



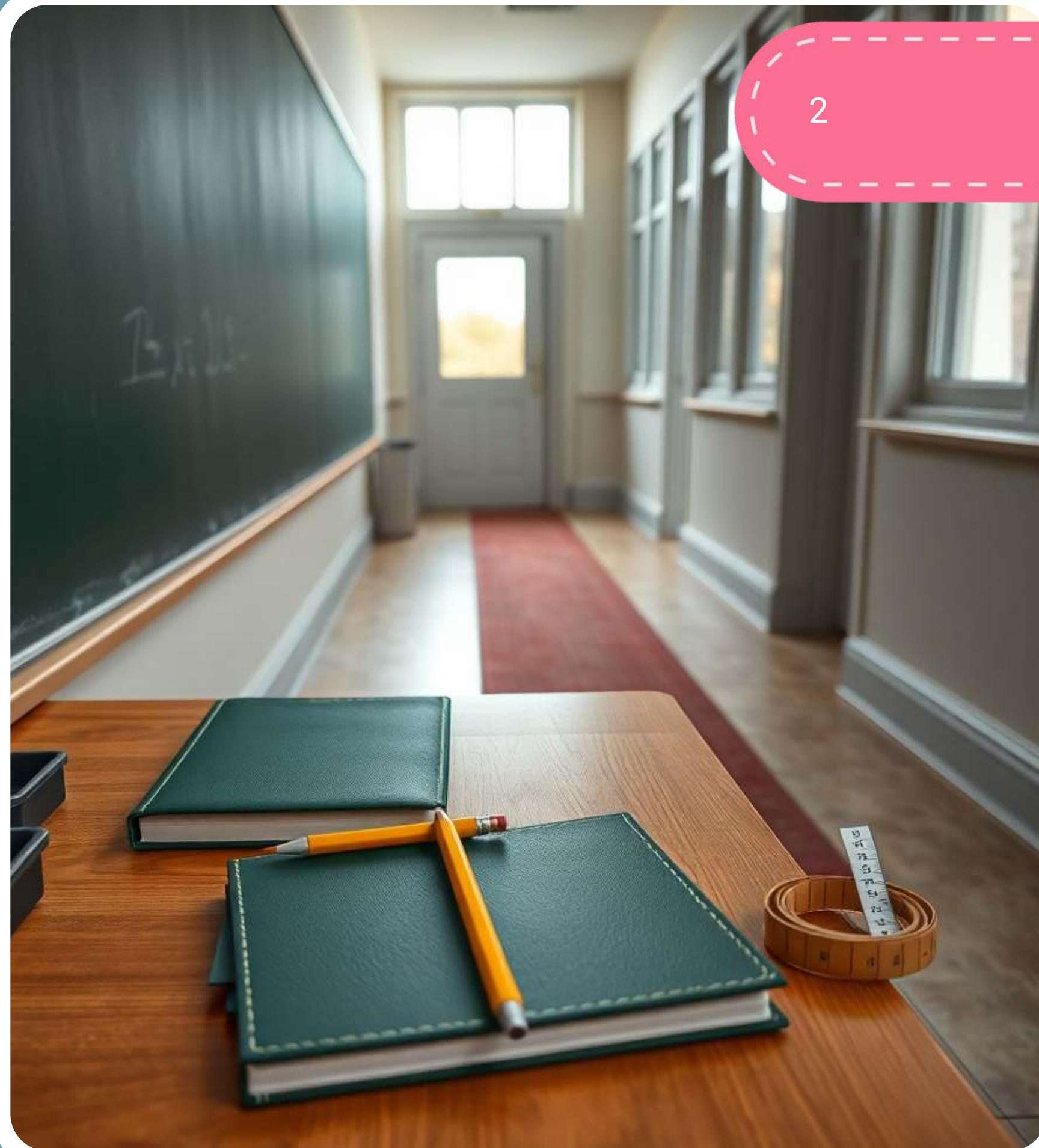
Линейная функция: формула, график и смысл коэффициентов

Формула, график
и коэффициенты — без лишних
сложностей.



Зачем изучать линейную функцию в 8 классе

Она помогает увидеть зависимость между величинами, находить значения по формуле и строить прямую по двум точкам. Это основа для уравнений, систем и чтения графиков в следующих темах.



Что называется функцией

3



Одно значение для x

Функция задаёт правило: каждому значению аргумента x соответствует только одно значение y . Если для одного x получаются разные y , это уже не функция.



