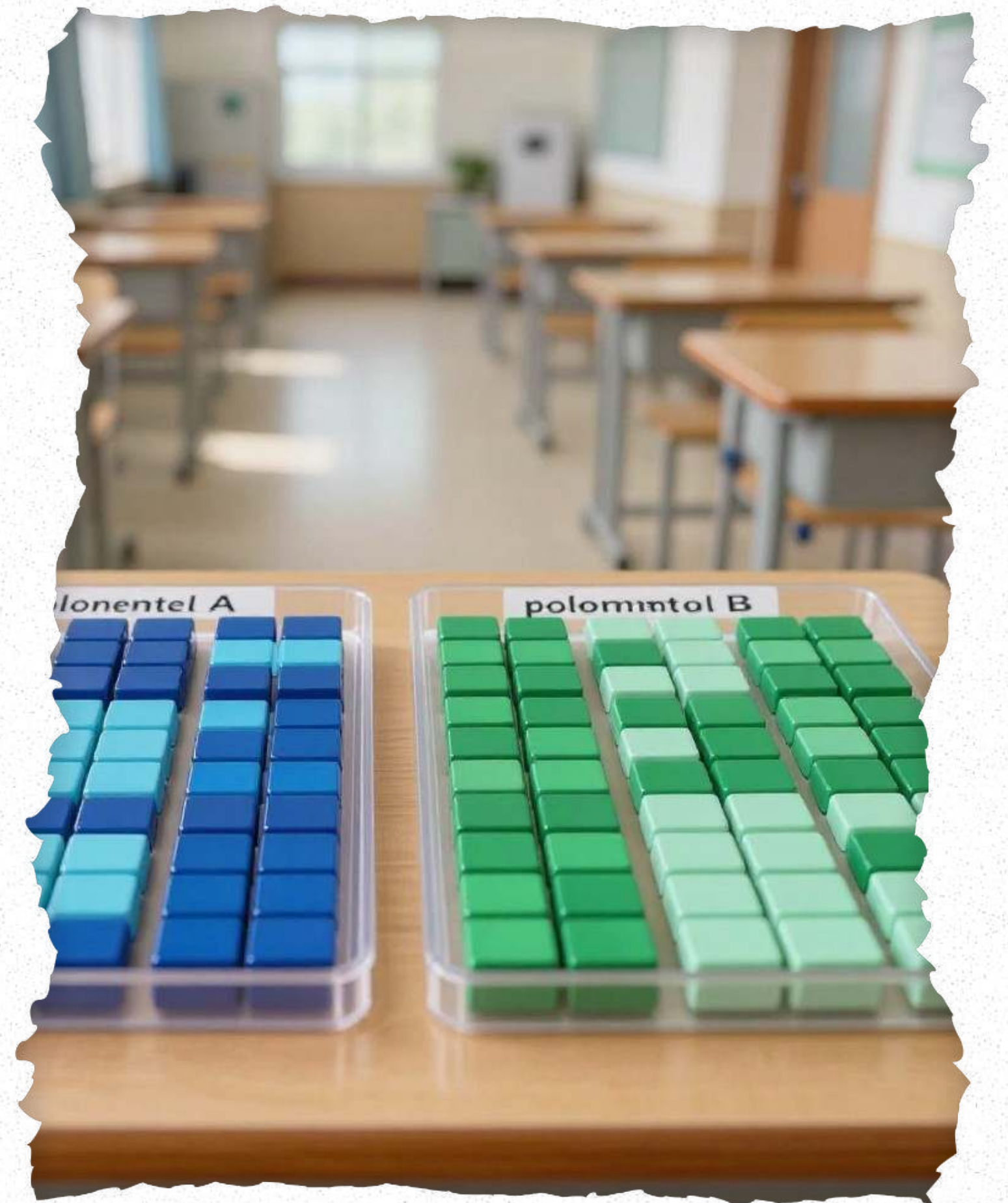


Сумма и разность многочленов

Многочлены упрощают, сохраняя то же значение выражения.



