

Теорема, обратная теореме Пифагора

Как по сторонам узнать прямой угол?

Почему это важно

01

Обратная теорема Пифагора помогает по трём сторонам определить, есть ли в треугольнике прямой угол. Её используют в геометрии, черчении и практических измерениях.

Формулировка теоремы

01

Самая длинная сторона

Сначала выбирают сторону, которая длиннее двух остальных. Именно её квадрат сравнивают с суммой квадратов двух меньших сторон, потому что она может быть гипотенузой.

02

Главное равенство

Если квадрат большей стороны равен сумме квадратов двух других сторон, то треугольник обязательно прямоугольный. Это и есть обратная теорема Пифагора.

03

Запись формулы

Удобно записывать правило так: $c^2 = a^2 + b^2$. Здесь c обозначает большую сторону, а a и b — две меньшие стороны треугольника.

04

Что даёт проверка

Формула позволяет не измерять углы отдельно. Достаточно вычислить квадраты сторон и сделать строгий вывод о наличии или отсутствии прямого угла.

Обозначения на рисунке прямоугольного треугольника

Катеты

Две стороны, между которыми расположен прямой угол, называются катетами. На схеме их обычно обозначают буквами a и b .

Гипотенуза

Сторона напротив прямого угла — это гипотенуза. Она всегда самая длинная, поэтому именно её обозначают буквой c .

Прямой угол

Маленький квадрат в вершине показывает, где находится прямой угол. По этому признаку легко понять, какие стороны являются катетами.

Проверяемое равенство

Рядом с рисунком полезно написать $c^2 = a^2 + b^2$. Так сразу видно, какое соотношение нужно проверить в обратной теореме.

Проверка теоремы на известных тройках



Диаграмма показывает, что не только сами числа, но и их квадраты должны совпасть точно. Это удобный способ быстро сравнить результаты вычислений.

Для троек 3-4-5, 5-12-13 и 8-15-17 равенство выполняется, а для 4-5-6 — нет. Значит, только первые три задают прямоугольные треугольники.

Сравнение сторон и их квадратов

Таблица помогает увидеть, как работает равенство для разных наборов сторон и почему важен именно квадрат большей стороны.

Во всех трёх примерах сумма квадратов двух меньших сторон совпадает с квадратом большей стороны, значит треугольники прямоугольные.

Тройка	a^2+b^2	c^2	Вывод
3-4-5	25	25	Прямоугольный
5-12-13	169	169	Прямоугольный
8-15-17	289	289	Прямоугольный

1

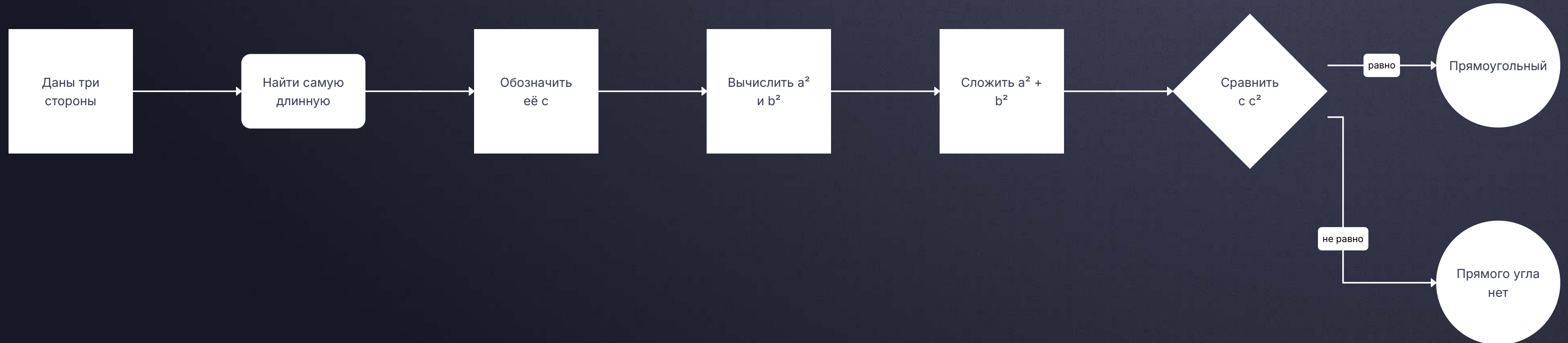
**из трёх сторон треугольника
всегда самая длинная
является гипотенузой**

Определение из школьного курса геометрии

При проверке по обратной теореме именно эту сторону возводят в квадрат и сравнивают с суммой квадратов двух других сторон.