Запись $f(x)$

Обозначение $y = f(x)$ читают как «значение функции при данном x ». Оно удобно, когда нужно отдельно говорить о самой зависимости и о её значениях.



Линейный случай

Линейная функция — это функция с равномерным изменением. При увеличении x на одинаковые шаги y меняется каждый раз на одну и ту же величину.



Связь с графиком

Каждому значению x соответствует точка на координатной плоскости. Если отметить все такие точки, у линейной функции они выстроятся в одну прямую.

Общий вид линейной функции

4

01

Записываем формулу

Линейная функция имеет общий вид $y = kx + b$. В этой записи x — переменная, а числа k и b задают свойства самой прямой.

02

Находим b

Если $x = 0$, то $y = b$. Значит, свободный член b показывает, где график пересекает ось y , и сразу задаёт одну точку прямой.

03

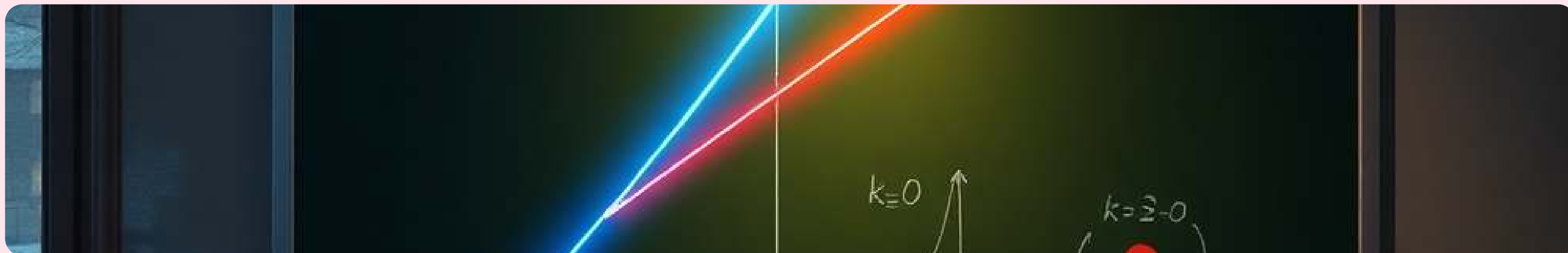
Понимаем роль k

Коэффициент k определяет наклон и направление графика. При $k > 0$ прямая поднимается слева направо, а при $k < 0$ опускается.

04

Случай нулевого наклона

Если $k = 0$, формула превращается в $y = b$. Тогда значение функции не меняется, а график становится горизонтальной прямой.



Что означают коэффициенты k и b

5

Коэффициенты показывают, как выглядит прямая и где она расположена на плоскости.

Коэффициент	Смысл	Пример
$k > 0$	Возрастание	$y = 2x - 3$
$k < 0$	Убывание	$y = -x + 1$
b	Сдвиг по y	$(0; -3)$

k отвечает за наклон и направление, а b — за положение прямой относительно оси y .

По общему виду линейной функции $y = kx + b$.

Проверка: линейная ли формула?

6

Схема основана на виде выражения и сравнении с формой $y = kx + b$.