Почему эта тема важна

- Сумма и разность многочленов нужны в формулах площади, периметра и движения. Они помогают объединять одинаковые части выражения, делать запись короче и удобнее для вычислений.



Что такое многочлен

1. Состав выражения

Многочлен — это запись, в которой одночлены соединены знаками «+» или «-». В нём могут быть числа, буквы и степени, например $4 \times 2 - 3x + 7$.

2. Примеры многочленов

К многочленам относятся выражения $2a - 5$, $6m^3 + m - 1$ и $4 \times 2 - 3x + 7$. Они состоят из нескольких членов, а каждый член можно рассматривать отдельно.

3. Коэффициент и буква

Число перед буквенной частью называется коэффициентом. В записи $6m^3$ коэффициент равен 6, а буквенная часть — m^3 . Именно коэффициенты удобнее всего складывать и вычитать.

4. Что можно объединять

Складывать можно только члены с одинаковой буквенной частью. Члены с разными буквами или степенями не объединяются, поэтому $3x$ и 3×2 остаются разными слагаемыми.

Подобные члены и их признаки

Одинаковые переменные

Подобные члены имеют одни и те же переменные.
Например, $2y$ и $-7y$ можно объединить, потому что в обоих случаях есть только y .

Совпадающие степени

Для подобия важно не только наличие одинаковых букв, но и одинаковые степени.
Поэтому $4x^2$ и $-x^2$ — подобные члены, а x и x^2 — нет.

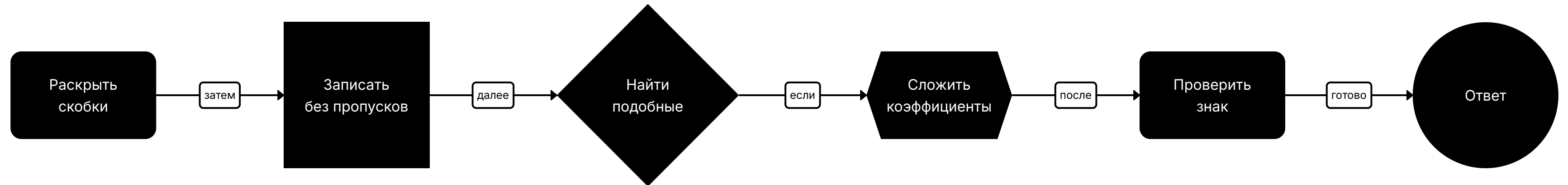
Удобный способ распознавания

Если заменить буквенную часть на один и тот же символ, станет видно, какие члены совпадают. На рисунке это можно показать одинаковыми фигурами или цветами для одинаковых частей.



Как складывать многочлены

Последовательность действий при сложении выражений с подобными членами



Сложение многочленов на примерах

1. Складываем одинаковые части

В выражении $(4a+3)+(2a-1)$ сначала объединяем члены с буквой a , а затем числа. Получаем $6a+2$, потому что складываются только коэффициенты подобных членов.

2. Переносим непохожие члены

Если одинаковых буквенных частей нет, каждый член остаётся на своём месте. В примере $(x^2+5)+(3x-2)$ получаем x^2+3x+3 без потери смысла исходной записи.

