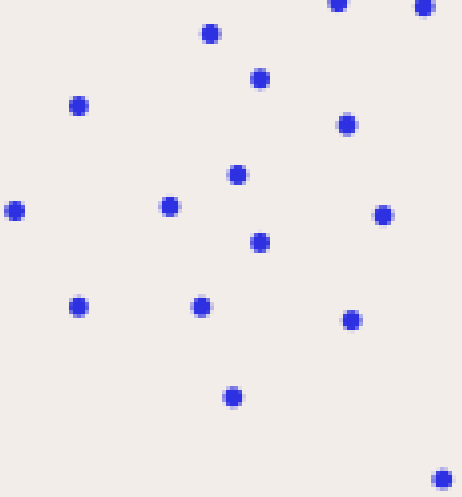
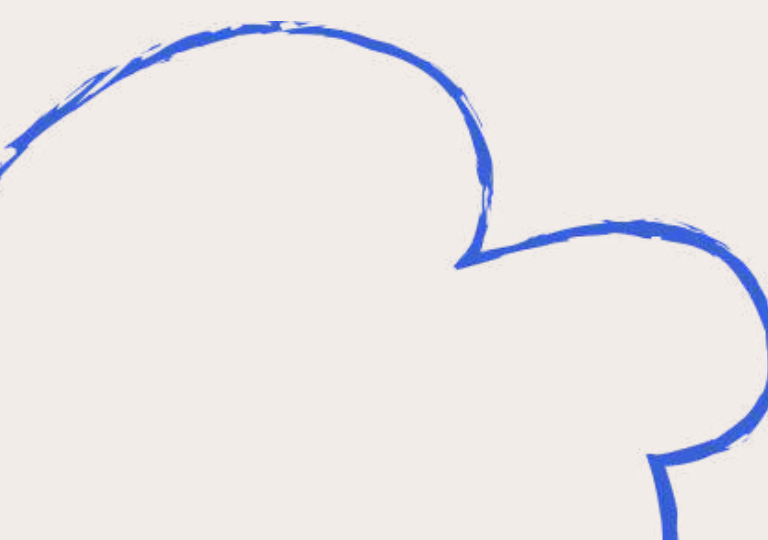




Отображение плоскости на себя



Правило, по которому каждой точке соответствует одна точка этой же плоскости.

- Почему эта тема важна в геометрии 7 класса



Отображения помогают сравнивать фигуры по форме и размеру, объяснять равенство и симметрию. На координатной плоскости они связаны с переносами, отражениями и поворотами, а значит — с отрезками, углами и многоугольниками.



- Что называется отображением плоскости

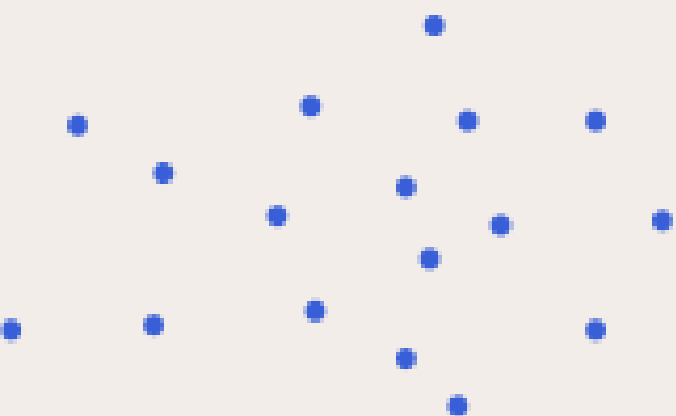
Каждой точке плоскости соответствует ровно одна точка той же плоскости. Если точка A переходит в A' , то A' называют образом точки A .



Совокупность всех образов точек фигуры дает новую фигуру: она строится по тем же правилам соответствия. Так отображение «перекладывает» геометрию с места на место.