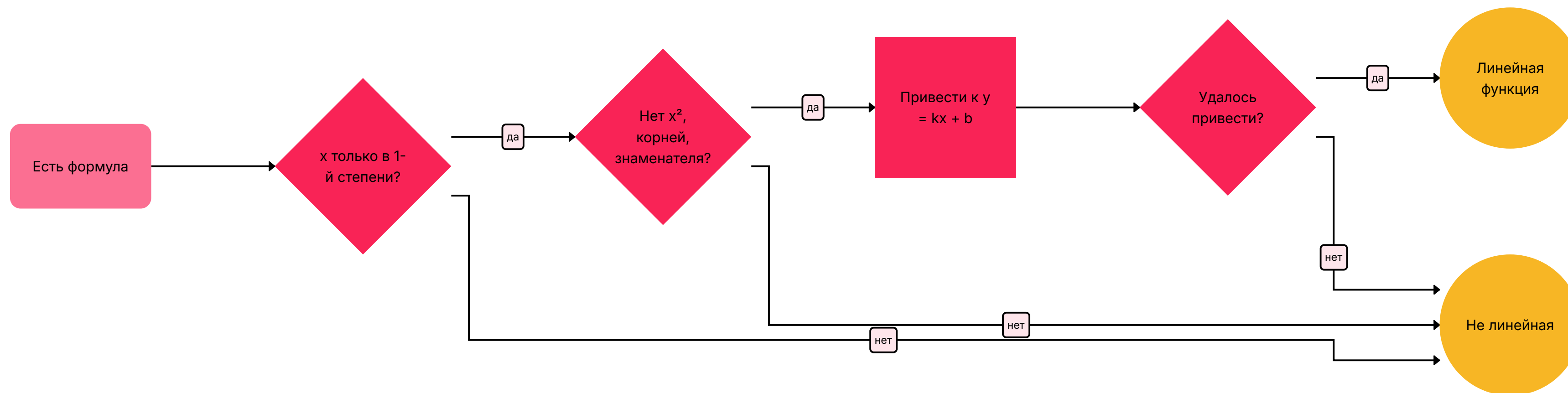


График линейной функции

7



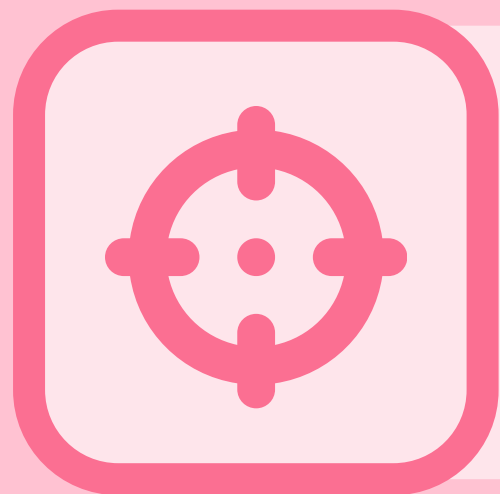
Всегда прямая

График линейной функции не искривляется: все его точки лежат на одной прямой. Поэтому достаточно понять две характеристики — наклон и положение относительно оси y .



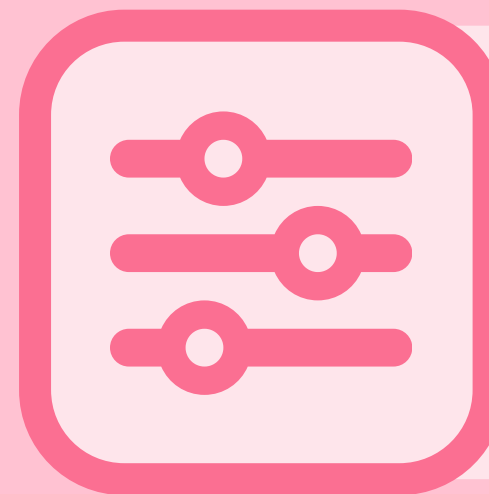
Две точки для построения

Чтобы построить прямую, обычно находят две точки по таблице значений и отмечают их на координатной плоскости. Через эти точки проводят единственную прямую.



Начало координат

Если $b = 0$, прямая проходит через точку $(0; 0)$. Это удобно запомнить: свободный член исчезает, и график начинается прямо из начала координат.



Наклон по k

Чем больше модуль k , тем круче идёт прямая. При меньшем модуле k линия выглядит более полой, хотя остаётся такой же прямой.

Как знак и величина k меняют график

8

На рисунке сравниваются три направления прямой и их положение на плоскости.

Знак k определяет рост или убывание, а модуль k — крутизну наклона. При $k = 0$ график остаётся горизонтальным.

Схематическое сравнение свойств коэффициента k .

Точки графика и таблица значений

9



Координаты точки

Каждая точка графика записывается как $(x; y)$. Сначала выбирают значение x , затем по формуле находят соответствующее y и получают точку для построения.



Все точки связаны

Если формула линейная, все найденные точки окажутся на одной прямой. Это помогает быстро проверить правильность вычислений и построения графика.



Таблица помогает точно

Удобно брать 3–5 значений x и составлять таблицу. Так легче не ошибиться при вычислениях и аккуратно отметить точки на координатной плоскости.



Чтение графика

По готовой прямой можно наоборот находить значения x и y . Для этого используют координаты точек и связывают рисунок с формулой.

Пример линейной функции $y = 2x - 1$

10

x	y
-1	-3
0	-1
1	1
2	3

По таблице видно, как формула работает на разных значениях x .