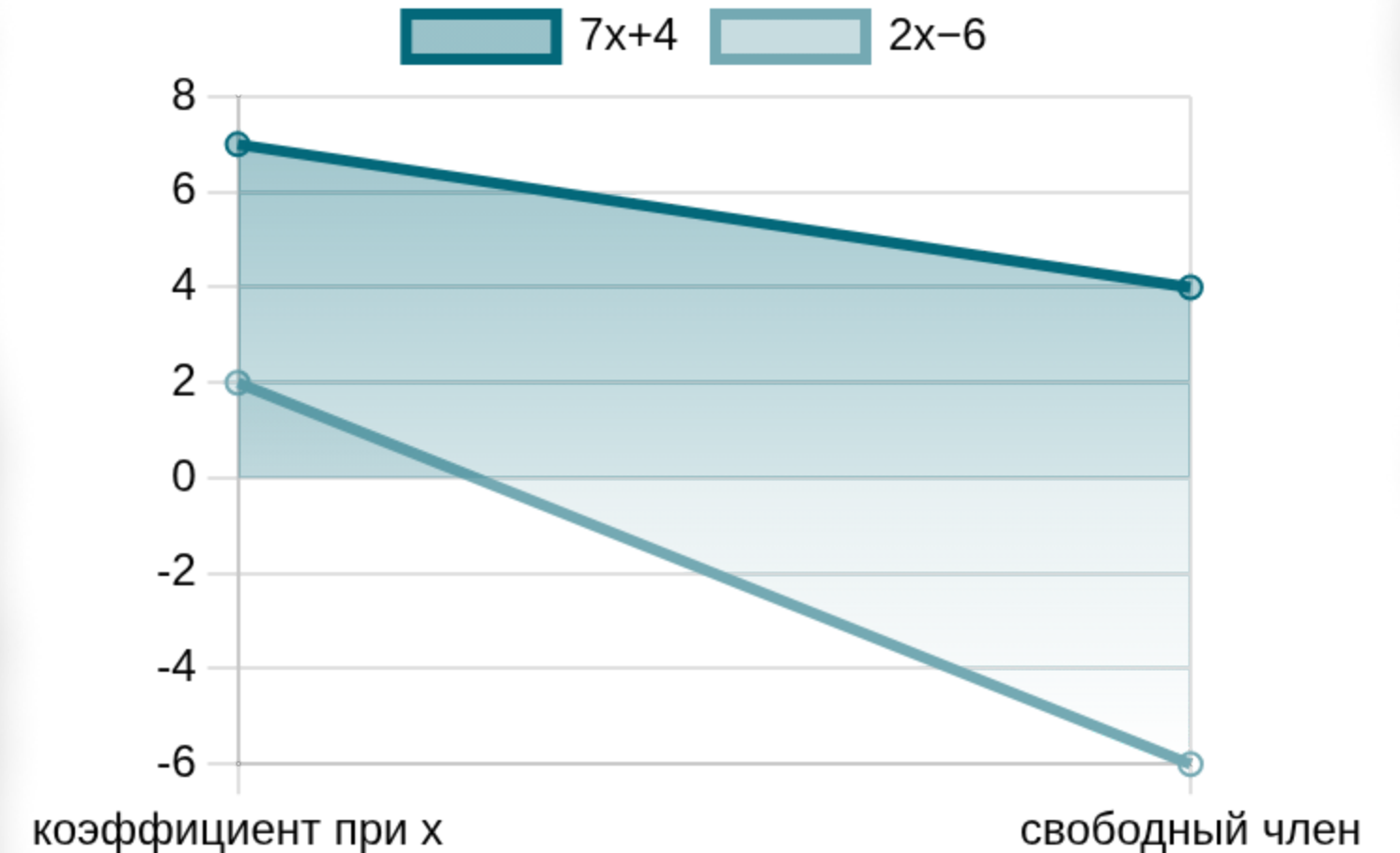
3. Порядок можно менять

Слагаемые можно переставлять, потому что сумма не изменится. Главное — не смешивать разные степени и внимательно следить за знаками при записи результата.

Изменение коэффициентов при действиях

Диаграмма показывает, какие части выражений складываются и вычитаются отдельно: коэффициенты при x и свободные числа.

При сложении и вычитании важны однотипные элементы; именно их коэффициенты дают итоговый многочлен.



Школьная алгебра; коэффициенты взяты из выражений $7x+4$ и $2x-6$

Разность многочленов и роль скобок

1. Запись выражения

Сначала записывают уменьшаемое и вычитаемое в скобках. Это помогает увидеть, какие члены нужно оставить без изменений, а какие потребуют смены знаков.

2. Минус перед скобками

Если перед скобками стоит минус, знаки у всех членов второго многочлена меняются. Так выражение становится удобным для дальнейшего объединения подобных членов.

3. Упрощение результата

В примере $(5x-3)-(2x+7)$ получаем $5x-3-2x-7=3x-10$. Ошибка чаще всего появляется, когда забывают изменить знак у каждого члена после минуса.

