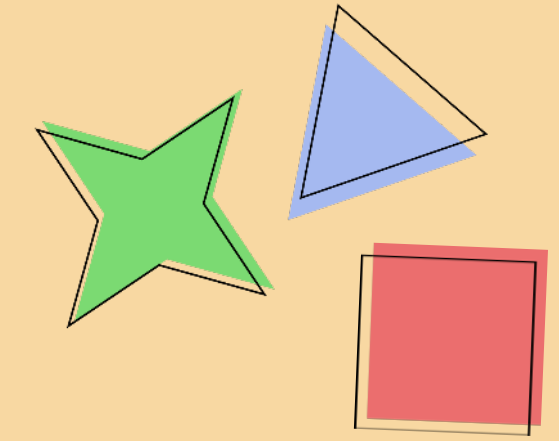
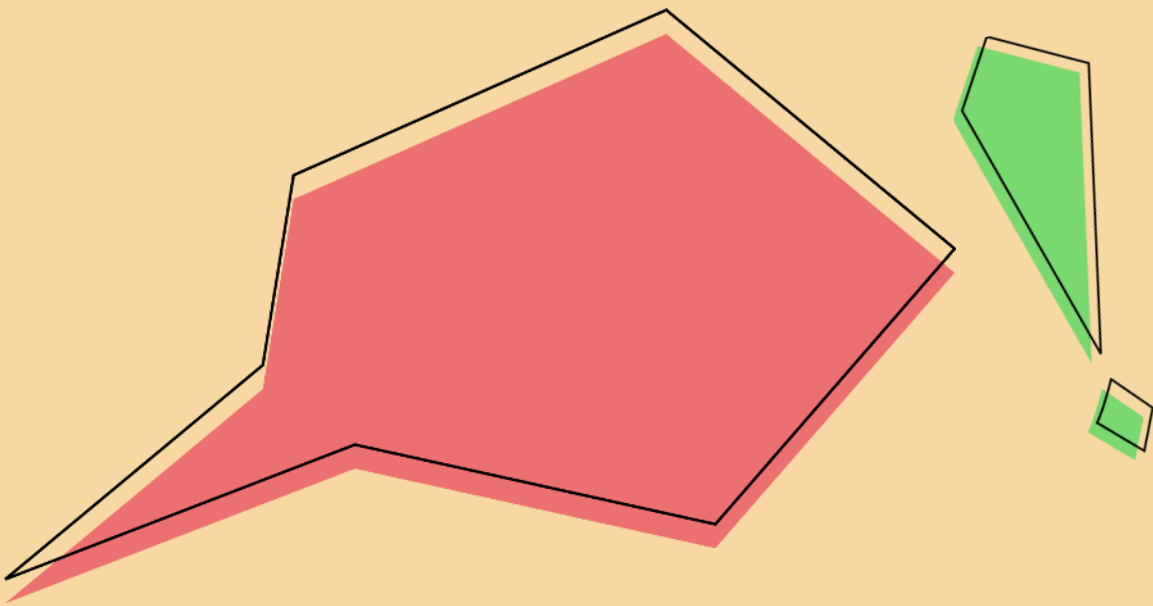
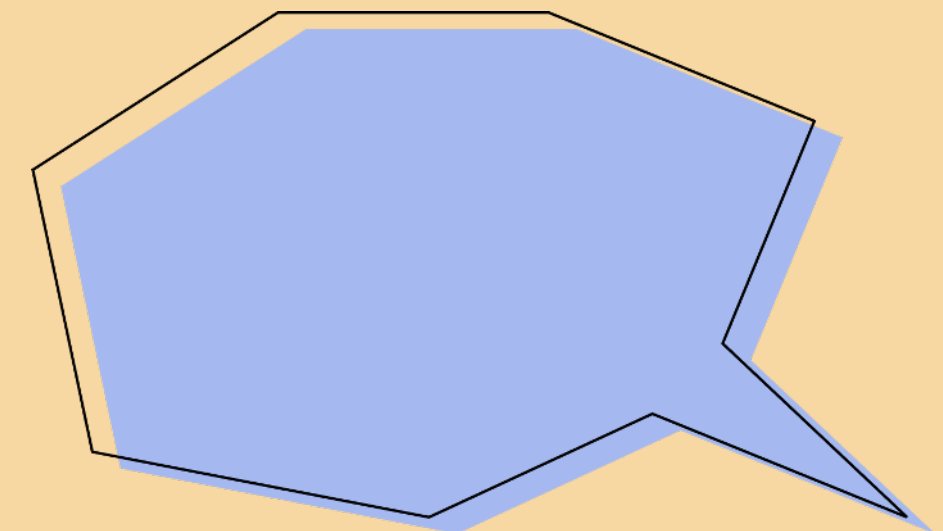
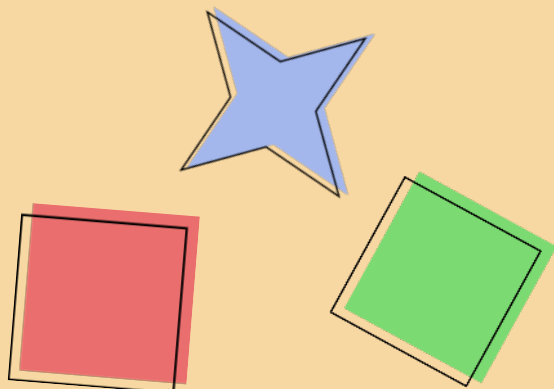
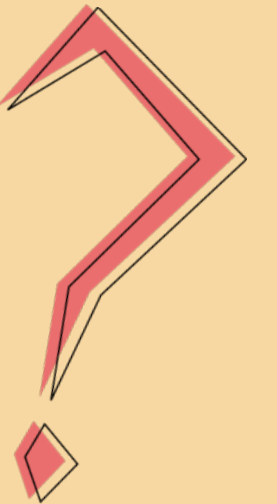




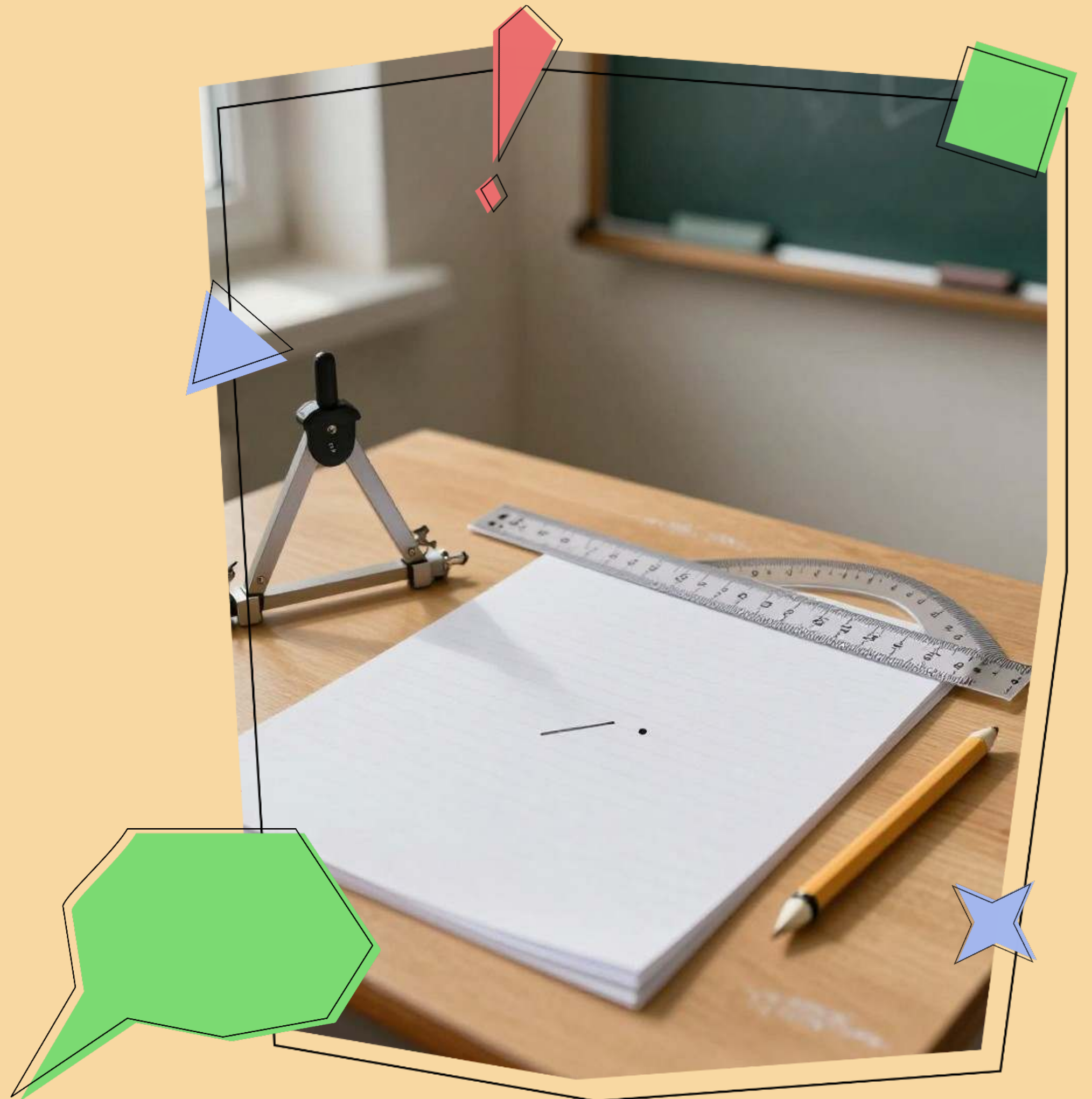
Задачи на построение через геометрические места точек