При увеличении x на 1 значение y растёт на 2, значит $k = 2$. При $x = 0$ получаем $b = -1$.

Вычисления по формуле $y = 2x - 1$.



2 точки

достаточно, чтобы восстановить уравнение прямой.

По координатам двух точек вычисляют наклон, а затем находят свободный член. Этого хватает, чтобы записать формулу прямой без построения дополнительных точек.

Свойство прямой: через две точки проходит единственная прямая



Как меняется график при разных значениях b

12

Во всех трёх случаях наклон одинаковый, поэтому прямые остаются параллельными. Меняется только высота расположения графика на координатной плоскости.

Чем больше b , тем выше расположена прямая; меньший b сдвигает её вниз без изменения наклона.

Иллюстративные значения по формулам $y = x - 2$, $y = x$ и $y = x + 2$

Случай $b = 0$: прямая пропорциональность

13

01

Формула без сдвига

Когда свободный член равен нулю, получается запись $y = kx$. Это самая простая линейная зависимость: график не смещён вверх или вниз и проходит через начало координат.

02

Пропорциональное изменение

Если x увеличивается в несколько раз, то y меняется так же по правилу умножения на один и тот же коэффициент. Поэтому такую зависимость легко предсказывать и сравнивать.

03

Где встречается

Прямая пропорциональность полезна в задачах о цене за одинаковую единицу товара, расстоянии при равномерном движении и массе, если она зависит от количества одинаковых предметов.

04

Почему это важно

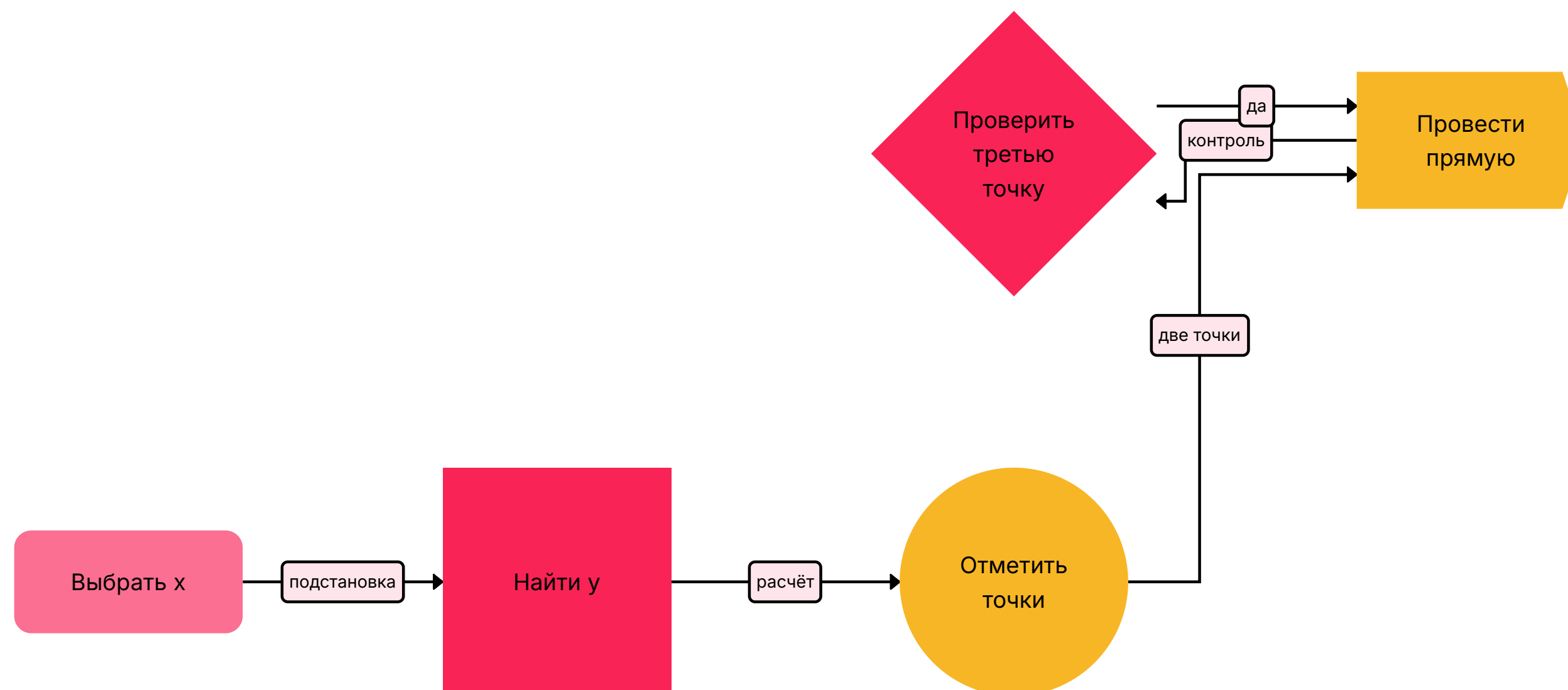
Этот частный случай помогает понять, как работает коэффициент k . Он показывает не только наклон прямой, но и масштаб изменения величины без постоянной добавки.