Сложение и вычитание: короткие примеры

В таблице показано, как после раскрытия скобок объединяются подобные члены и получается короткий ответ.

Во всех примерах сначала раскрываются скобки, затем складываются или вычитаются подобные члены.

Выражение	Действие	Ответ
$(3x+1)+(2x-4)$	сложение	$5x-3$
$(6a-2)-(a+5)$	вычитание	$5a-7$
$(y^2+3y)-(y^2-y)$	вычитание	$4y$

Раскрытие скобок как шаг к упрощению

Правило распределения

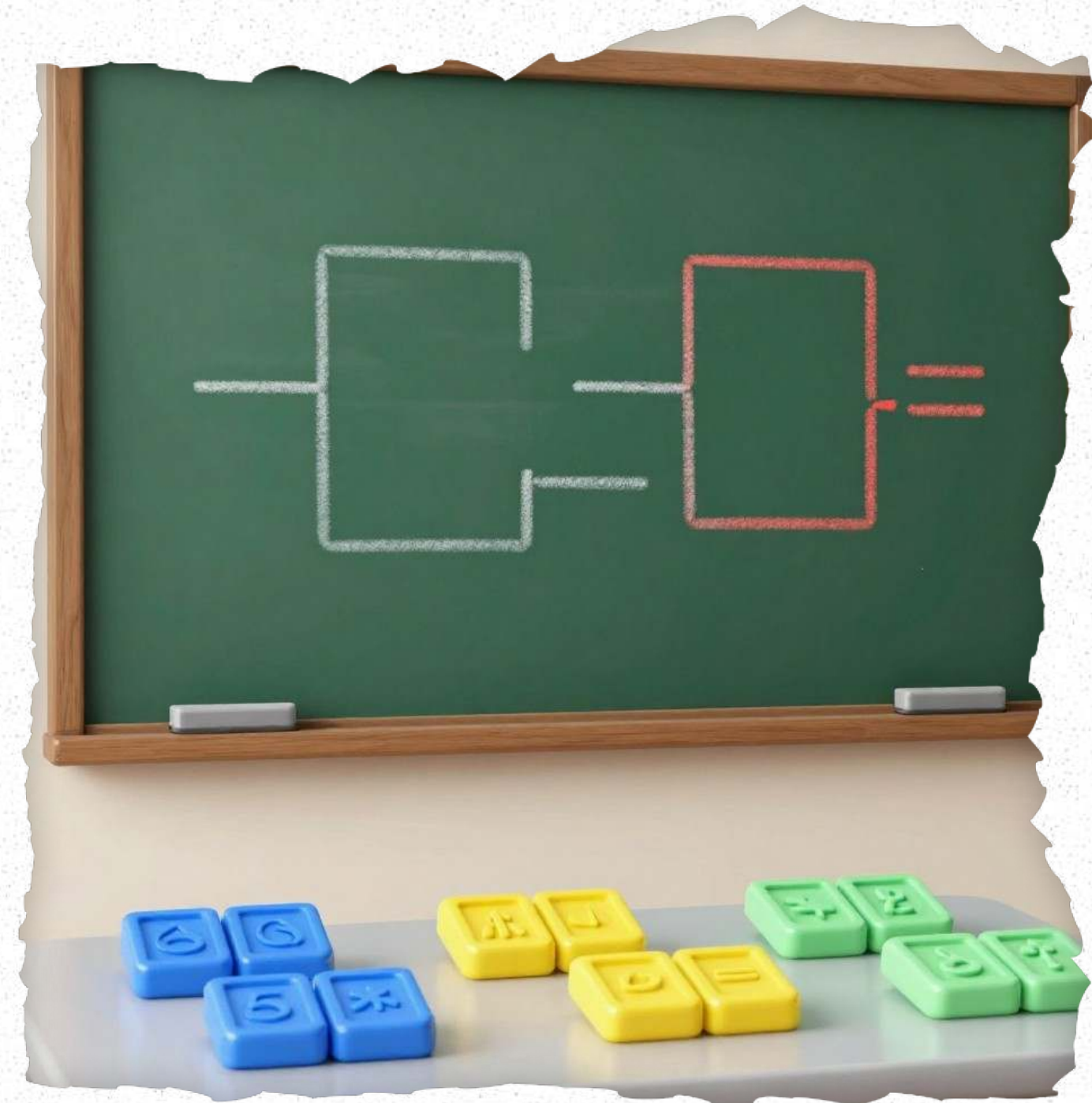
Скобки можно раскрыть по правилу $a(b+c)=ab+ac$. Оно показывает, что каждый член внутри скобок умножается на число или букву перед скобками.