Алгоритм проверки треугольника

Проверка по трём данным сторонам



Связь с теоремой Пифагора



Прямая теорема

В прямоугольном треугольнике она помогает находить неизвестную сторону, если известны две другие. Формула связывает катеты и гипотенузу и работает только при прямом угле.



Обратная теорема

Здесь направление другое: по трём сторонам проверяют, есть ли прямой угол. Это особенно удобно, когда углы измерять не нужно или невозможно.



Одна формула

Обе теоремы основаны на одном равенстве $c^2 = a^2 + b^2$. Поэтому они дополняют друг друга и дают два способа работать с прямоугольным треугольником.

Пример с числами 6, 8 и 10

Находим квадрат сторон

Сначала вычисляем квадраты меньших сторон: $6^2 = 36$ и $8^2 = 64$. Эти числа легко сложить устно, что делает пример очень удобным.

Делаем вывод

Так как выполняется равенство $c^2 = a^2 + b^2$, треугольник со сторонами 6, 8 и 10 является прямоугольным.

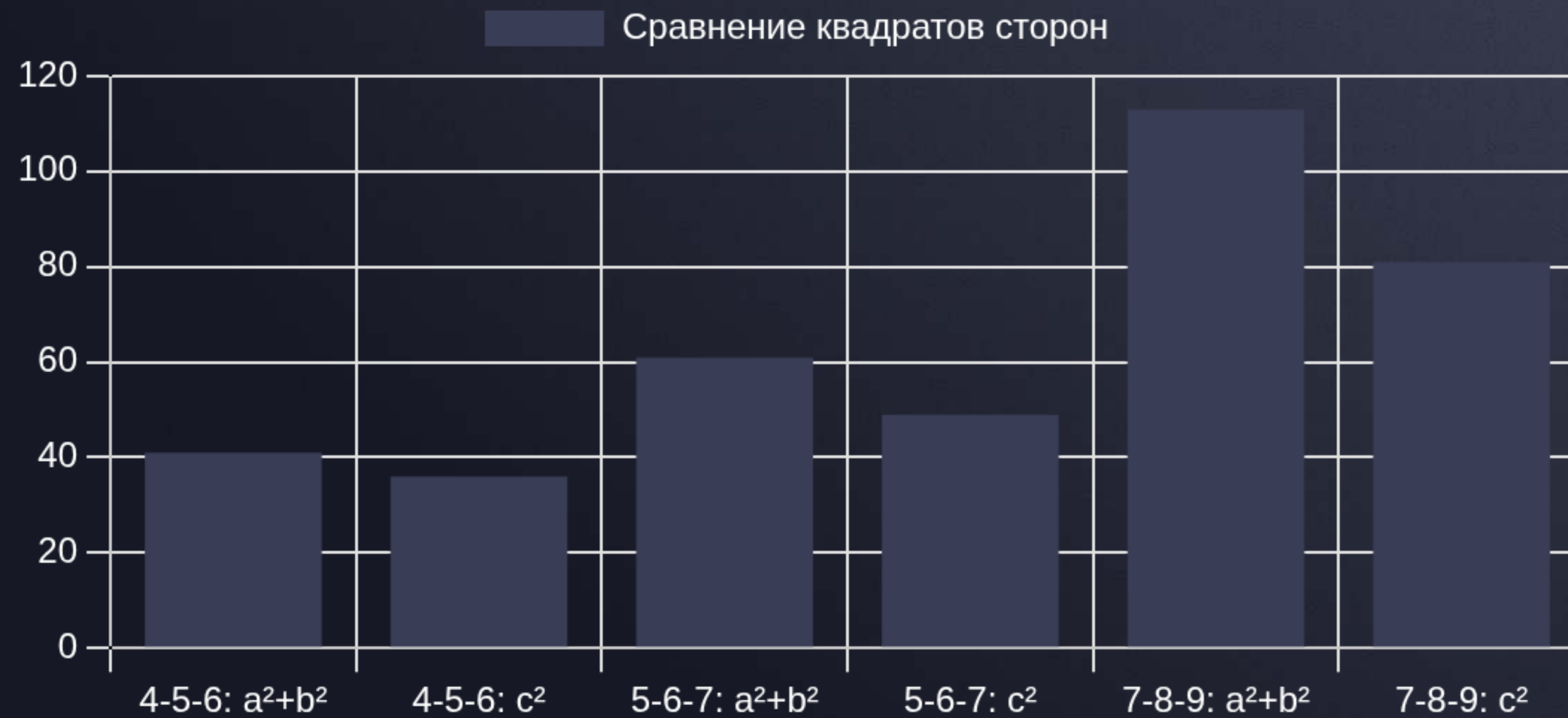
Сравниваем результаты

Получаем $36 + 64 = 100$. Затем находим квадрат большей стороны: $10^2 = 100$. Значения совпадают точно, без округления.

Почему пример полезен

Все числа целые, поэтому проверка занимает меньше времени и хорошо подходит для устного ответа, самостоятельной работы и повторения правила.

Примеры, где равенство не выполняется



Даже небольшая разница в числах меняет вывод: для прямоугольного треугольника совпадение должно быть точным.

Во всех трёх примерах равенства нет, значит прямой угол отсутствует.

Школьный курс геометрии, 8 класс; вычисления по тройкам 4-5-6, 5-6-7, 7-8-9.

Ключевые признаки пифагоровых троек



Числовое равенство