Построение графика линейной функции

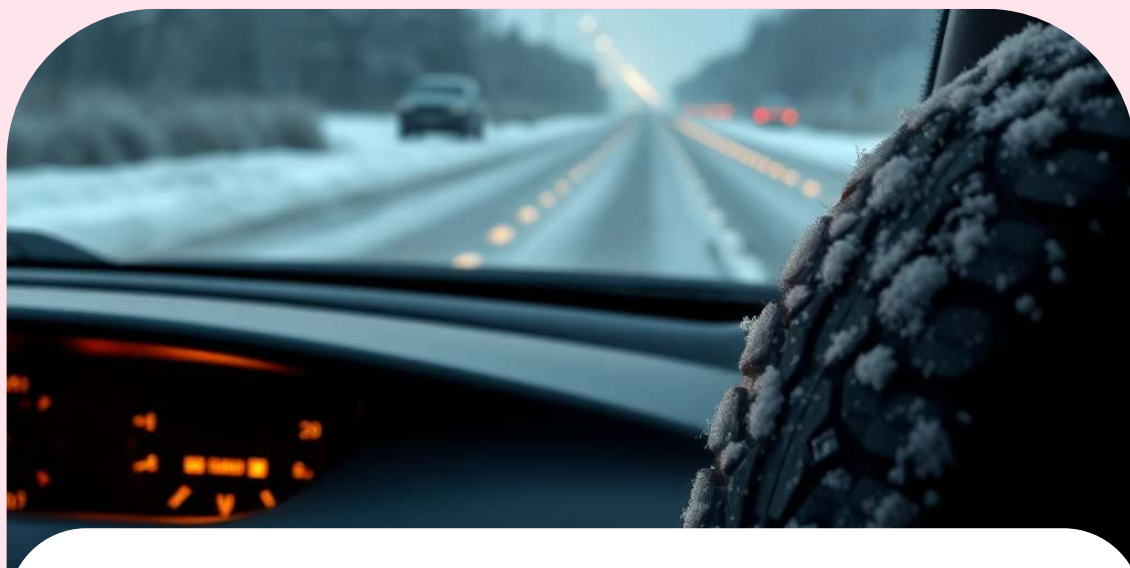
14

Алгоритм построения по формуле и проверка результата третьей точкой



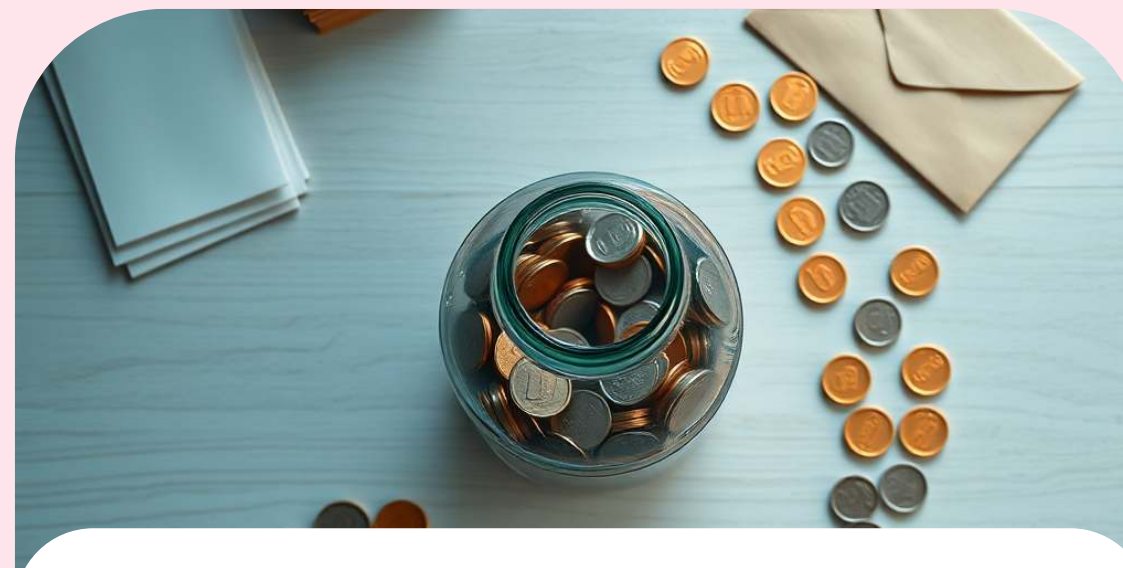
Линейная функция в жизни

15



Тариф поездки

Поездка на такси или автобусе может иметь постоянную часть и доплату за каждый километр. Тогда итоговая стоимость растёт равномерно, а формула помогает заранее оценить цену пути без лишних вычислений.



Счёт и накопления

Если каждый месяц на счёт добавляется одна и та же сумма, рост становится предсказуемым. По графику легко увидеть, сколько будет накоплено через несколько месяцев, если правило не меняется.



Равномерное движение

Когда тело движется с постоянной скоростью, пройденное расстояние зависит от времени линейно. Это удобно для задач о прогулке, поездке и перемещении по прямой дороге.

Примеры зависимостей, которые можно описать линейно

16

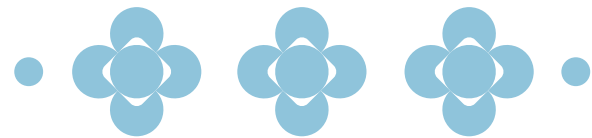
Каждая ситуация показывает постоянный старт и одинаковый шаг изменения. Это делает линейную модель удобной для простых расчётов и краткосрочного прогноза.

Если прибавка на каждом шаге не меняется, зависимость можно описать прямой линией и быстро оценивать будущие значения.

Иллюстративные примеры: тариф, движение, накопления

Типичные ошибки при работе с линейной функцией

17



Путаница в коэффициентах

Часто ученики меняют местами k и b . Из-за этого неверно определяют наклон прямой и точку пересечения с осью y , хотя сами вычисления могут быть выполнены правильно.



Ошибки со знаками

При подстановке чисел важно внимательно следить за плюсами и минусами. Одна пропущенная скобка или неверный знак может полностью изменить ответ и форму построенного графика.



Слишком широкое правило