Минус меняет знаки

Если перед скобками стоит минус, нужно поменять знаки у всех членов: $-(b-c)=-b+c$. Это самый важный шаг, без которого легко допустить ошибку.

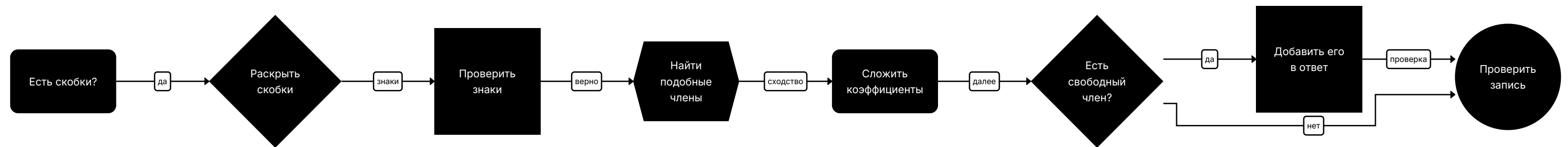
Переход к упрощению

После раскрытия скобок выражение становится проще для объединения подобных членов. Поэтому сначала выполняют преобразование скобок, а затем считают коэффициенты и записывают ответ.



Как не допустить ошибки при сложении и вычитании

Последовательная проверка каждого шага помогает избежать ошибок со знаками, скобками и подобными членами.



Подстановка одного числа помогает быстро проверить, не допущена ли ошибка при объединении подобных членов и раскрытии скобок.

