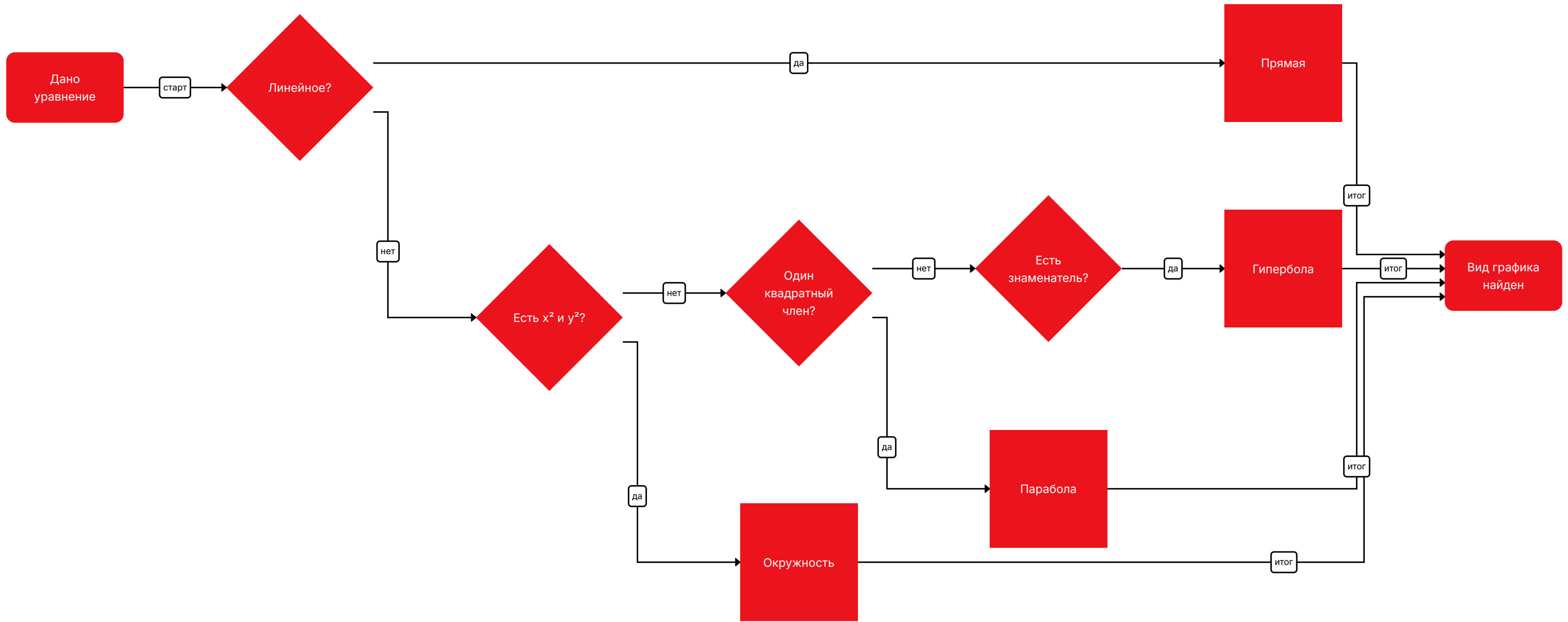
Разные кривые становятся удобными моделями там, где важны собственные им геометрические и функциональные признаки.

Выбор графика помогает подобрать математическую форму под реальное явление и упростить его описание.

Обобщение учебных примеров; диаграмма носит иллюстративный характер.

Как определить вид кривой по уравнению

Алгоритм распознавания основан на структуре записи: наличие линейного, квадратного или дробного вида указывает на соответствующий график.



Переход от формулы к графику и обратно



Формула как правило

Запись может описывать вычисление значений функции. Тогда коэффициенты и переменные задают строгий порядок действий, по которому можно получить таблицу значений и построить график.



График как зависимость

На координатной плоскости видно, как одна величина меняется вместе с другой. Пересечения с осями, симметрия и направление роста помогают быстро считывать свойства функции.



Геометрическая модель

Тот же объект можно рассматривать как линию или множество точек с определённым свойством. Именно это связывает алгебру и геометрию в единую школьную тему.

Зачем изучать эти кривые на уроках алгебры

1.

Чтение уравнений

Умение распознавать тип кривой по записи развивает математическую грамотность. Ученик быстрее понимает, какие свойства следует искать: наклон, вершину, центр, радиус или асимптоты.

2.

Построение моделей

Линейные, квадратичные, дробно-рациональные и геометрические зависимости помогают описывать реальные ситуации в физике, химии, экономике и информатике без лишних слов.

3.

Анализ графиков

По графику удобно находить нули функции, промежутки возрастания и убывания, точки пересечения с осями и характер симметрии. Это облегчает решение уравнений и задач.

4.

Понимание процессов

Прямая, парабола, гиперболa и окружность показывают, как алгебра превращается в язык описания движения, формы, расстояния и изменения величин в реальном мире.

От формулы к образу — и обратно

Прямая, парабола, гиперболa и окружность показывают, как алгебраическая запись превращается в наглядный график. Понимание их свойств помогает уверенно читать уравнения, строить модели и видеть математику в реальных задачах.