Не каждая формула с x является линейной. Если есть x^2 , корень, произведение x на x или x в знаменателе, это уже другой тип зависимости.



Неточная проверка

После построения полезно проверить ещё одну точку. Если она не лежит на прямой, значит, в вычислениях допущена ошибка или выбрана неверная формула.

Линейная и нелинейная зависимость

Сравнение помогает быстро отличить прямую линию от других графиков и понять, одинаково ли меняется величина по шагам.

Признак	Линейная	Нелинейная
Формула	$y = kx + b$	Квадрат, корень
График	Прямая	Кривая
Изменение	Постоянное	Непостоянное

Если изменение по шагам постоянно, а график — прямая, зависимость линейная; иначе нужно искать другую модель.

Обобщение свойств линейной и нелинейной функций

Главные признаки линейной функции

19



Формула

Линейная функция записывается в виде $y = kx + b$. В этой записи переменная x стоит только в первой степени, поэтому зависимость удобно анализировать и строить по ней график.



График

Её график всегда является прямой линией. Достаточно найти две точки, чтобы провести всю прямую, а затем при необходимости проверить ещё одну точку по формуле.



Коэффициент k

Коэффициент k показывает направление и крутизну наклона. При положительном значении прямая идёт вверх, при отрицательном — вниз, а при нуле становится горизонтальной.



Коэффициент b

Свободный член b задаёт точку пересечения с осью y . Он показывает, с какого значения начинается график при $x = 0$, и отвечает за вертикальный сдвиг.



Линейная функция — простой язык для описания изменений

Она связывает формулу, таблицу и график в одну понятную модель. Освоив её, можно быстрее решать задачи, читать зависимости и уверенно переходить к более сложным темам.