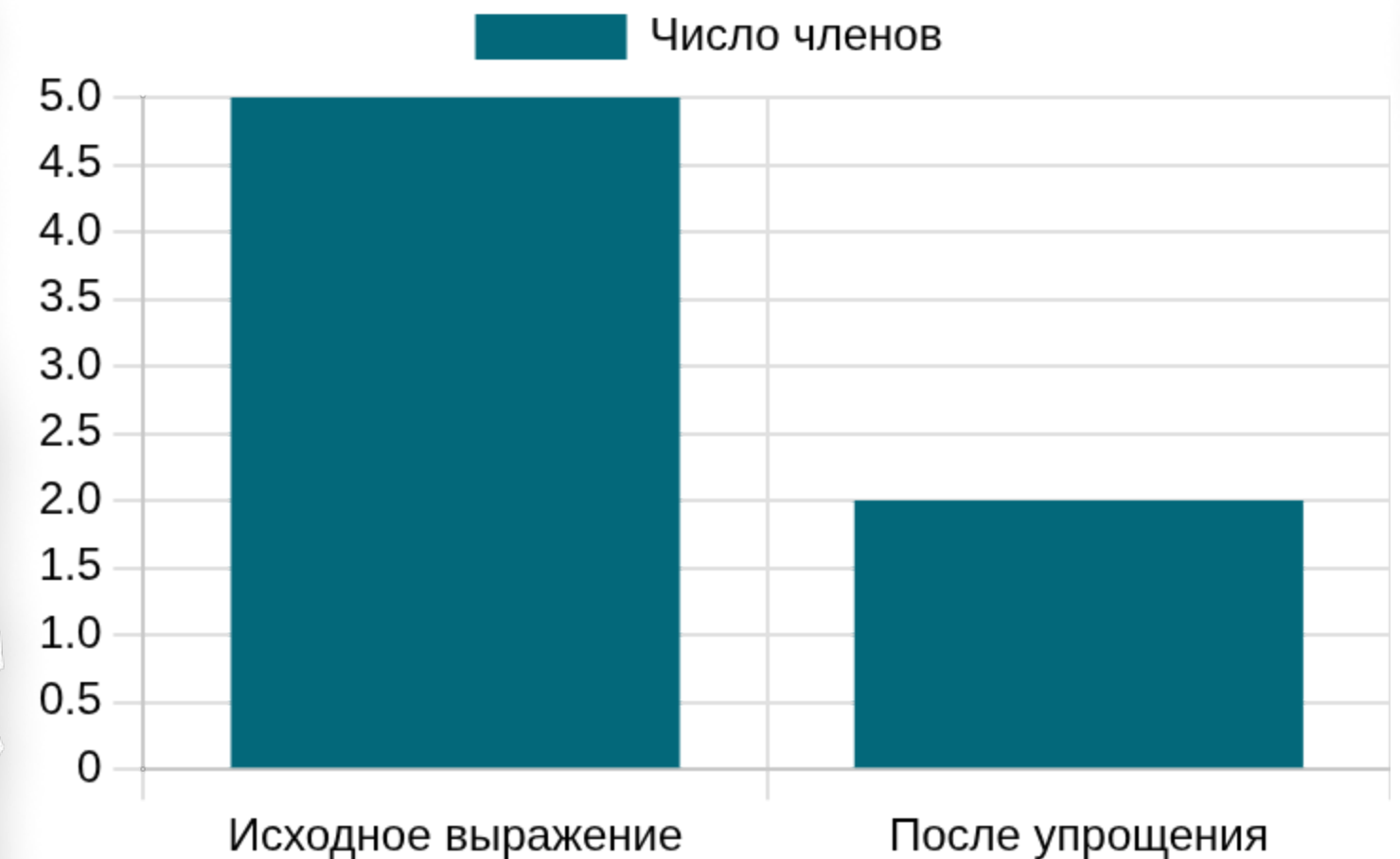
13

**получается
при подстановк
е $x = 2$ в оба
равных
выражения**

Сравнение исходного и упрощённого выражения

На примере $5x-2+3x+7-x$ видно, что лишние слагаемые не исчезают, а объединяются в более компактную запись.

После приведения подобных членов выражение становится короче, но его значение не меняется.



Школьная алгебра

Как работать с несколькими переменными

			
Одинаковые буквенные части Объединять можно только те члены, у которых совпадают и буквы, и степени. Поэтому $2ab$ и $3ab$ складываются, а $2ab$ и $2a$ — нет.	Сравниваем степень При внешне похожих записях важно смотреть не только на буквы, но и на показатели степени. Именно они определяют, можно ли считать члены подобными.	Собираем однотипные части В выражении $4m^2 - m + 6 + 3m^2 + 2m - 1$ можно отдельно сложить члены с m^2 , с m и свободные числа, не смешивая разные группы.	Проверяем ответ После упрощения полезно ещё раз просмотреть каждое слагаемое. Такая проверка помогает заметить, не потеряна ли часть выражения и правильно ли записан знак.

Правила для знаков в сумме и разности

Ситуация	Правило	Пример
Минус перед скобками	Все знаки меняются	$-(a-b)=-a+b$
Плюс перед скобками	Знаки не меняются	$+(a-b)=a-b$
Складываем подобные	Коэффициенты добавляются	$2x+5x=7x$

Короткая таблица показывает, как меняются знаки и когда можно сразу объединять коэффициенты.

Главное правило: сначала следить за знаками, затем объединять только подобные члены.

Применение в текстовых задачах

1. Перевод условия в формулу

Текст задачи сначала превращают в алгебраическую запись. Так проще увидеть, какие части можно сложить или вычесть, а какие должны остаться отдельными.

2. Сумма частей

Если объект состоит из нескольких отрезков, площадей или стоимостей, соответствующие выражения складывают. Это помогает быстро получить общую длину, цену или периметр.