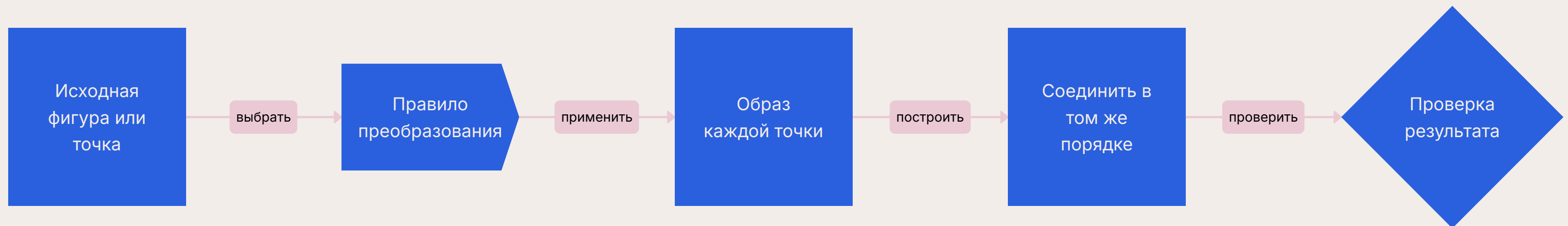


Исходная фигура при этом считается прообразом. Отображение задается правилом, которое заранее говорит, куда переходит каждая точка, даже если она не отмечена на рисунке.



• Как строится отображение фигуры

Исходная фигура → правило преобразования → образы точек → соединение → проверка.



• Основные виды отображений

В таблице показано, что именно меняется и что сохраняется при разных преобразованиях.

Главный вывод: не каждое отображение сохраняет все свойства — поэтому результаты преобразований могут заметно отличаться.

Вид отображения	Что изменяется	Что сохраняется
Параллельный перенос	Положение	Длины, углы, площадь, форма
Осевая симметрия	Направление	Длины, углы, площадь
Поворот	Положение	Длины, углы, площадь, форма
Гомотетия	Размер	Форма и углы

Сводка по видам отображений для 7 класса

• Какие свойства сохраняются при преобразованиях

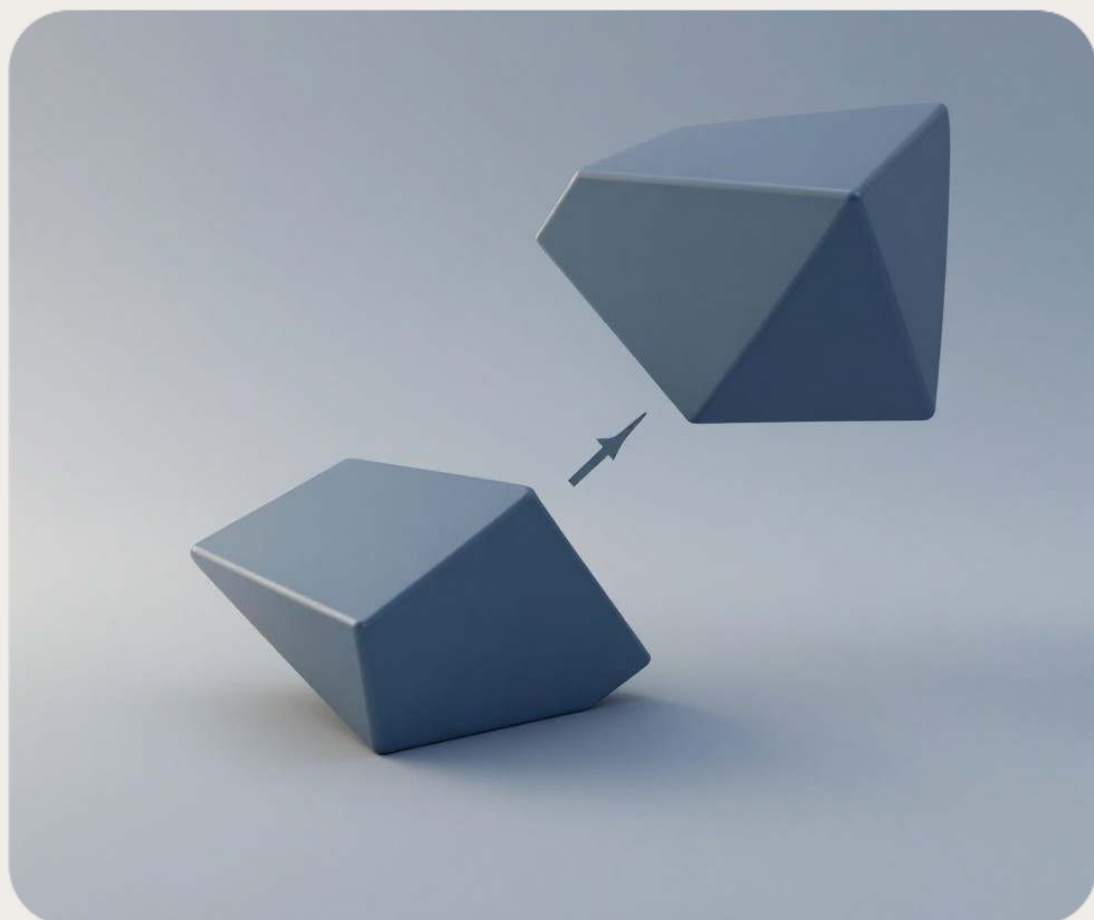


Движения обычно оставляют фигуры «непохожими на замену» — меняется только место, но не геометрическая суть.

