



Многогранники вокруг нас

Объёмные фигуры рядом с нами каждый день.



Что изучаем в теме «Многогранники»

Сегодня разберём, из чего состоят многогранники, как их распознавать и сравнивать. Поговорим о призмах, пирамидах, развертках, сечениях, симметрии и о связи между элементами фигуры.



Где мы встречаем многогранники



Коробки и упаковка

Если присмотреться к картонной коробке или упаковке от сока, легко заметить знакомую форму. Её стороны плоские, а углы и рёбра хорошо видны. Именно так в жизни выглядит многогранник.



Игрушечные модели

Маленький домик-кубик из конструктора тоже помогает понять идею темы. У него нет округлых поверхностей, зато есть грани, рёбра и вершины, которые удобно рассматривать и считать.



Формы в природе

Кристаллы тоже часто имеют чёткие плоские грани. Поэтому многогранники встречаются не только в быту, но и в природе, где форма может быть удивительно правильной и симметричной.

Из чего состоит фигура



Грани

Грань — это плоская часть многогранника. Именно грани образуют его внешнюю поверхность и определяют общий вид фигуры, поэтому по ним удобно распознавать разные тела.



Рёбра

Ребро появляется там, где две грани встречаются и пересекаются. Рёбра помогают понять, как соединены части фигуры, и задают её «каркас».



Вершины

Вершина — точка, в которой сходятся рёбра. Чем больше вершин у фигуры, тем сложнее её строение, а их число важно при подсчётах.



Диагонали

Диагональ соединяет две несоседние вершины. Она проходит внутри или по поверхности фигуры и показывает, как можно мысленно «перешагнуть» через её стороны.

Основные виды многогранников

Сначала удобно делить многогранники по общим признакам строения. Это помогает быстрее узнавать фигуру по рисунку и понимать, к какому типу она относится.

По числу оснований и виду граней можно быстро отличить призму, пирамиду и куб.

Школьная геометрия, базовые определения многогранников

Вид	Главный признак
Призма	2 основания
Пирамида	1 основание
Куб	Все грани равны

Как устроена призма

.1

Два основания

Призма всегда имеет два равных и параллельных основания. Они лежат в параллельных плоскостях, а боковые грани соединяют соответствующие вершины этих оснований.

.2

Боковые грани

Боковые грани призмы образуют её «стенки». Если призма прямая, эти грани имеют вид прямоугольников и особенно легко изображаются на чертеже.

.3

Разные основания

Основанием призмы может быть любой многоугольник: треугольник, четырёхугольник, шестиугольник и другие. Поэтому форма призмы зависит от выбранного основания.



Параллелепипед и куб



Параллелепипед

Параллелепипед — это призма, у которой основания и боковые грани являются параллелограммами. Такая форма часто встречается в коробках, ящиках и строительных деталях.

Куб

Куб можно считать особым параллелепипедом. У него все грани — равные квадраты, а все рёбра одинаковой длины, поэтому он выглядит особенно аккуратно.

Примеры вокруг нас

Кирпич, ящик и игровой кубик помогают увидеть разницу между общей формой параллелепипеда и строгой симметрией куба. В обоих случаях легко считать рёбра и вершины.

Считаем площадь поверхности

Полная площадь поверхности призмы равна сумме площадей всех её граней. Для прямой призмы удобно отдельно считать основания и боковую часть.

Если два основания дают 12 см^2 , а боковая часть — 20 см^2 , то вся поверхность равна 32 см^2 .

По условию примера из темы

Часть	Площадь
Основания	2×6
Боковая часть	20
Итого	32

.1

Одно основание

У пирамиды есть только одно основание. Все боковые грани — треугольники, и они сходятся в одной общей вершине, которую называют вершиной пирамиды.

.2

Правильная и неправильная

Если основание правильное, а вершина расположена над его центром, пирамиду называют правильной. Если условия симметрии нарушены, пирамида считается неправильной.

Строение пирамиды

.3

Где встречается

Пирамидальные формы заметны в шатрах, крышах и некоторых памятниках. Поэтому эту фигуру легко узнать и в архитектуре, и в окружающих предметах.