Пифагорова тройка — это три целых числа, для которых выполняется равенство $a^2 + b^2 = c^2$. Такое соотношение сразу указывает на прямоугольный треугольник без измерения углов.



Удобство в задачах

Тройки 3-4-5, 5-12-13 и 8-15-17 часто используют в школьных задачах, потому что проверка выполняется быстро и не требует громоздких вычислений или округлений.



Связь с геометрией

Если три числа образуют пифагорову тройку, они могут быть длинами сторон прямоугольного треугольника. При этом самое большое число всегда соответствует гипотенузе.



Проверка без сомнений

Главная польза таких троек в том, что результат можно получить точно. Если равенство выполнено, треугольник прямоугольный; если нет, прямого угла нет.

Пифагоровы тройки в числах

Тройка	a^2+b^2	c^2	Вывод
3-4-5	25	25	да
5-12-13	169	169	да
8-15-17	289	289	да
7-24-25	625	625	да

Школьный курс геометрии, 8 класс.

Сравнение квадратов показывает, что у всех приведённых троек выполняется одно и то же равенство.

Во всех строках совпадают значения a^2+b^2 и c^2 , поэтому каждая тройка задаёт прямоугольный треугольник.

Типичные ошибки при проверке

Неверная сторона c

Иногда за c принимают не самую длинную сторону. Тогда сравнение становится ошибочным, потому что в обратной теореме именно квадрат наибольшей стороны должен быть отдельным.

Сравнение без квадратов

Нельзя сравнивать сами длины сторон вместо их квадратов. Теорема работает только с соотношением c^2 и a^2+b^2 , а не с обычными числами.

Разные единицы

Если одна сторона записана в сантиметрах, а другая в миллиметрах, вычисление теряет смысл. Перед проверкой все длины нужно привести к одной единице измерения.