**Построение становится понятным, когда условие
переводится в геометрическое место точек.**



Что такое задачи на построение

Задача на построение требует не просто ответ, а точный чертёж. Обычно решение проходит через четыре шага: анализ, построение, доказательство и исследование возможных ответов.



Четыре этапа решения

1. Анализ условия

Сначала нужно понять, что дано в условии и какую фигуру требуется получить. На этом этапе удобно выделить все известные элементы и связать их с вопросом задачи.

2. Построение

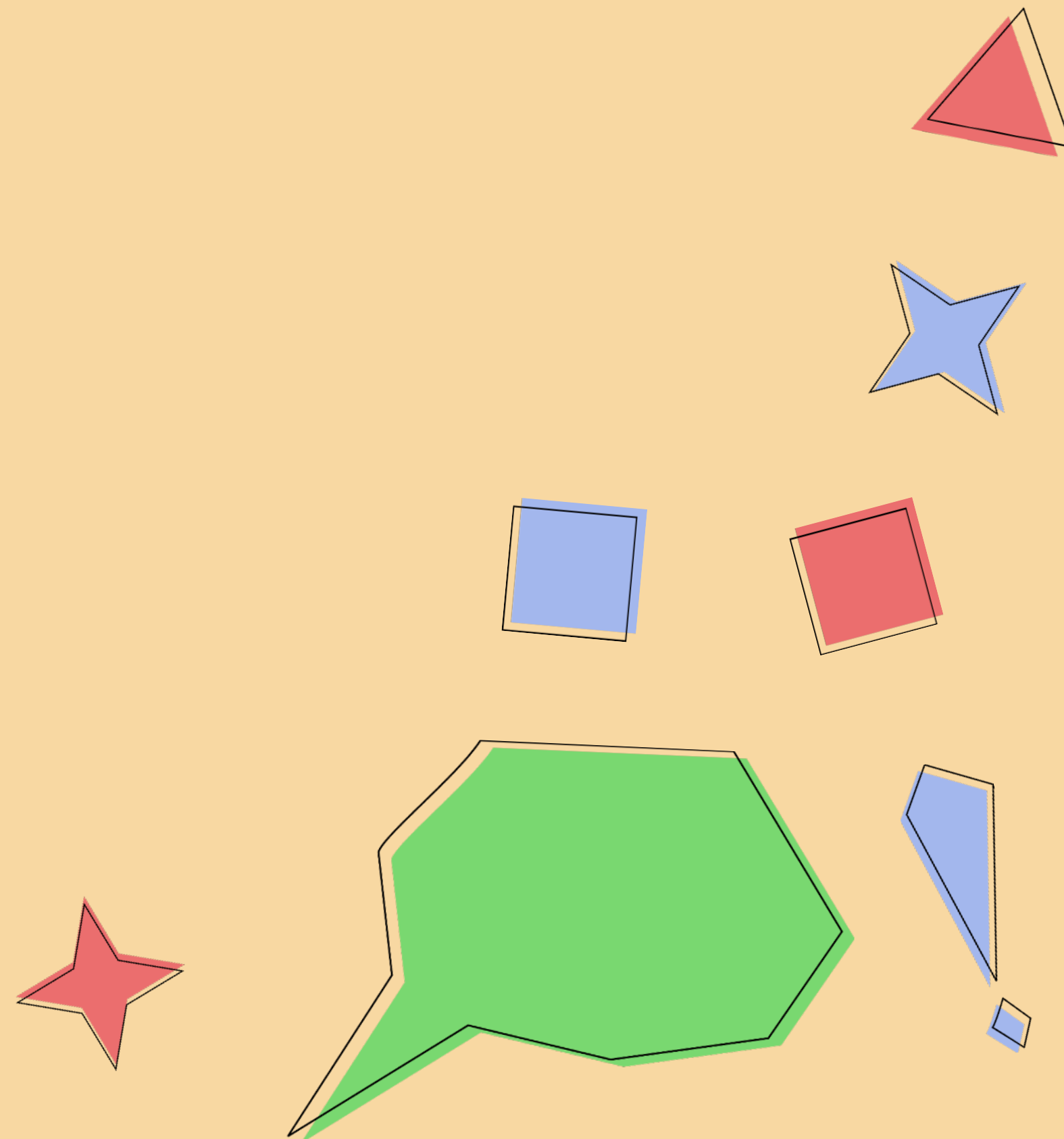
Затем выбирают последовательность действий с циркулем и линейкой. Построение должно быть ясным и коротким, чтобы каждый шаг приводил к нужной фигуре без лишних действий.

3. Доказательство

После чертежа проверяют, действительно ли полученная фигура удовлетворяет условию. Важно объяснить, почему каждая найденная точка подходит, а посторонние точки не входят в ответ.

4. Исследование

Наконец, выясняют, сколько решений возможно в задаче. Иногда ответ единственный, иногда их два, а иногда решений нет или бесконечно много.