Если в преобразовании сохраняются только некоторые инварианты, можно сузить круг подходящих видов отображений и избежать ошибок при построении.

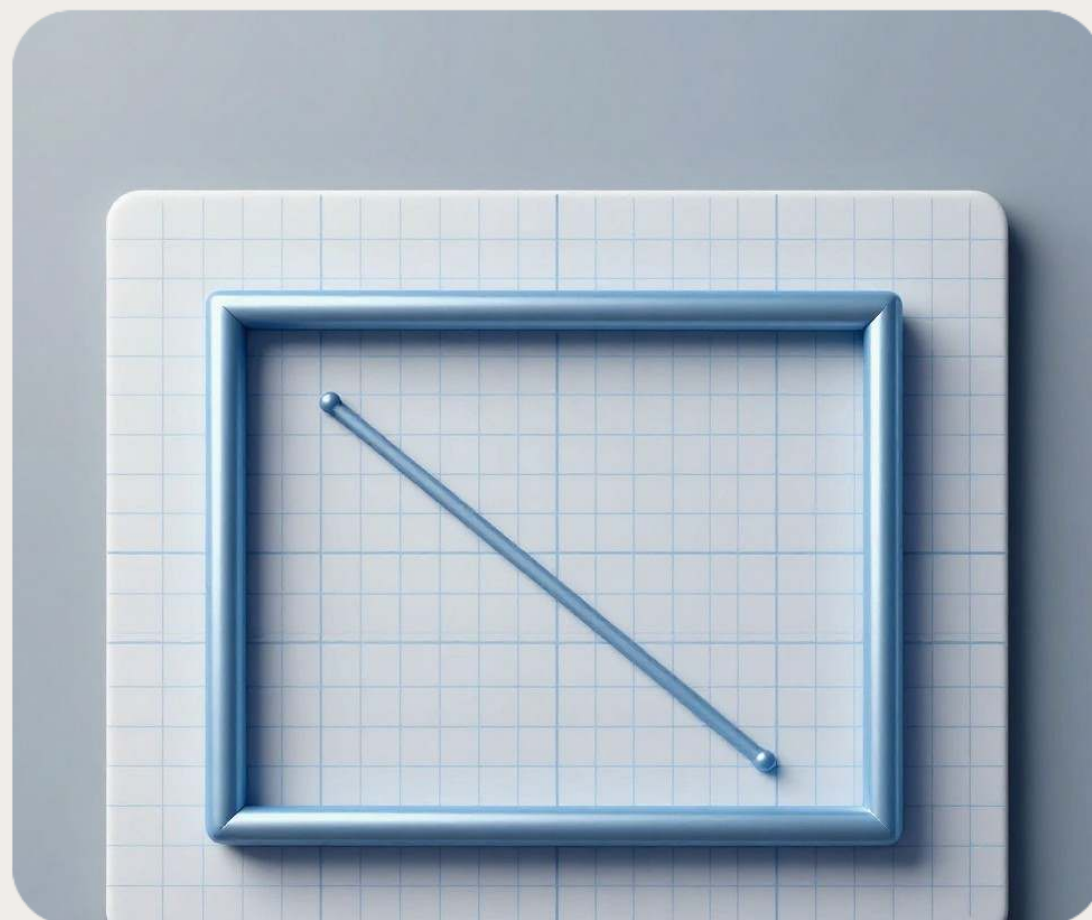
Обобщение школьных сведений о сохранении свойств при преобразованиях

• Параллельный перенос



Сдвиг по одному и тому же вектору

Представьте, что все вершины фигуры «сдвигаются» на один и тот же вектор: одинаково по направлению и расстоянию. При таком переносе фигура не поворачивается и не переворачивается, поэтому ее вид остается прежним. Меняется только положение на плоскости.



