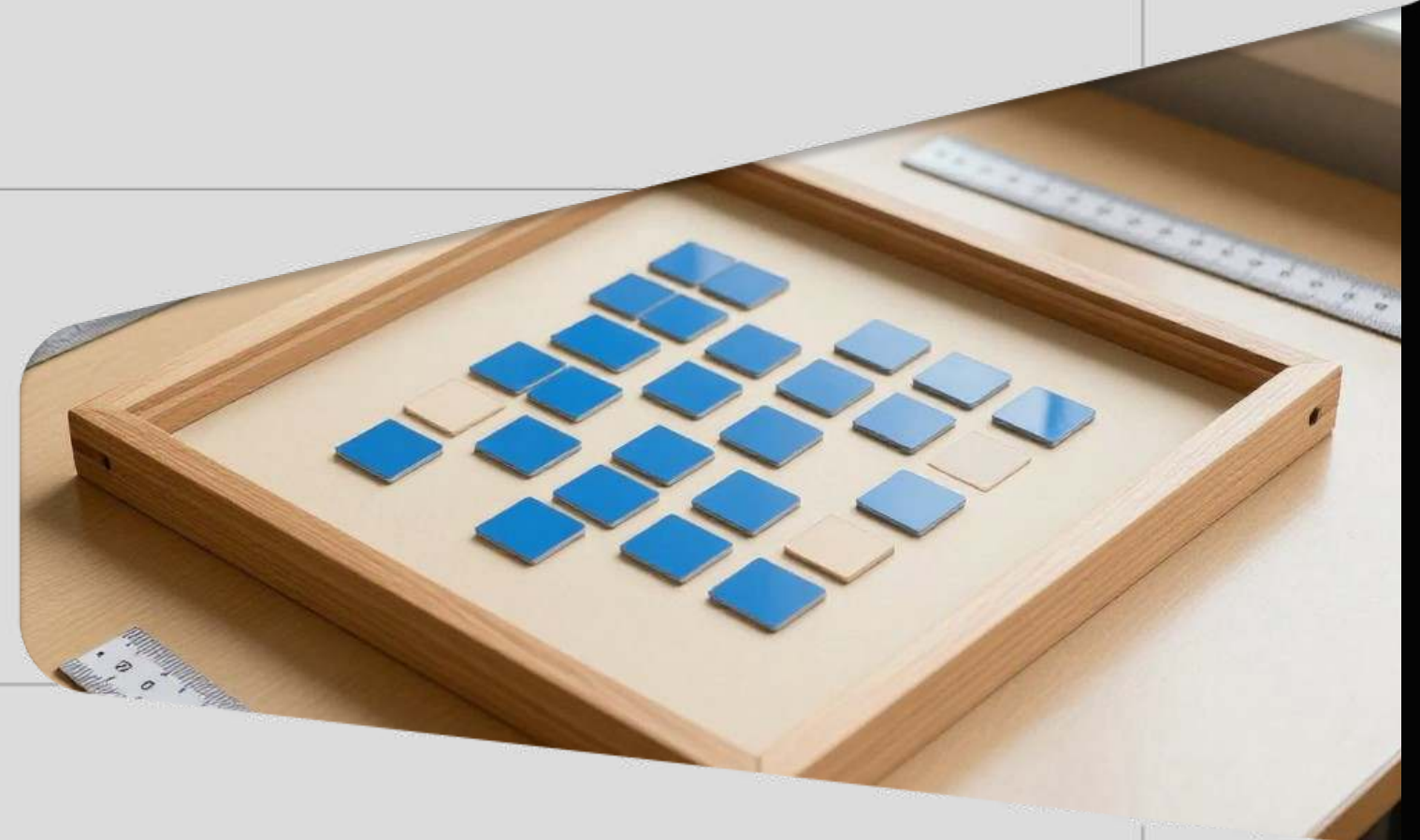


Развитие понятия корня

Как найти сторону по площади
и число по его квадрату?