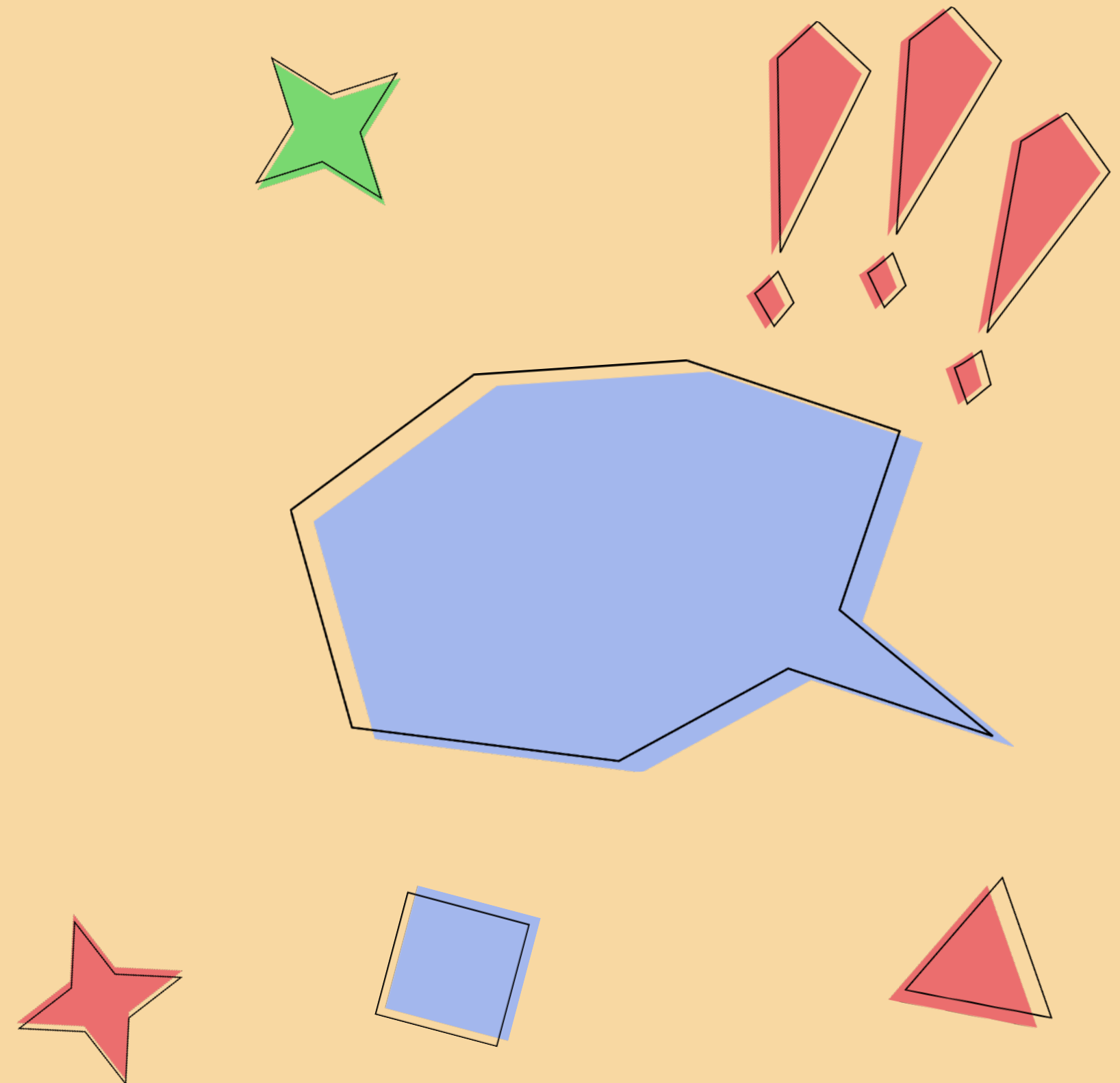
Что такое геометрическое место точек

Общее свойство

Геометрическое место точек — это все точки плоскости, которые обладают одним и тем же свойством. Если свойство сформулировано точно, его можно изобразить как линию или фигуру.

Проверка границ

При работе с таким местом точек всегда проверяют два вопроса: почему каждая подходящая точка входит в ответ и почему ни одна лишняя точка туда не попадает.

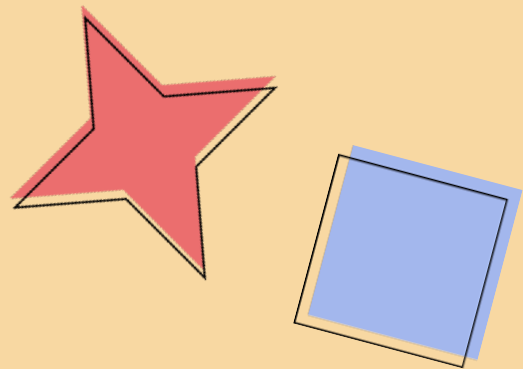


Как читать условие задачи

1.

Переформулировка

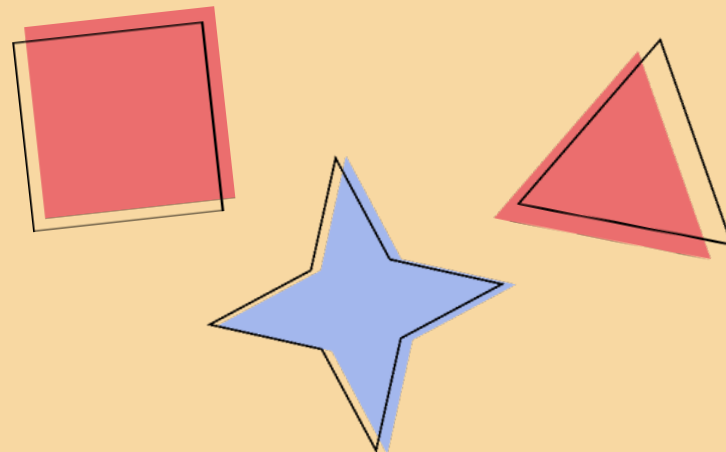
Сначала условие читают как фразу: «все точки, для которых выполнено...». Это помогает увидеть, что ищется не случайная точка, а целое множество точек с одинаковым свойством.



2.

Поиск фигуры

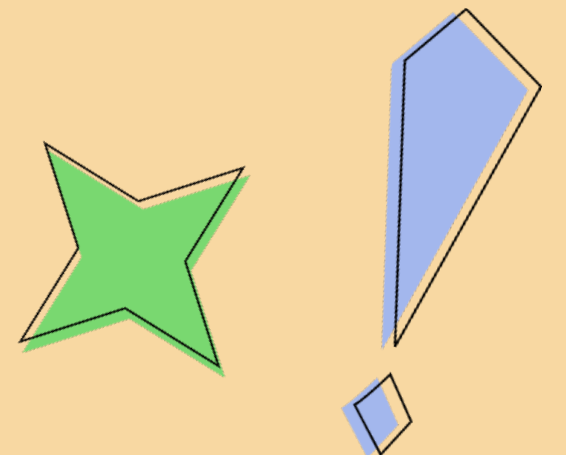
Потом вспоминают знакомые места точек. Если точка должна быть на одном расстоянии от другой точки, получается окружность; если от двух точек — серединный перпендикуляр.



3.