Как выглядит перенос на клетчатой бумаге

На координатной сетке параллельный перенос легко заметить: точки оказываются в новых местах после одного и того же смещения. Все отрезки при этом сохраняют свою длину, а углы — величину. Поэтому квадраты и прямоугольники получаются снова «такими же», только иначе расположенными.



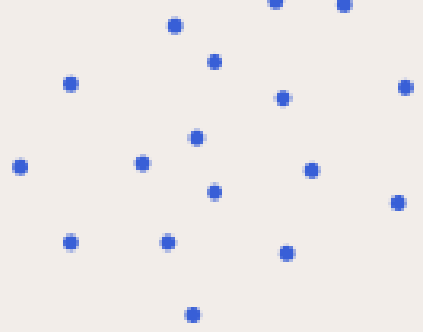
Что остается неизменным у размеров и форм

Параллельный перенос сохраняет не только длины и углы, но и площадь. Форма фигуры остается той же, потому что расстояния между точками не искажаются. Именно поэтому перенос часто используют для объяснения равенства фигур при построениях.

• Осевая симметрия

- 1 При осевой симметрии каждой точке соответствует точка по другую сторону от оси на таком же расстоянии. Ось выступает «границей», которая делит отрезок пополам.
- 2 Ось симметрии — это серединный перпендикуляр к отрезку, соединяющему точку и ее образ. Поэтому построение обычно начинается с нахождения середины и перпендикуляра.
- 3 При отражении левая и правая части фигуры меняются местами. Длины и углы сохраняются, значит фигура и ее образ могут быть равными по всем основным признакам.

● Поворот вокруг точки



Школьные свойства поворотов на 90° , 180° , 270° и 360°

Центр поворота остается на месте, а точки фигуры движутся по окружностям, чьи радиусы равны расстояниям до центра.

Если угол 360° возвращает фигуру в исходное положение, а 180° дает центральную симметрию, то можно узнавать преобразование по эффекту на рисунке.

- Центральная симметрия



Одна прямая и равные расстояния

Точка и ее образ лежат по разные стороны от центра и соединяются прямой линией. Центр находится ровно посередине, поэтому расстояния от центра до каждой из точек равны.



Поворот на 180° как описание

Центральную симметрию удобно рассматривать как поворот на 180° вокруг центра. При таком повороте форма фигуры сохраняется, а меняется лишь ее расположение относительно центра.



Где ее можно узнать по рисункам

Этот вид симметрии часто встречается в орнаментах, узорах и геометрических композициях. Если найти центр, то элементы по обе стороны будут одинаково «развернуты» относительно него.

- Сравнение свойств преобразований

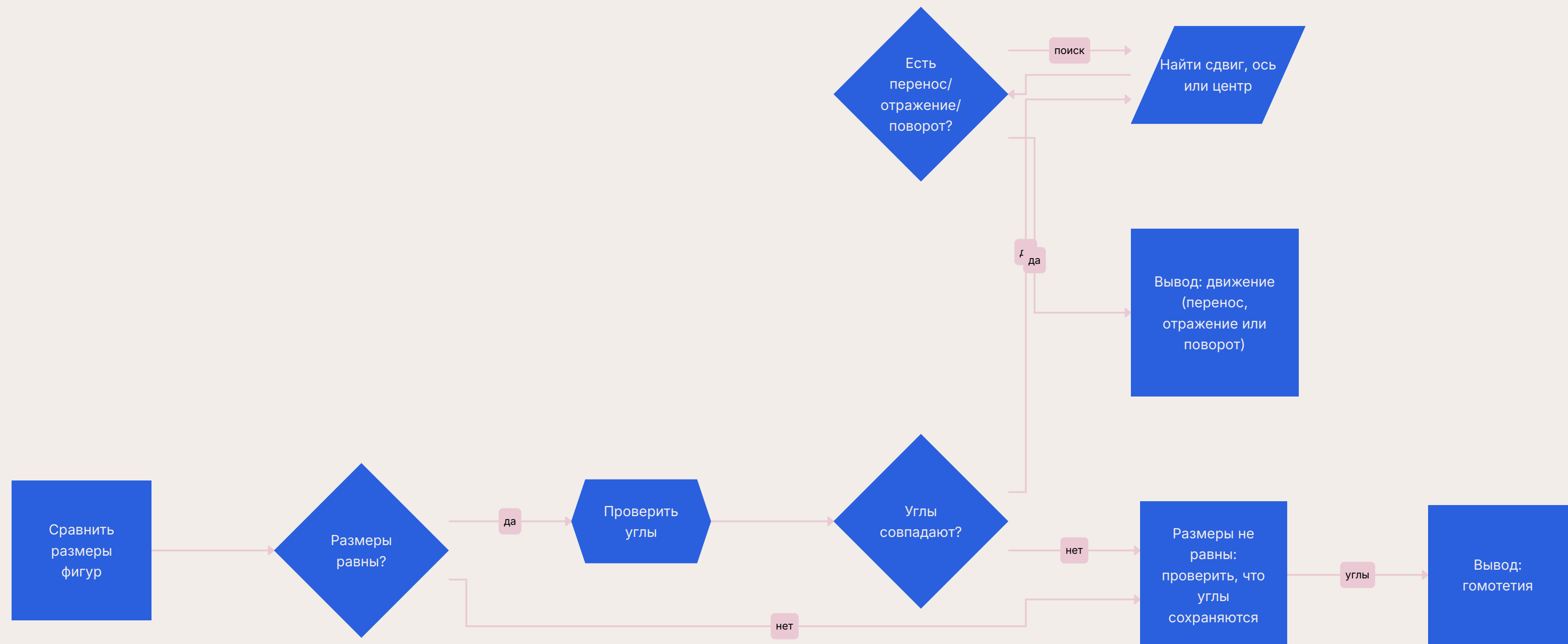
Свойство	Движения (перенос/симм./ поворот)	Гомотетия
Длины	сохраняются	не сохраняются
Углы	сохраняются	сохраняются
Площадь	сохраняется	изменяется
Ориентация	сохраняется, кроме отражения	сохраняется