Округление вместо точности

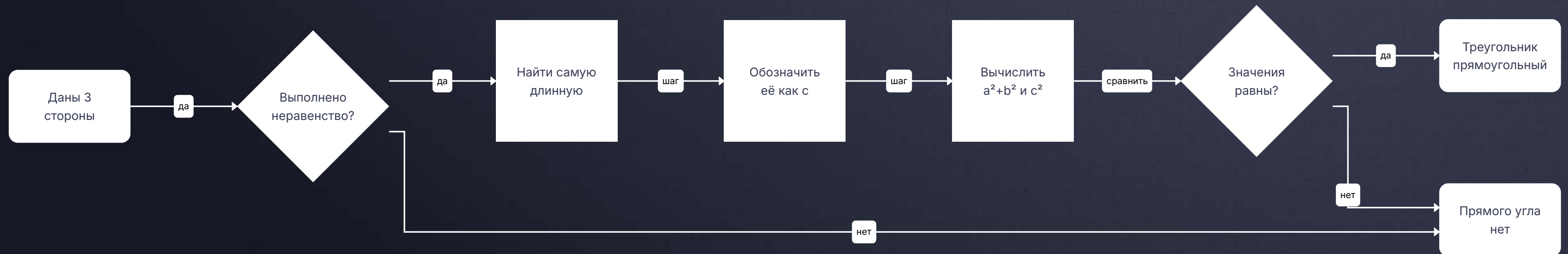
Для теоремы важно точное равенство. Если значения лишь «почти совпадают», делать вывод о прямоугольности нельзя, потому что в геометрии требуется строгая проверка.

Игнорирование смысла задачи

Иногда ученик спешит и забывает сначала проверить, что даны именно три стороны треугольника. Без полного набора данных применять обратную теорему нельзя.

Когда применять обратную теорему

Последовательность проверки по трём данным сторонам треугольника



Где эта теорема работает на практике

Проверка прямого угла на стройке

При разметке фундамента или стены строители измеряют стороны и диагональ, чтобы убедиться, что угол действительно прямой. Такой способ помогает избежать перекоса уже на раннем этапе работы и экономит время на исправления.



Чертёж без лишних измерений

В черчении обратная теорема позволяет проверить форму фигуры по длинам сторон. Если известны только отрезки, можно сделать строгий вывод о прямом угле, не пользуясь транспортиром и не полагаясь на рисунок на глаз.