Проверка соответствия

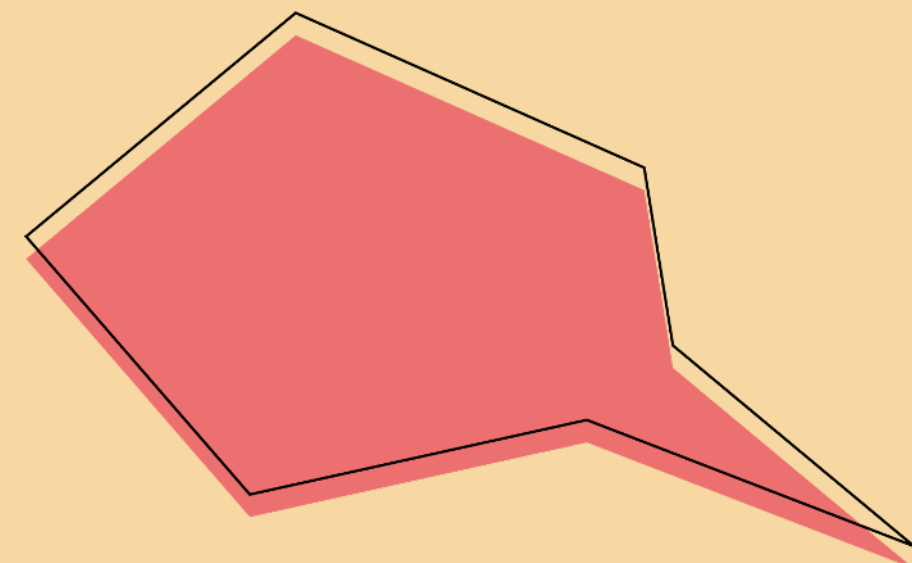
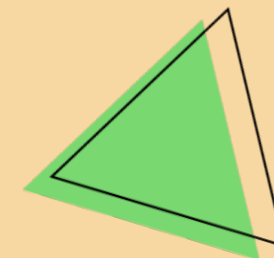
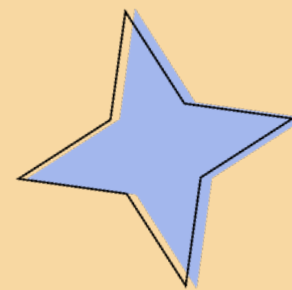
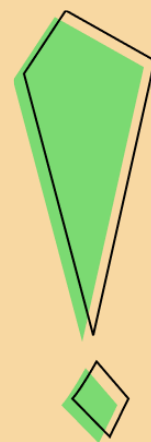
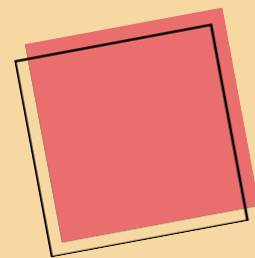
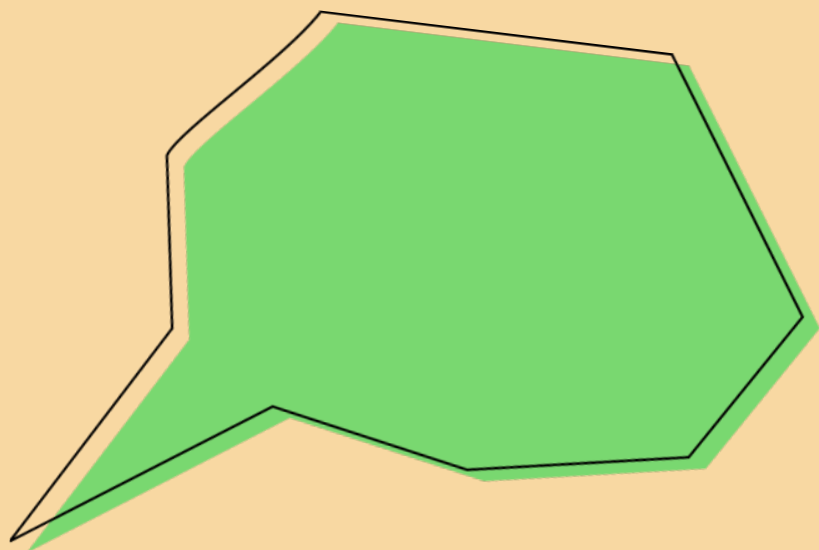
Далее проверяют, соответствует ли выбранная фигура именно этому условию. Такой перевод текста в чертёж делает задачу короче и понятнее для построения.



Пересечение условий = пересечение МТТ

Два условия

Если точка должна удовлетворять сразу двум условиям, каждое из них превращают в своё геометрическое место. Затем ищут точки, которые принадлежат обоим местам одновременно.



Решение через пересечение

Именно точки пересечения дают все возможные решения задачи. Поэтому число ответов совпадает с числом точек пересечения фигур на чертеже.

Окружность как место точек

Идея окружности

Все точки, находящиеся на одинаковом расстоянии от данной точки, образуют окружность. Эта точка становится центром окружности, а заданное расстояние — её радиусом.

Как использовать

Если в условии сказано «на расстоянии r от A », нужно построить окружность с центром в точке A и радиусом r . Это сразу переводит текст в чертёж.

Где встречается

Такое место точек часто встречается в задачах, где нужно найти точку с фиксированным удалением от одного пункта, например от вершины, центра или заданной точки.

Серединный перпендикуляр

Равенство расстояний

Если точка одинаково удалена от двух данных точек, она лежит на серединном перпендикуляре к отрезку между ними. Этот перпендикуляр проходит через середину отрезка.

Как устроен

Серединный перпендикуляр перпендикулярен отрезку и делит его пополам. Поэтому он очень удобен, когда в условии встречается равенство расстояний до двух точек.

Почему полезен

В задачах построения это место точек помогает быстро заменить сравнение расстояний на простую линию, которую можно легко построить циркулем и линейкой.



Биссектриса угла

Равные расстояния

Точки, которые одинаково удалены от обеих сторон угла, лежат на его биссектрисе. Расстояние до стороны измеряют по перпендикуляру, а не по наклонному отрезку.

Главная линия

Биссектриса делит угол на две равные части и показывает направление всех таких точек. Если точка должна быть внутри угла, именно эта линия становится главным ориентиром.

Где применяется

Этот приём особенно полезен в задачах о центре вписанной окружности, потому что такой центр находится на биссектрисах углов треугольника.

Расстояние от прямой

Две параллели

Все точки, удалённые от прямой на одно и то же расстояние, образуют две параллельные прямые. Каждая из них лежит по своей стороне от данной прямой.

Как измеряют расстояние

Расстояние от точки до прямой измеряют по перпендикуляру, а не по наклонному отрезку. Поэтому именно перпендикуляр помогает правильно определить нужное место точек.

Где применяется

Такое место точек удобно применять, когда в задаче сказано, например, провести точку на заданном расстоянии от стороны угла, от дороги или от границы фигуры.



Сложные места точек

Сумма расстояний

Если сумма расстояний до двух фиксированных точек постоянна, получается более сложное место точек. В школьных задачах его обычно не строят подробно, а лишь узнают по формулировке условия.

Похоже на эллипс

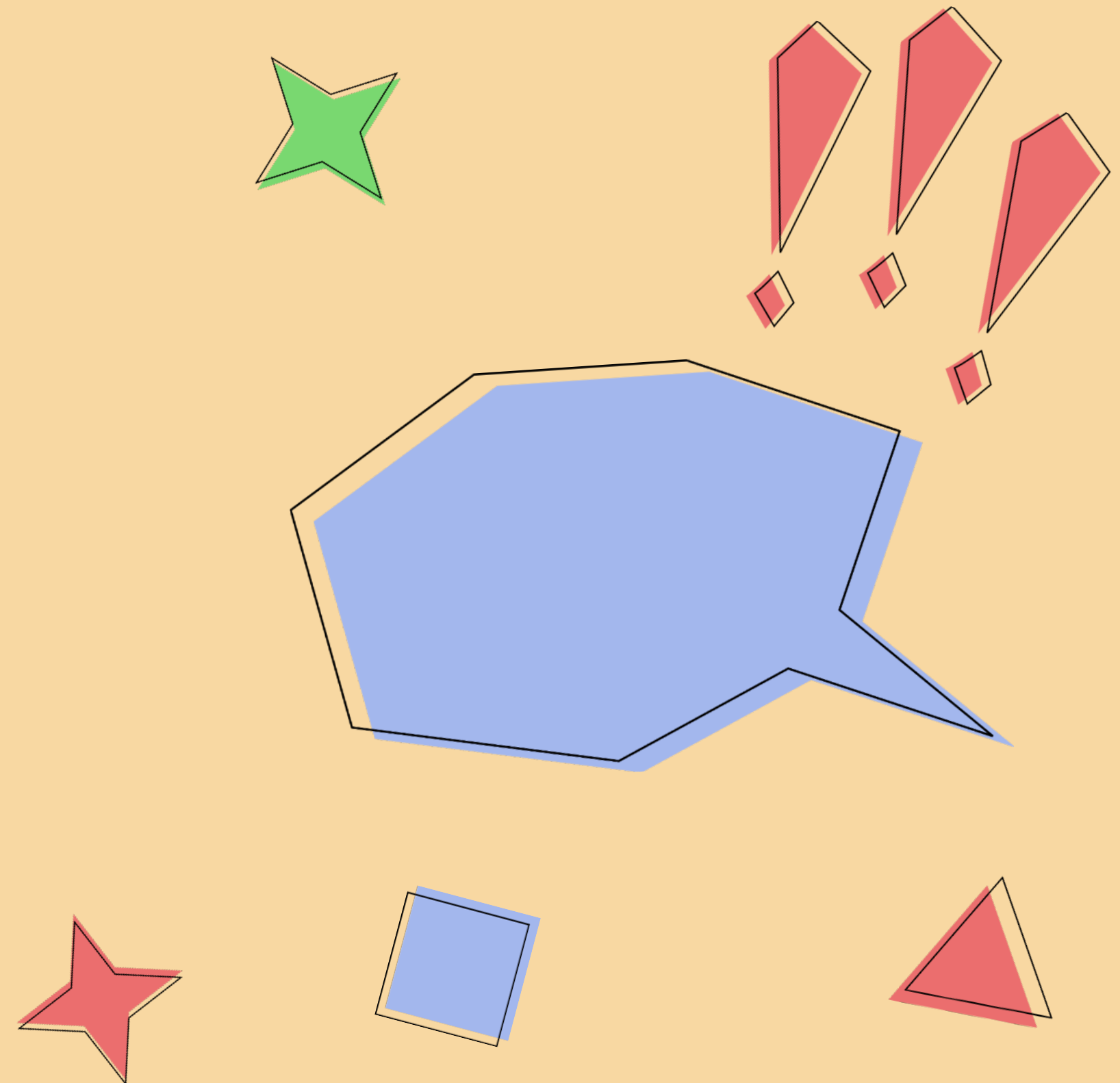
Такая запись напоминает эллипс. Для школьного курса важно не название, а смысл: нужно понять, что все подходящие точки образуют одну общую фигуру с чётким свойством.