3. Проверка смысла ответа

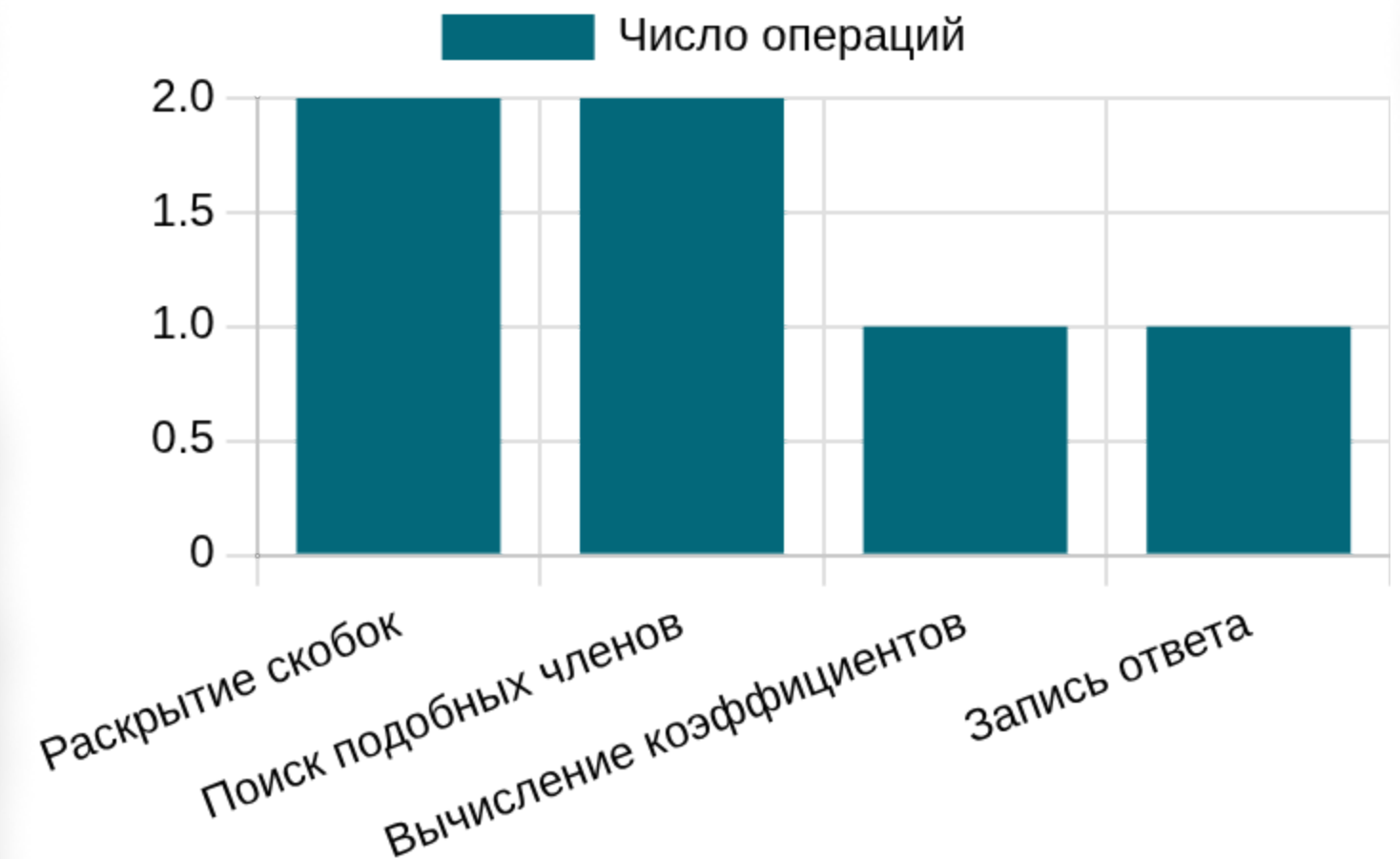
После упрощения важно сопоставить выражение с условием задачи. Тогда легко понять, не потеряна ли часть данных и соответствует ли ответ реальной ситуации.