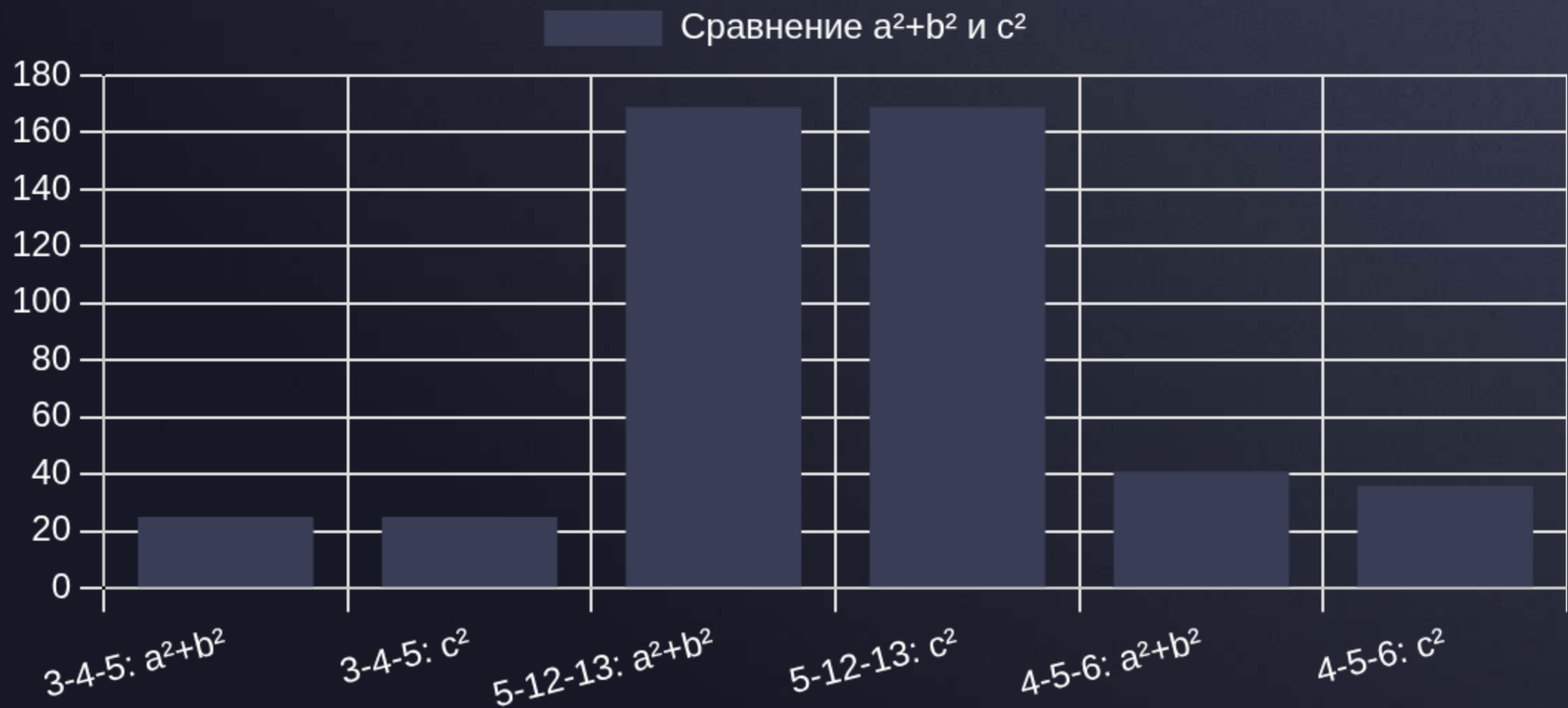


Разметка на местности

При работе на участке или спортивной площадке теорема помогает быстро проверить, что разметка выполнена точно. Достаточно измерить стороны и сравнить квадраты, чтобы понять, получился ли прямоугольный участок.



Сравнение вычислений для нескольких треугольников



На диаграмме видно, что проверка основана не на внешнем виде, а на точном числовом равенстве.

Совпадение столбцов сразу выделяет прямоугольные треугольники, а различие указывает на отсутствие прямого угла.

Школьный курс геометрии, 8 класс; вычисления по тройкам 3-4-5, 5-12-13, 4-5-6.

Что именно доказывает теорема

01

Только по сторонам

Теорема устанавливает наличие прямого угла, если известны длины трёх сторон. Для вывода не нужно измерять угол отдельно: достаточно проверить числовое равенство квадратов.

02

Без оценки на глаз

Она не опирается на внешний вид рисунка. Даже если треугольник нарисован неточно, вывод остаётся строгим, потому что основан на вычислениях, а не на впечатлении.