От измерений к новым числам

Корень возник из задач измерения, а затем привёл к новым числам и удобной записи через $\sqrt{}$.



Зачем вообще нужен корень



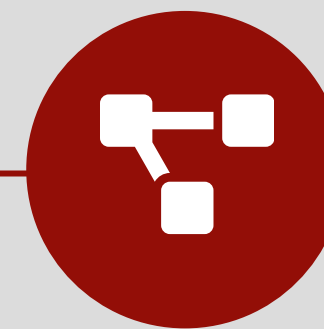
Сторона по площади

Если известна площадь квадрата, нужно восстановить его сторону. Корень отвечает именно на такой вопрос и связывает фигуру с числом.



Обратный ход

Корень помогает найти число, квадрат которого уже известен. Так вычисления переходят от результата обратно к исходному числу.



Связь разделов математики

Через корень соединяются геометрия, арифметика и уравнения. Поэтому он нужен не только на уроках, но и в решении задач.

Корень как обратная операция

.01

Обратный ход

Возведение в квадрат увеличивает число по определённому правилу, а корень возвращает его назад. Это удобно, когда нужно восстановить исходную сторону или проверить ответ.

.02

Пример с 5

Если 5^2 равно 25, то корень из 25 снова даёт 5. Значит, корень помогает отменить действие квадрата и найти неизвестное.

.03

Связь со степенью

Такой взгляд делает корень не новой операцией, а обратной к уже знакомой степени. Поэтому его легко связать с привычными вычислениями.

Площадь квадрата и неизвестная сторона

.01

Формула площади

У квадрата все стороны равны, поэтому площадь выражается формулой x^2 . Если площадь известна, нужно найти число, которое при возведении в квадрат даст этот результат.