Сопоставьте, какие геометрические характеристики остаются неизменными, а какие меняются при разных отображениях плоскости. Это помогает быстрее выбрать нужное преобразование и проверить построение.

Перенос, осевая симметрия и поворот — движения, поэтому в основном сохраняют размеры и форму; гомотетия изменяет масштаб, поэтому площадь и длины меняются, а углы остаются без искажений.

• Как определить вид отображения двух фигур

Алгоритм: сравниваем размеры и углы, затем ищем подходящий сдвиг, ось или центр и делаем вывод, опираясь на координаты и порядок точек.



• Отображения на координатной плоскости

1

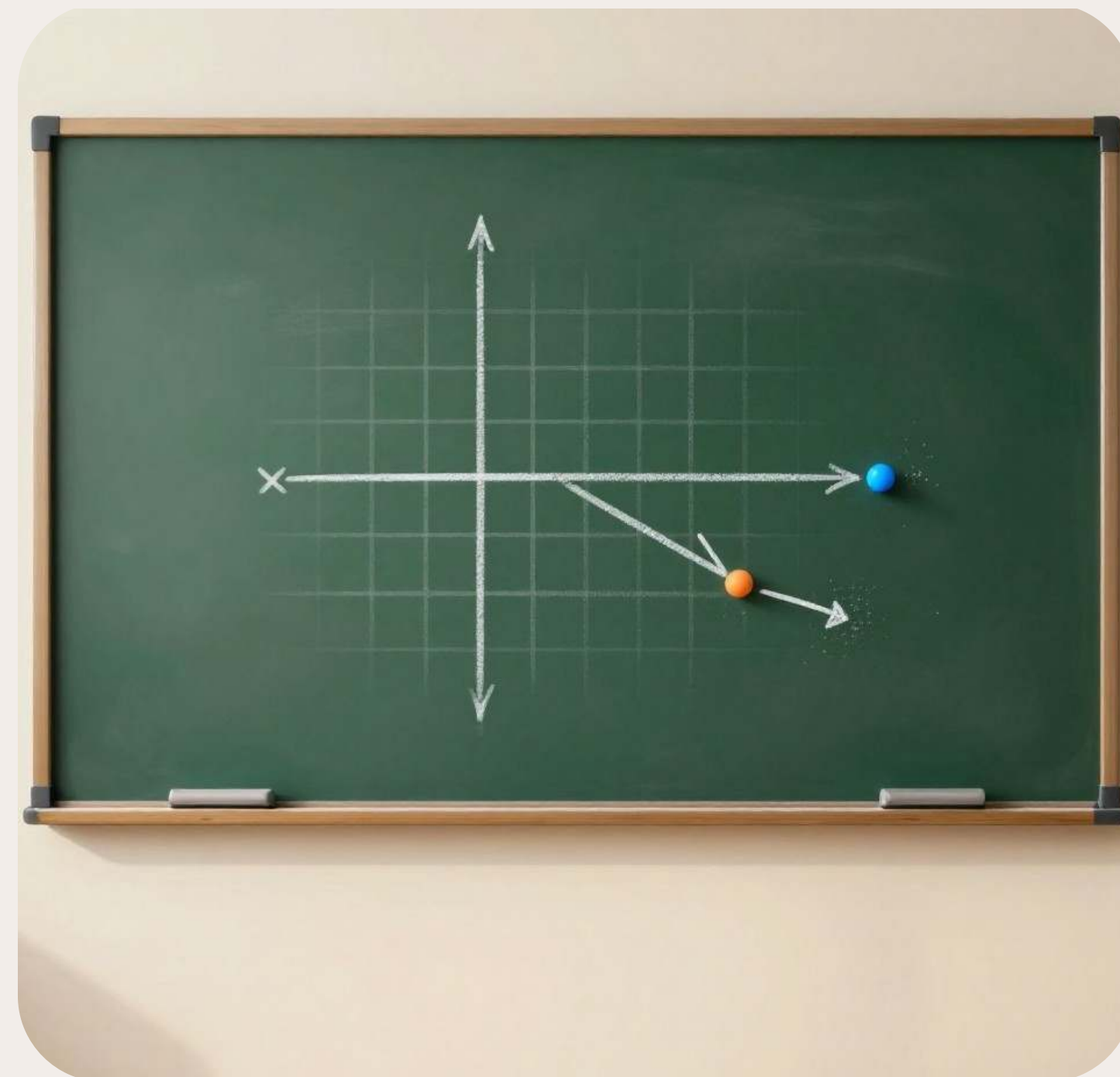
Точки и формулы преобразований

На координатной плоскости точка задаётся парой чисел $(x; y)$. Отображение можно описать правилом, которое показывает, куда переходит каждая точка, и как меняются её координаты.

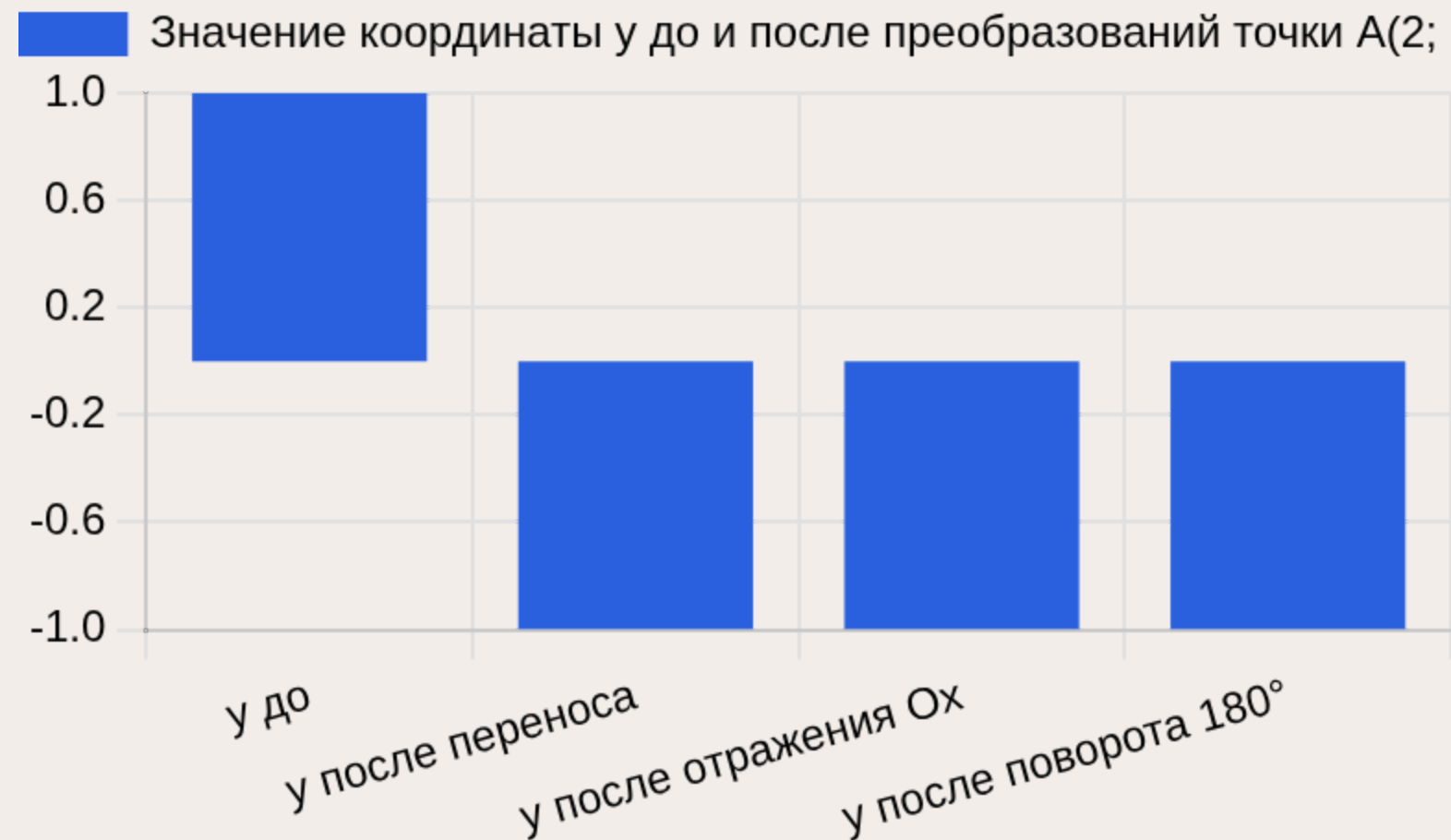
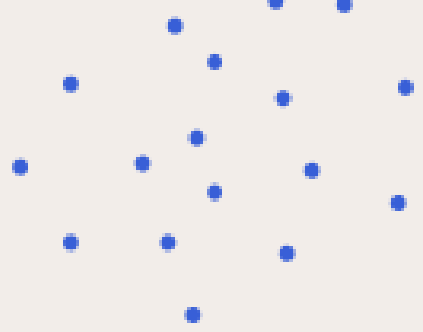
2