Как меняется выражение после упрощения

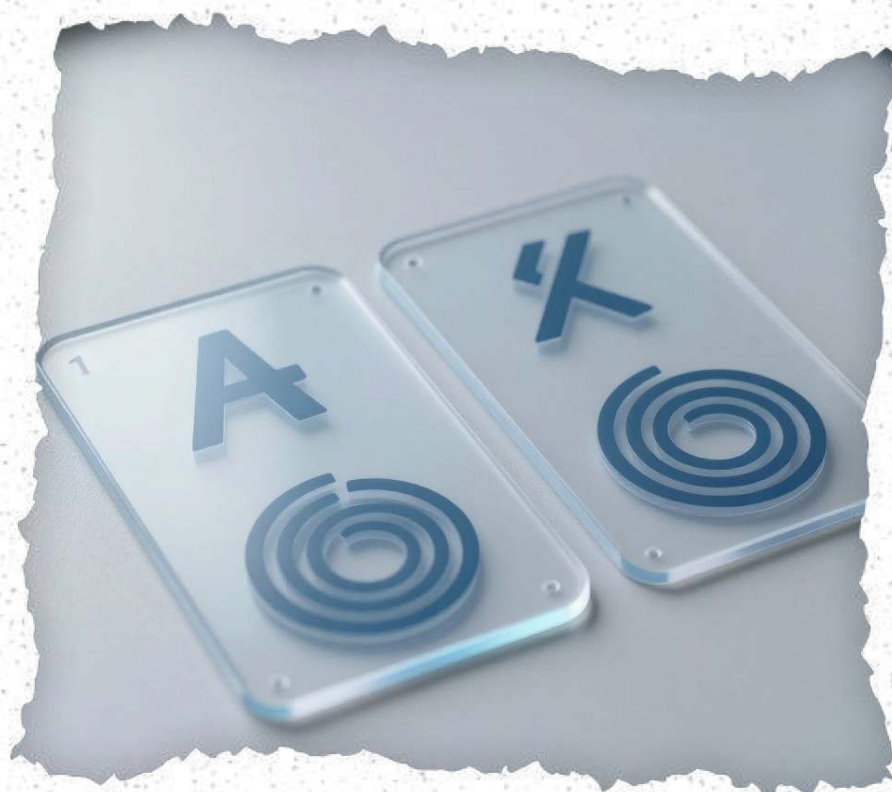
В примере $(2x+4)-(x-1)$ каждое действие сокращает запись и делает структуру выражения более ясной для вычисления.

Чем точнее выполнены первые шаги, тем меньше операций остаётся к финальному ответу.



Школьная алгебра

Три образа для запоминания правил



Пара одинаковых карточек

Представьте две одинаковые карточки с буквой и степенью: их можно сложить в одну стопку, потому что они обозначают одно и то же. Если карточки разные, они лежат отдельно и не смешиваются.



Знак перед дверью

Минус перед скобками похож на табличку у двери: всё, что находится внутри, меняет направление. Поэтому при вычитании важно мысленно пройти по каждому члену и поменять знак у каждого.



Свободный член не теряется

Иногда внимание сосредоточено только на буквах, и число без буквы забывают. Но свободный член — такой же участник выражения, как и остальные, поэтому его обязательно нужно перенести в ответ.

Что нужно уметь после изучения темы

1. Узнавать подобные члены

Сначала нужно быстро находить члены с одинаковыми буквами и степенями. Это основа всего дальнейшего упрощения выражений.

2. Раскрывать скобки

Затем ученик убирает скобки, не забывая изменить знаки после минуса. Этот шаг особенно важен для правильного результата.

3. Складывать и вычитать

После раскрытия скобок объединяются только подобные члены, а коэффициенты считаются отдельно. Неподобные части не смешиваются.

4. Проверять ответ

В конце полезно подставить число вместо буквы и сравнить исходное и полученное выражения. Если значения совпадают, упрощение выполнено верно.

Сумма и разность многочленов — это точные правила, а не механический приём

Если помнить про скобки, подобные члены и знаки, выражение легко упростить без потери смысла. Эти навыки нужны для уравнений, формул и дальнейшей алгебры.