03

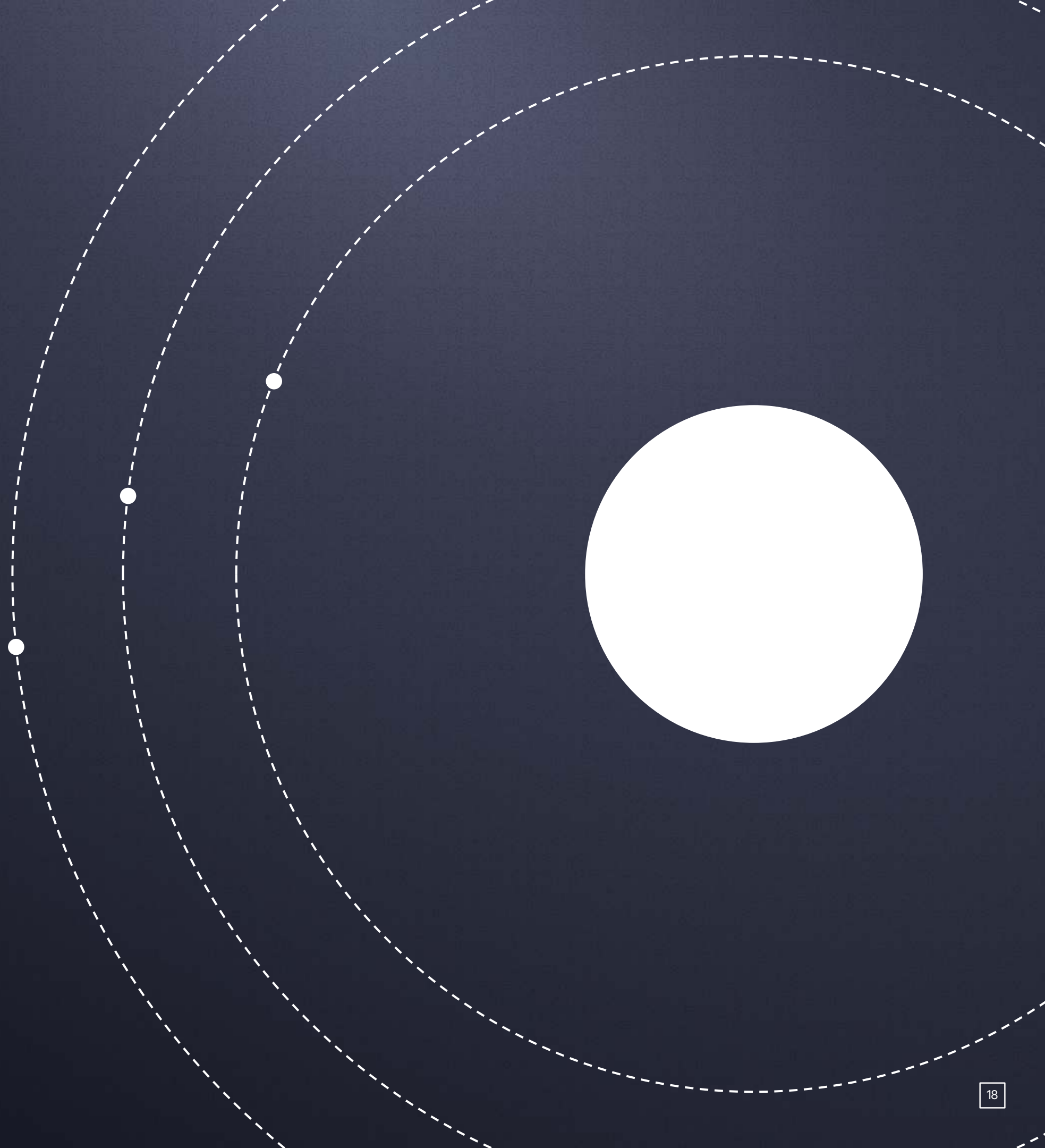
Правильный выбор стороны

Сначала находят наибольшую сторону и принимают её за c . Только после этого сравнивают её квадрат с суммой квадратов двух остальных сторон.

04

Строгий геометрический вывод

Если равенство выполняется, можно уверенно сказать, что треугольник прямоугольный. Если нет, то прямого угла в нём нет, и это тоже точный результат.



Главные свойства обратной теоремы

Точное равенство

Главное условие — совпадение c^2 и a^2+b^2 без приближений. Даже небольшое отличие означает, что треугольник не является прямоугольным.

Работа с числами

Теорема удобна там, где известны только длины сторон. Она позволяет сделать строгий вывод, не измеряя углы и не строя дополнительные вспомогательные линии.

Самая длинная сторона

Перед проверкой нужно найти наибольшую сторону, потому что именно она играет роль гипотенузы. Если выбрать не её, вывод окажется неверным.

Быстрая проверка формы

Обратная теорема особенно полезна в задачах, где нужно быстро определить, прямоугольный ли треугольник. Несколько вычислений дают однозначный ответ.

Главный вывод темы

Обратная теорема Пифагора позволяет определить прямоугольный треугольник по длинам его сторон. Она делает геометрию точной и удобной: достаточно сравнить квадраты, чтобы получить уверенный ответ.