Как меняются координаты

При переносе координаты сдвигаются: значения x и y получают новые числа по заданному правилу. При отражении относительно оси меняется знак одной или обеих координат, а при повороте часто переставляются x и y .



• Как меняются координаты точки



Сопоставление преобразований для точки $A(2; 1)$: перенос на вектор $(3; -2)$, отражение относительно Ox , поворот на 180° вокруг начала координат.

Для x картина другая: при отражении относительно Ox x остаётся тем же, а при повороте на 180° меняет знак. Поэтому сравнивают и x , и y .

Во всех рассмотренных примерах координата y после преобразования становится одинаковой, но сами движения различаются тем, что по-разному ведут себя x .

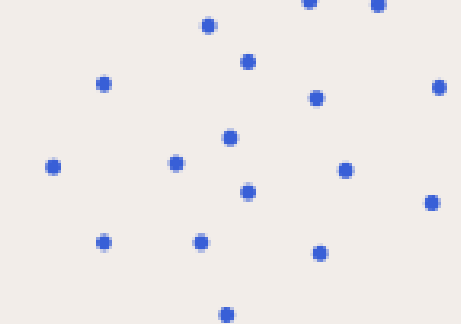
180°

Поворот на 180° вокруг начала координат даёт образ точки, симметричный ей относительно центра.

Учебный материал по теме «Отображение плоскости на себя» (поворот вокруг точки/начала координат).

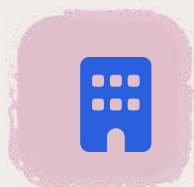
Инварианты — это то, что не меняется при преобразовании. При движениях сохраняются углы и форма, а при повороте на 180° сохраняются и расстояния между точками.

• Где встречаются отображения в жизни и технике



Орнаменты и мозаики

В узорах повторяются мотивы, которые получают из исходного рисунка с помощью переноса, симметрии или поворота. Отображения помогают сохранять закономерность и получать красивую «сборку» рисунка.



Архитектура и дизайн

Симметрия делает здания и детали более устойчивыми визуально: фасады, окна, элементы декора строят так, чтобы части повторялись по правилу. Это упрощает проектирование.



Компьютерная графика

В графических редакторах переносы и повороты используют для трансформации объектов без ручной перерисовки каждого элемента. Координатные преобразования дают предсказуемое изменение положения фигуры.