Усечённая пирамида



- **Как получается**

Такую фигуру получают, если верхушку пирамиды срезать плоскостью, параллельной основанию. Форма становится устойчивее и визуально мягче, но сохраняет признаки пирамиды.

- **Два основания**

У усечённой пирамиды два основания: нижнее больше, верхнее меньше. Боковые грани уже не треугольники, а трапеции, которые соединяют соответствующие стороны оснований.

- **В жизни**

Эта форма часто напоминает ведро, абажур или декоративную подставку. Поэтому её легко узнать в предметах интерьера и в технических деталях.

Идея правильных многогранников

.1

Главный признак

Правильный многогранник можно узнать по двум признакам: все его грани одинаковы и являются правильными многоугольниками, а вокруг каждой вершины устроено одно и то же сочетание рёбер.

.2

Симметрия формы

Такие фигуры обладают особенно строгой симметрией: если повернуть или мысленно переставить их части, форма не теряет равновесия и выглядит одинаково со всех направлений.

.3

Платоновы тела

В школьной математике их называют платоновыми телами. Это пять редких, но очень важных объёмных фигур, которые показывают, насколько разнообразным может быть строение многогранников.

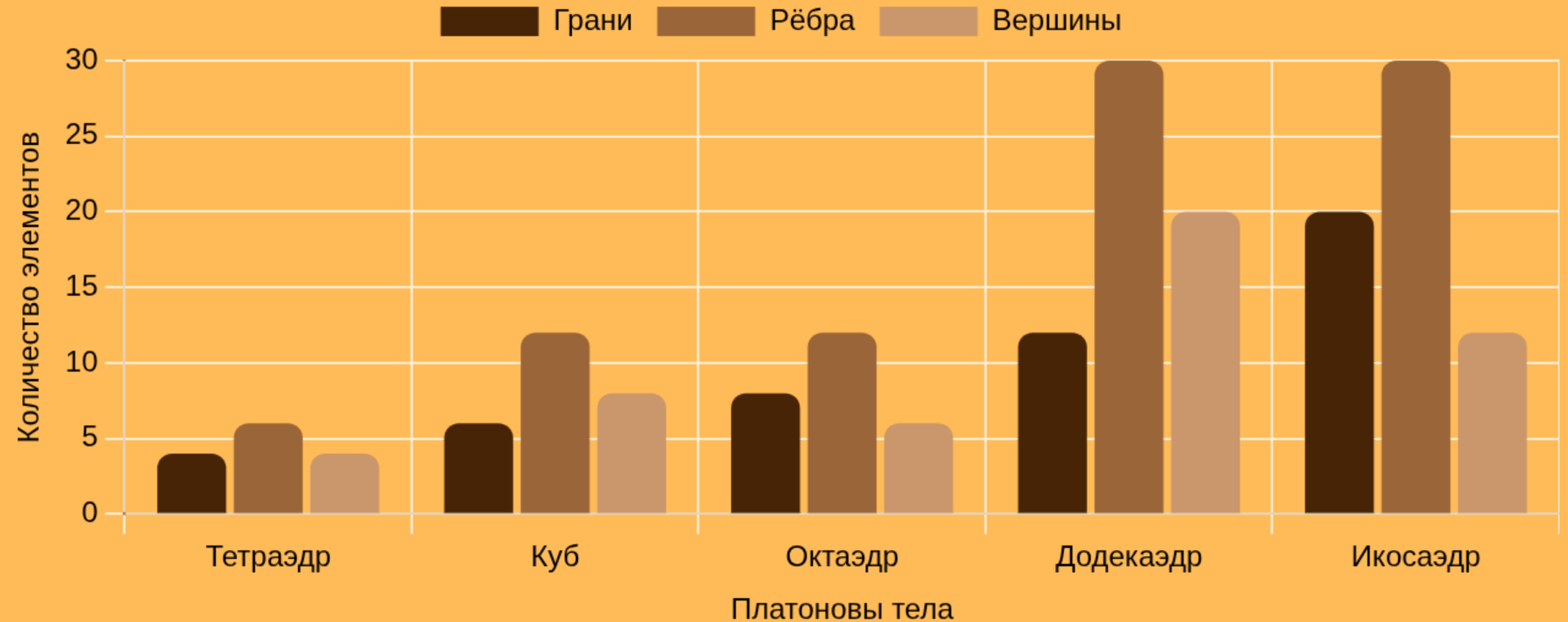


Пять платоновых тел

В таблице и на схеме сравниваются только три числовых признака: число граней, рёбер и вершин у каждого правильного многогранника.