Разность расстояний

Если в условии сказано о разности расстояний до двух точек, возникает ещё более сложный случай. Он связан с гиперболой и встречается реже, чем окружность или биссектриса.

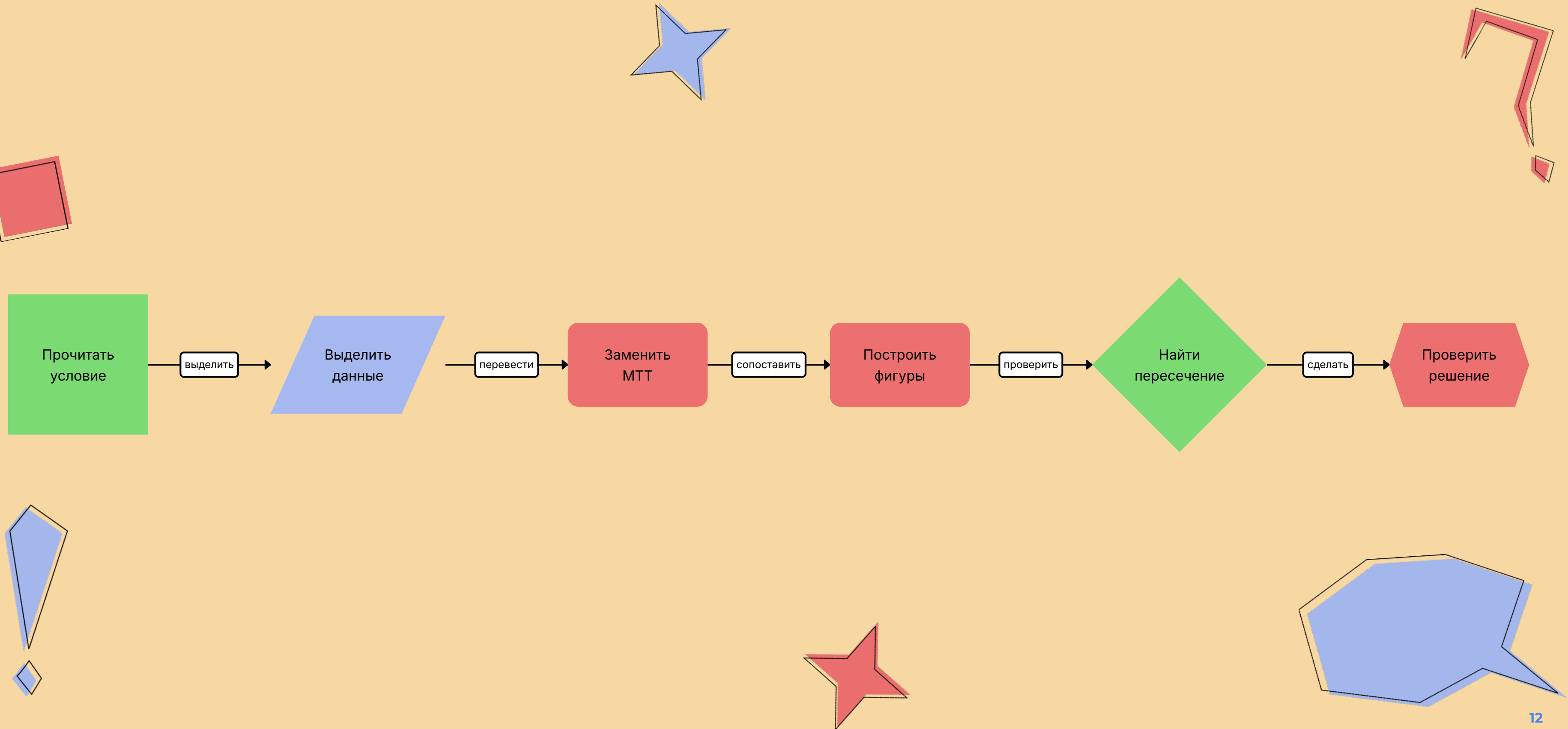
Что важно запомнить

Для построительных задач достаточно знать, что такие случаи относятся к продвинутым. Обычно главное — правильно распознать тип условия и не перепутать его с более простыми местами точек.



Переход от текста к чертежу

От данных задачи к геометрической фигуре и ответу.