Реальность и природа

Многие природные объекты проявляют симметрию: снежинки, часть листьев, узоры на панцире и грани кристаллов. Поэтому изображения, полученные отражением или поворотом, часто действительно совпадают по форме.

● Примеры преобразований точки на координатной плоскости

Одна и та же исходная точка имеет разные образы в зависимости от того, какое отображение выполняется. Это удобно проверять по формулам правил или по построению на сетке.

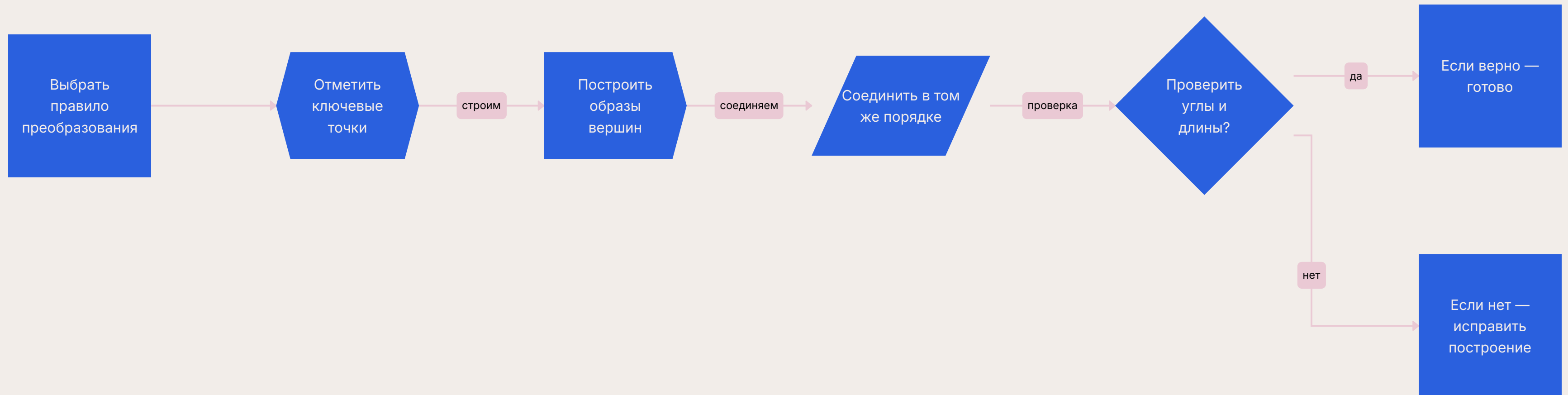
Разные правила по-разному меняют координаты: перенос сдвигает обе координаты, отражение относительно Ox меняет знак y , а поворот на 180° меняет знак обеих координат.

Исходная точка	Преобразование	Полученная точка
$A(2; 1)$	перенос на $(3; -2)$	$A'(5; -1)$
$A(2; 1)$	отражение относительно Ox	$A'(2; -1)$
$A(2; 1)$	поворот на 180° вокруг $(0; 0)$	$A'(-2; -1)$

Примеры из учебной темы «Отображение плоскости на себя»

Алгоритм построения образа фигуры

Последовательно выберите правило преобразования и постройте образы ключевых точек, затем соедините их и проверьте результат.



- Типичные ошибки при работе с отображениями

Часто путают перенос и поворот: при переносе фигура только сдвигается, не изменяя направление, а при повороте меняется положение сторон. Нужно внимательно отслеживать, как ведёт себя каждая вершина.

Неправильно определяют ось симметрии или центр поворота. Если ось выбрана неверно, получаются «почти подходящие», но не совпадающие образы. Помогает проверка одинаковых расстояний от точек до оси.

На координатной плоскости легко ошибиться в знаках и в порядке записи координат $(x; y)$. Например, перепутанные «плюс» и «минус» приводят к другому образу и ломают равенство углов. Всегда сверяйте правило с формулами.

Иногда забывают про ориентацию: при осевой симметрии меняется «порядок» расположения точек (фигура как бы поворачивается зеркально). Чтобы заметить проблему, полезно сравнивать углы и длины на построенном образе.

- Отображения делают геометрию «понятной»



Отображение плоскости на себя связывает прообраз и образ каждой точки по заданному правилу. Перенос, осевая симметрия и поворот относятся к движениям и сохраняют форму, а гомотетия меняет масштаб. Знание инвариантов помогает работать уверенно.