.02

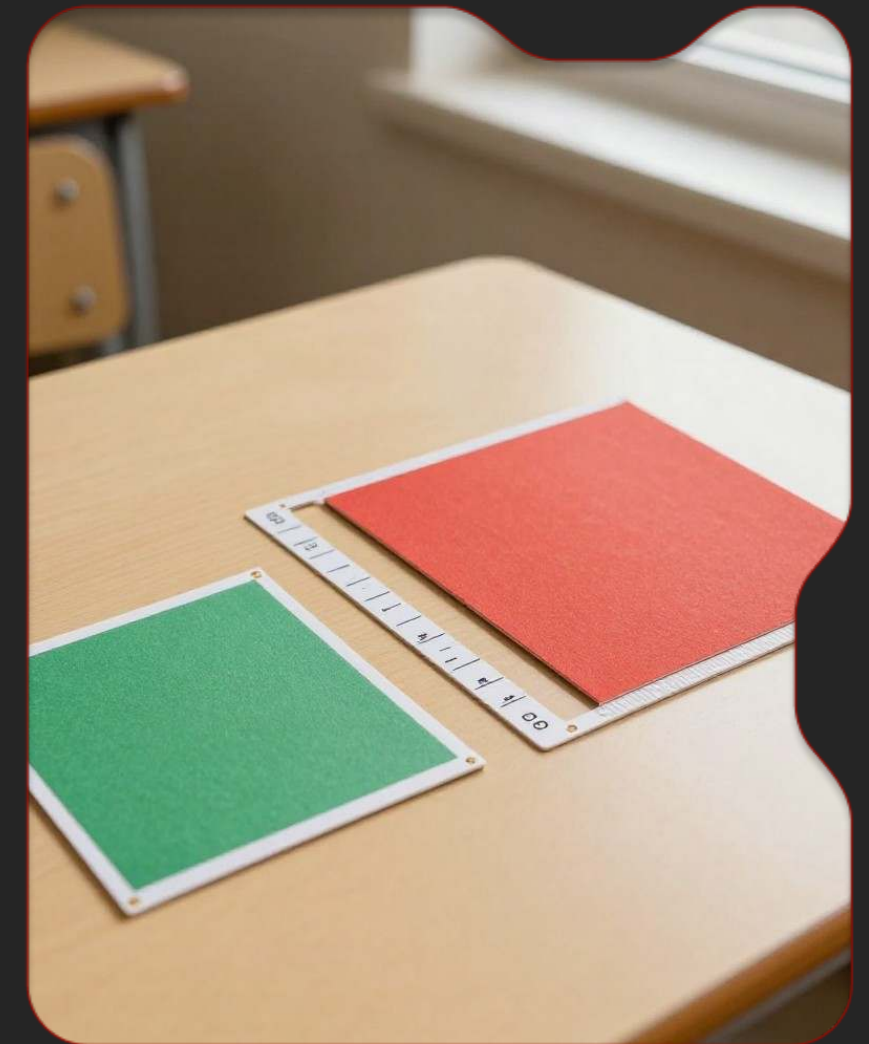
Проверка на примерах

Для 9 см^2 сторона равна 3 см, потому что $3^2 = 9$.
Для 16 см^2 сторона равна 4 см, так как $4^2 = 16$.

.03

Что даёт корень

Такие задачи показывают, что корень помогает переходить от площади к длине. Это особенно удобно в геометрии, где неизвестная величина часто скрыта в условии.





5

**целых
квадратных
корней в этом
ряду можно
получить сразу.**

Именно такие числа дают корень
без дробей и лишних приближений.

Определение совершенного квадрата

Корень и уравнение $x^2=a$

Постановка задачи

Уравнение $x^2 = a$ задаёт поиск числа, квадрат которого равен a . В этом смысле корень связан не только с вычислением, но и с решением уравнений.

▶▶▶ Два ответа

Если a положительно, появляются два числа: одно положительное и одно отрицательное. Но запись $\sqrt{a}$ всегда обозначает только неотрицательное значение.

▶▶▶ Что означает знак

Так корень помогает выбрать удобную запись решения и не путать сам знак $\sqrt{a}$ с полным набором ответов уравнения.

Почему $\sqrt{2}$ не рационально

.01

Предположение дроби

Если бы $\sqrt{2}$ было рациональным, его можно было бы записать дробью p/q . Тогда после возведения в квадрат получилось бы уравнение, которое нельзя согласовать с чётностью чисел.

.02

Противоречие

Из равенства $2 = p^2/q^2$ следует, что p^2 делится на 2, а значит, и p делится на 2. Тогда q тоже должен делиться на 2, что невозможно одновременно.

.03

Вывод

Значит, $\sqrt{2}$ не выражается в виде дроби. Это первое знакомство с иррациональными числами, которые нельзя записать как отношение целых.