Пример 1: два условия — два места

1. 1. Равенство расстояний

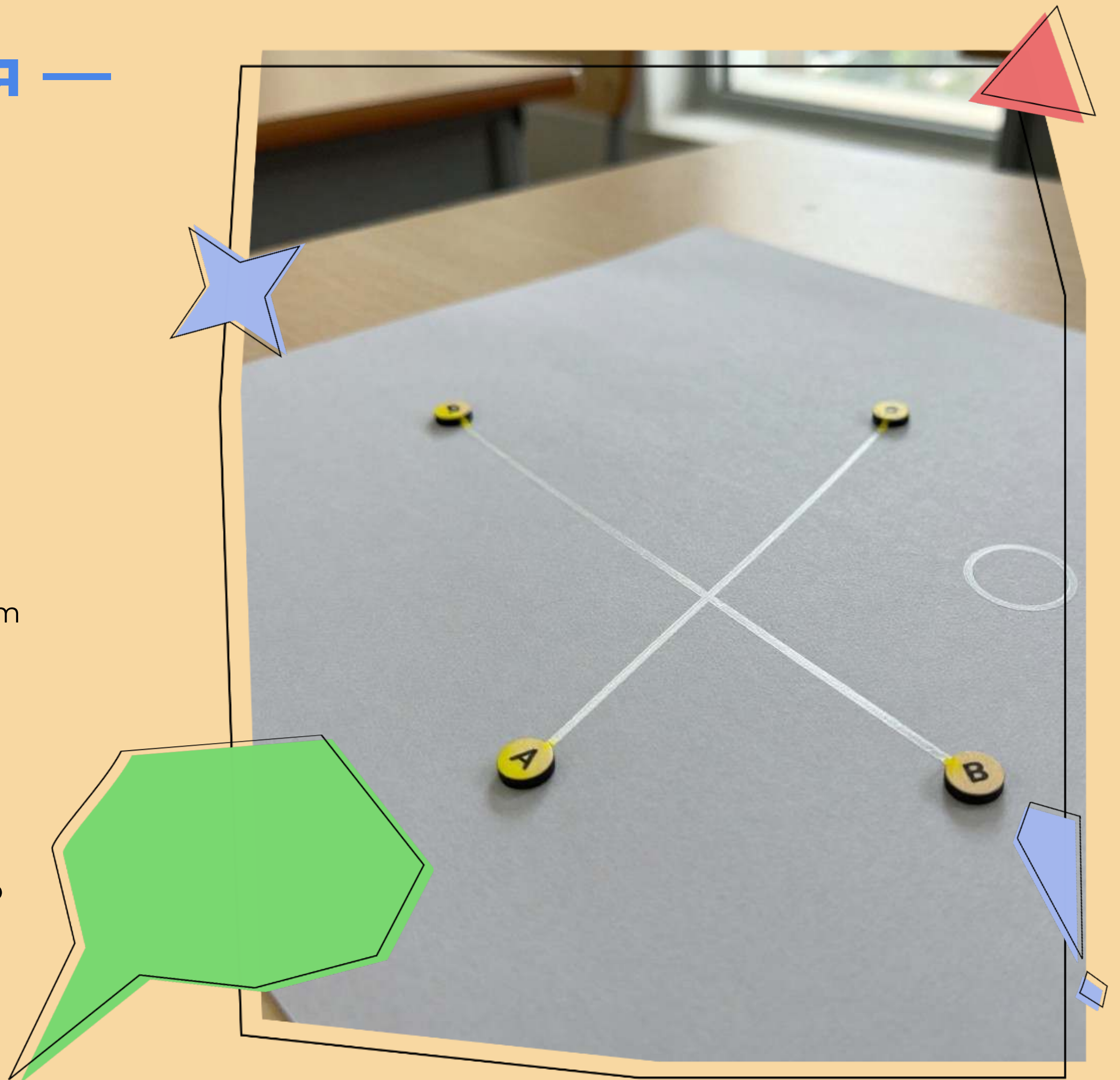
Первое условие «равноудалена от А и В» сразу переводится в серединный перпендикуляр к отрезку АВ. Это все точки, для которых расстояния до А и В одинаковы.

2. 2. Другое место

Второе условие «на расстоянии r от А» означает окружность с центром в точке А. На ней лежат все точки, удалённые от А ровно на r .

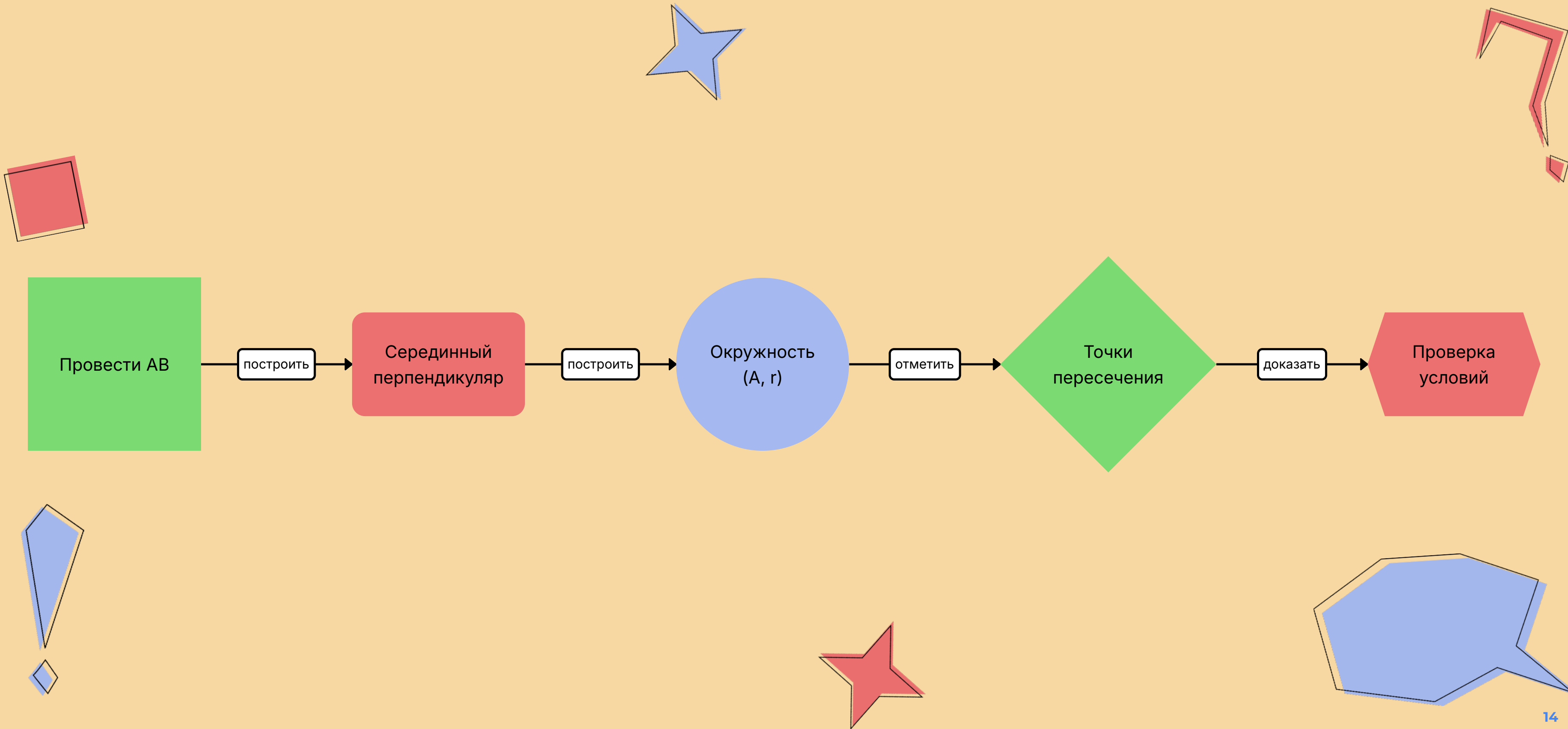
3. 3. Общий ответ

Ответом становятся точки пересечения двух построенных фигур. Каждая из них одновременно удовлетворяет обоим условиям, а значит, решает исходную задачу.

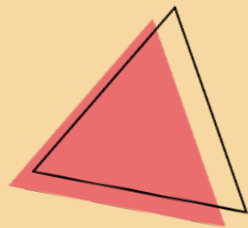
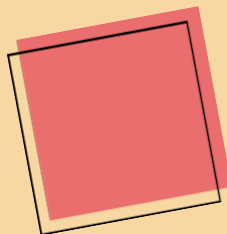
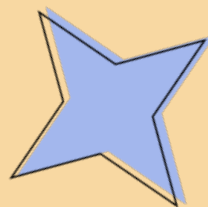


Шаги построения в примере 1

Построение начинается с данных: отрезок АВ и расстояние r .



Число решений в примере 1

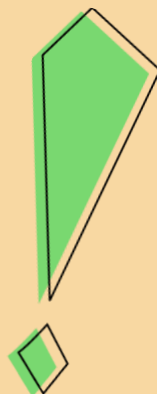
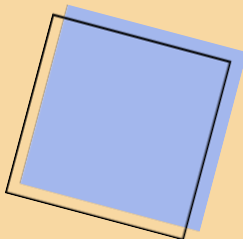
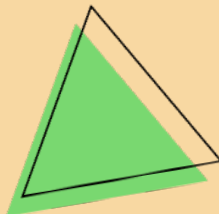


Положение	Решения
2 точки	2
Касание	1
Нет пересечения	0

Число решений зависит от взаимного положения окружности и серединного перпендикуляра: пересечение даёт два ответа, касание — один, отсутствие общих точек — ни одного.