У всех пяти тел набор элементов строго фиксирован. Самыми простыми по числам остаются тетраэдр и куб, а у додекаэдра и икосаэдра уже больше граней и рёбер.

Учебные сведения по теме «Платоновы тела»



.1

Тетраэдр

Тетраэдр состоит из четырёх одинаковых треугольных граней. Это самая простая из правильных фигур, но у неё уже есть чёткий порядок: 6 рёбер и 4 вершины.

.2

Куб

Куб легко узнать по шести квадратным граням. Все рёбра у него равны, а восемь вершин образуют очень устойчивую и привычную для нас пространственную форму.

Платоновы тела: первые три

.3

Октаэдр

Октаэдр напоминает две соединённые пирамиды. Его восемь треугольных граней и двенадцать рёбер создают форму, которая выглядит лёгкой и в то же время строго симметричной.



Платоновы тела: последние два

Додекаэдр

Додекаэдр имеет двенадцать пятиугольных граней, тридцать рёбер и двадцать вершин. Несмотря на сложный вид, он подчиняется тем же строгим правилам правильного многогранника.

Икосаэдр

Икосаэдр состоит из двадцати треугольных граней, тридцати рёбер и двенадцати вершин. Его форма особенно выразительна и часто используется в моделях, играх и геометрических иллюстрациях.



Как работает развертка

От плоского изображения к объёмной модели



Пример сети куба и призмы

.1

Сеть куба

Развёртка куба состоит из шести квадратов. Если хотя бы одна грань расположена неверно, при складывании рёбра не совпадут и фигуру собрать не получится.

.2

Сеть призмы

У прямой призмы боковых прямоугольников всегда столько же, сколько сторон у основания. Это помогает быстро проверить, достаточно ли элементов в развёртке.

.3

Проверка сборки

Хорошая развёртка должна не только содержать нужные грани, но и позволять сложить их без перекрытия. Именно так проверяют, является ли рисунок настоящей сетью.



Сечение многогранника



Что получается

Сечение появляется там, где плоскость пересекает многогранник. Получившаяся фигура может отличаться от исходной и показывает внутреннее строение тела через плоский контур.



Возможные формы

У куба и призмы сечения часто бывают треугольными, четырёхугольными или шестиугольными. Всё зависит от того, под каким углом проходит плоскость.



Зависимость от угла

Если изменить положение плоскости, меняется и вид сечения. Поэтому одна и та же фигура может давать разные результаты при разных пересечениях.

Симметрия многогранников



Оси симметрии

Ось симметрии проходит через фигуру так, что при повороте вокруг неё части многогранника совпадают. У куба таких направлений несколько, поэтому он выглядит очень уравновешенно.



Плоскости симметрии

Плоскость симметрии делит многогранник на две зеркально равные части. Если мысленно сложить фигуру по этой плоскости, половины точно совпадут.



Зеркальное соответствие

Отражение помогает увидеть симметрию в плоском и пространственном виде. У правильных многогранников все соответствующие части расположены одинаково, поэтому их форма кажется особенно стройной.



Поворотная симметрия

Поворот тоже может сохранять фигуру без изменений. Именно поэтому правильные многогранники считаются самыми симметричными: их форма устойчива к поворотам и отражениям.

Формула Эйлера

Формула Эйлера помогает связать основные элементы выпуклого многогранника и быстро проверить, не допущена ли ошибка в подсчёте.

Для выпуклых многогранников значение выражения всегда равно 2. На кубе это видно сразу: формула подтверждает правильность подсчёта граней, рёбер и вершин.

Формула Эйлера для выпуклых многогранников

Многогранник	F	E	V
Куб	6	12	8
Проверка	6-12+8	=	2

Что запомнили о многогранниках

Многогранники легко узнавать в окружающих предметах, если смотреть на грани, рёбра и вершины. Повтори пять платоновых тел, проверь развёртки и попробуй объяснить, какое сечение получится у фигуры.