Количество решений равно числу общих точек двух построенных фигур.

Сопоставление окружности и серединного перпендикуляра в примере 1.



Пример 2: угол и расстояние

1.

1. Ищем биссектрису

Условие «точка внутри угла и равноудалена от его сторон» сразу указывает на биссектрису. На ней расстояния до сторон одинаковы, поэтому именно она задаёт первое ограничение.

2.

2. Добавляем расстояние

Второе условие — заданное расстояние r от вершины угла. Все такие точки лежат на окружности с центром в вершине, и это второе место точек.

3.

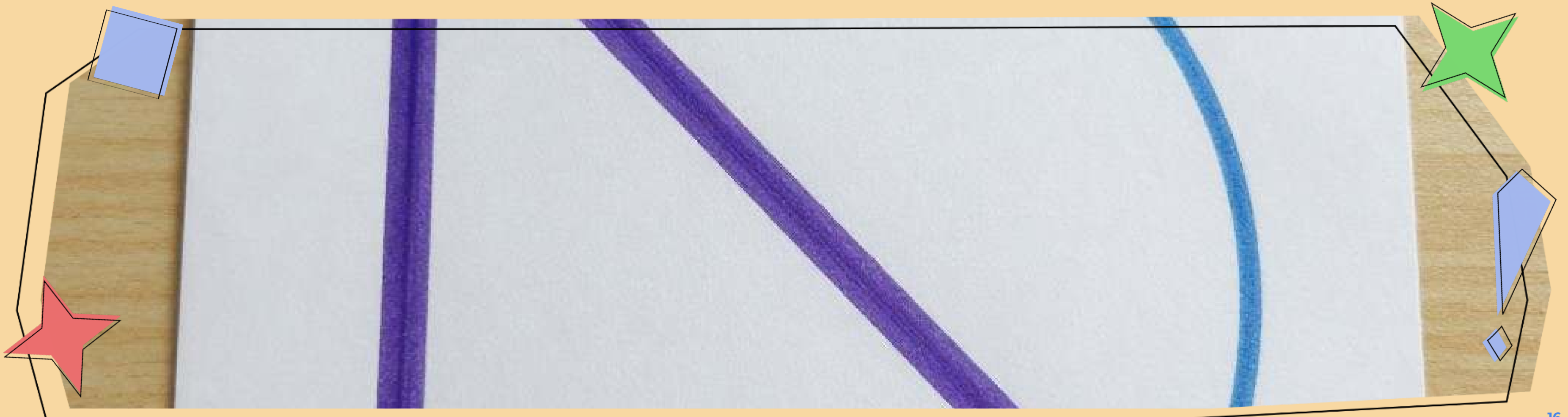
3. Ищем пересечение

Теперь нужно найти общие точки биссектрисы и окружности. Именно они одновременно удовлетворяют обоим условиям, поэтому становятся кандидатами в ответ.

4.

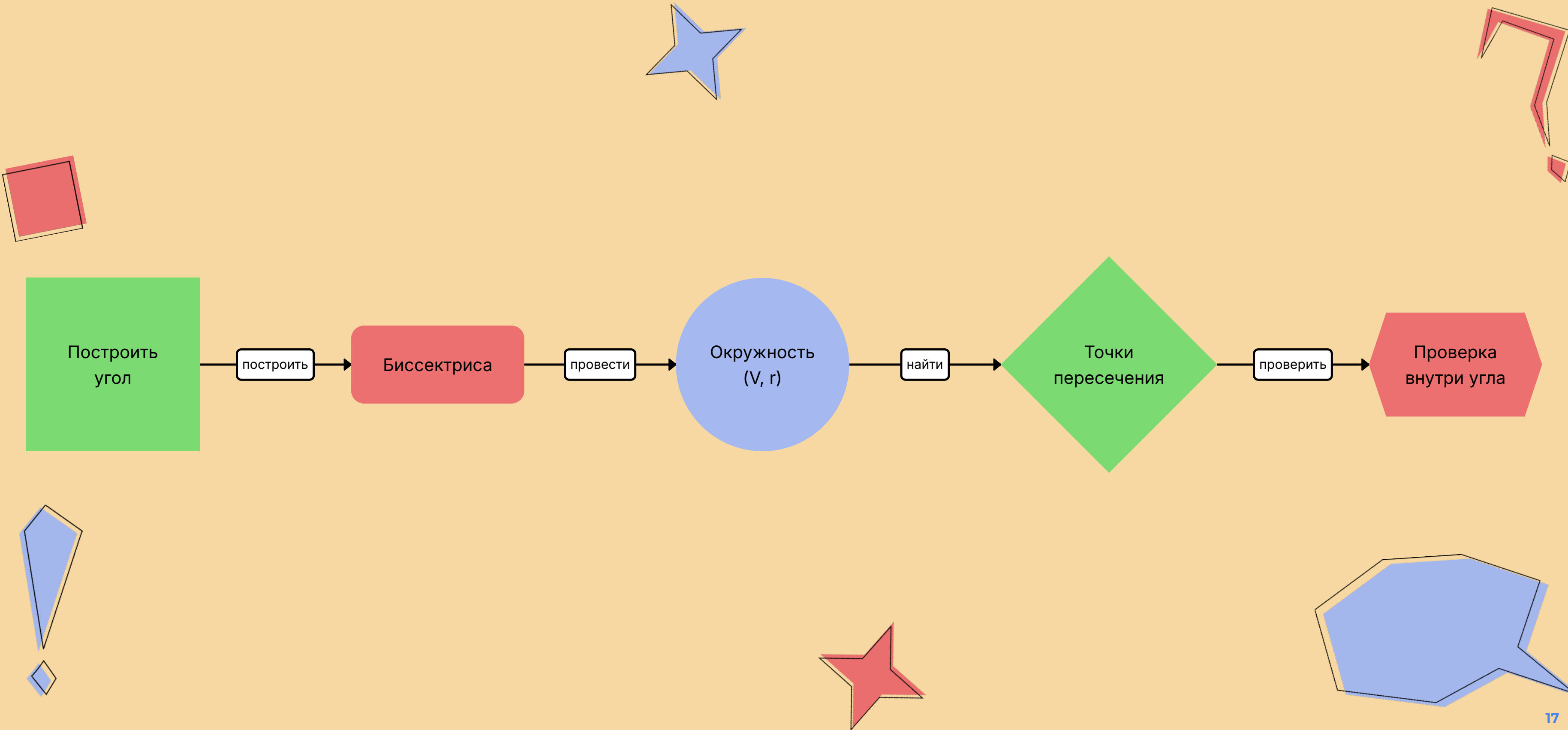
4. Учитываем границы

Если угол задан как ограниченная область, не каждая точка пересечения подходит автоматически. Нужно убедиться, что она действительно находится внутри угла.

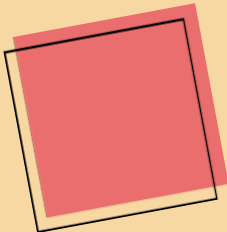
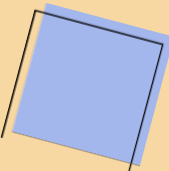


Пошаговое решение примера 2

Даны угол, его вершина V и расстояние r .

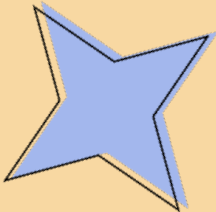
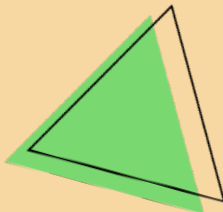


Исследование решений в примере 2



Ситуация	Ответ
Касание	1
Две точки	2
Нет общих	0

Исследование пересечения в примере 2.



Положение окружности относительно биссектрисы определяет количество ответов. Важно учитывать не только пересечение, но и то, лежит ли точка в нужной части угла.

Решение зависит от взаимного положения окружности, биссектрисы и области угла.

Почему этот метод работает

1. Замена условия

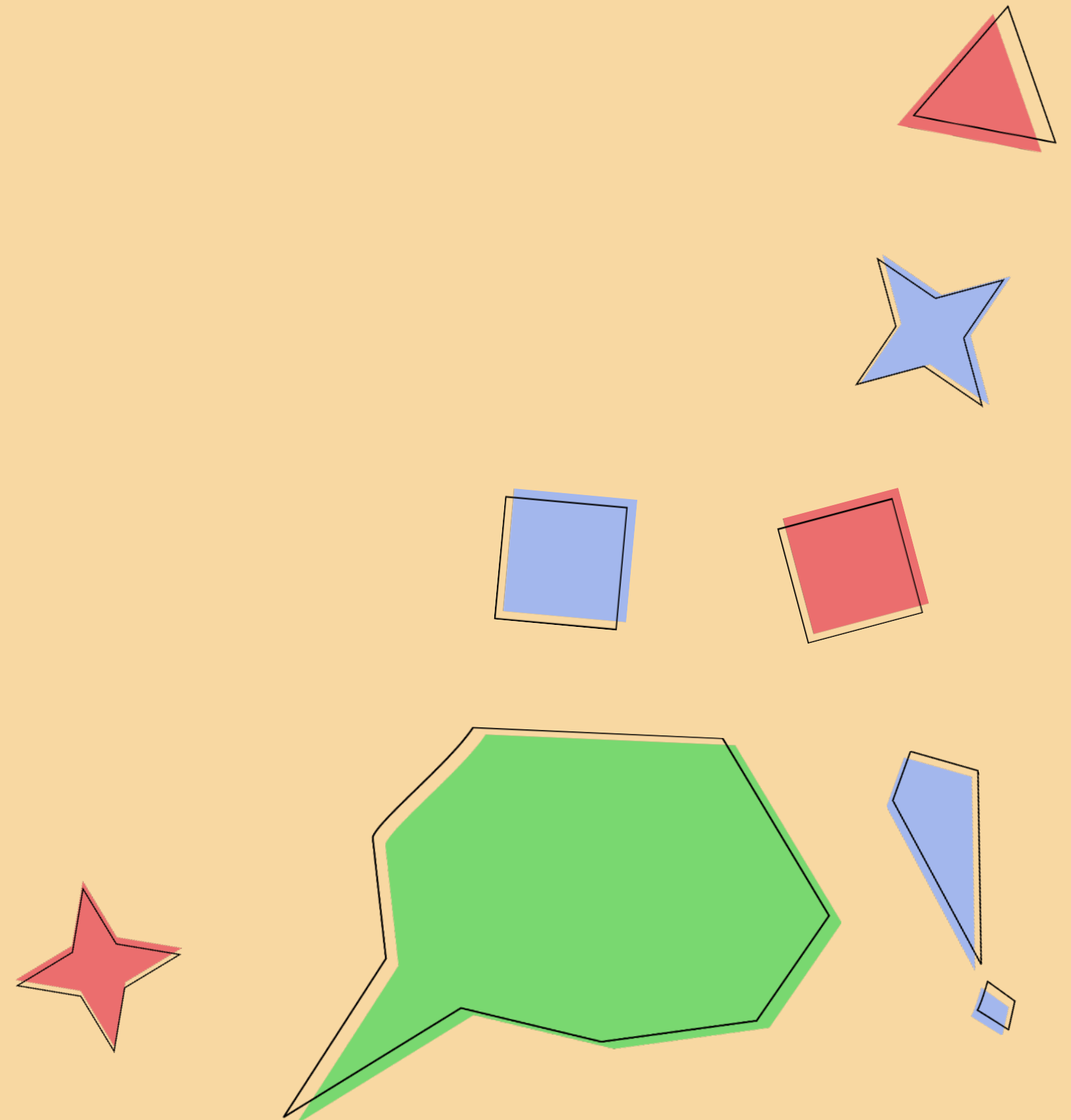
Сначала сложное словесное условие заменяют знакомой фигурой. Так задача становится наглядной: вместо длинного текста мы работаем с окружностью, перпендикуляром или биссектрисой.

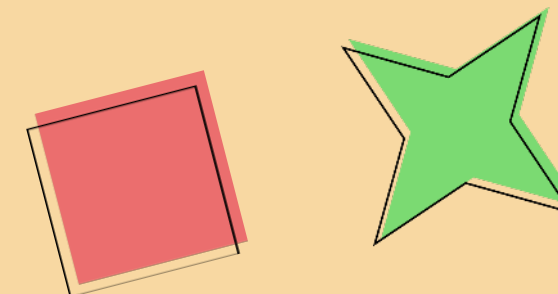
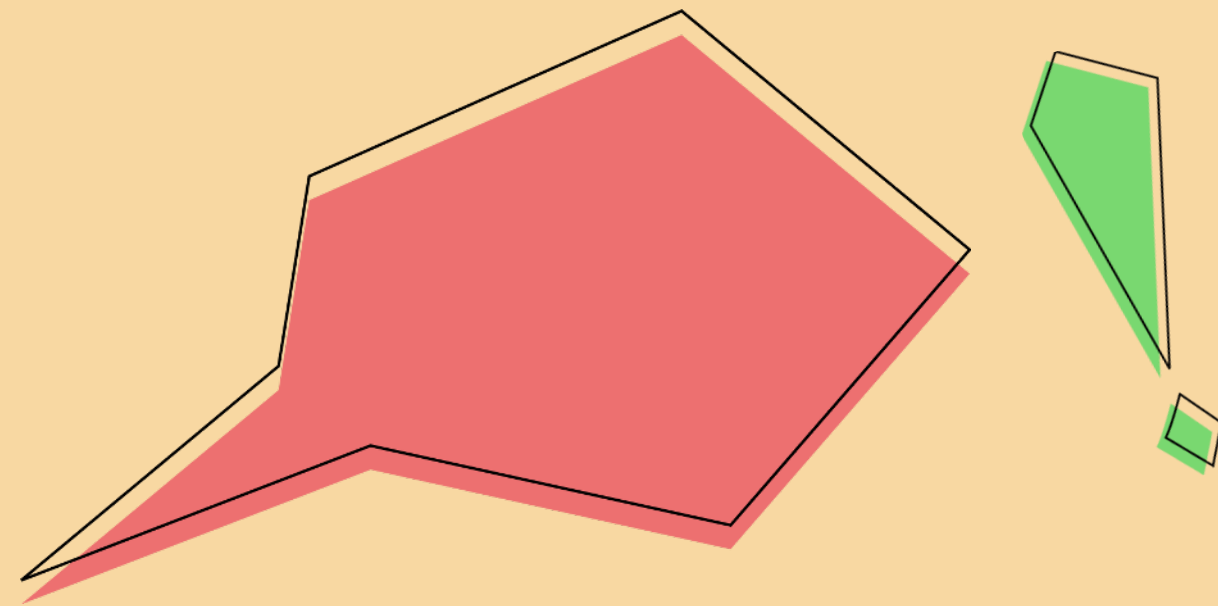
2. Поиск общих точек

Затем ищут пересечение нескольких мест точек. Этот шаг даёт все возможные ответы сразу и помогает не пропустить ни одного подходящего положения искомой точки.

3. Проверка ответа

Потом обязательно проверяют доказательство. Нужно показать, что построенная точка действительно принадлежит нужному месту и одновременно не нарушает остальных требований задачи.





Запомни главный приём

Главный приём прост: прочитать условие как геометрическое место точек, построить нужные фигуры и найти их пересечение. Тогда легче доказать ответ и понять, сколько решений действительно существует.