Как увидеть $\sqrt{2}$



Диагональ квадрата

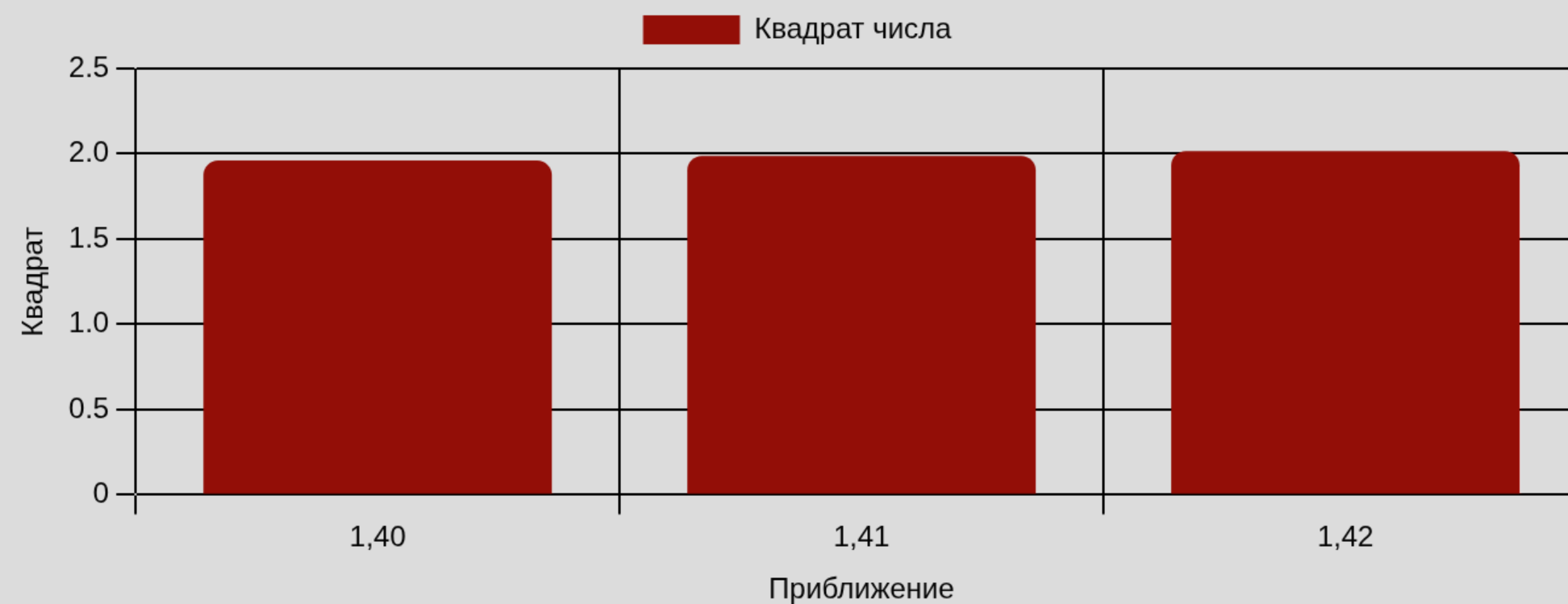
Диагональ квадрата со стороной 1 можно отложить на числовой прямой, и её длина окажется между 1 и 2. Однако она не совпадает ни с одной точной дробью, поэтому служит наглядным примером несоизмеримой величины.



Длина на прямой

На рисунке видно, что отрезок длиной $\sqrt{2}$ существует как реальная длина, а не только как символ. Именно поэтому корень важен для измерений, где нужны точные значения, а не только целые числа.

Приближение и точность



Даже близкие приближения заметно меняют квадрат, поэтому важна точность записи.

Значение $\sqrt{2}$ лежит между 1,41 и 1,42, а более точные вычисления нужны для практики.

Вычисления по значениям $1,4^2$, $1,41^2$ и $1,42^2$

2

**из этого простого
типа задач
выросли
иррациональные
числа
и расширение
до действительны
х.**

Рациональных чисел оказалось недостаточно: измерения приводят к длинам, которые нельзя записать дробью.

Школьный курс математики, тема
«Действительные числа»



$1/2$

такой
показатель
степени
соответствует
квадратному
корню при $a \geq 0$.

Стандартная запись связывает
корень со степенью и помогает
сразу видеть число, а не действие.

Школьный курс алгебры, запись корней
и степеней



0

это
единственное
число, чей
квадрат тоже
равен нулю.

Для обычных действительных чисел
квадратный корень всегда
выбирают неотрицательным,
поэтому знак и правило имеют
строгий смысл.

Определение квадратного корня
в школьном курсе математики



3

**для такого
показателя
корень
из отрицательно
го числа уже
возможен.**

Чётная степень не даёт корня
из отрицательного числа
в действительных числах, а нечётная
степень позволяет это сделать.

Школьный курс алгебры, степени и корни



|a|

**модуль нужен,
чтобы ответ
всегда был
неотрицательны
м.**

Квадрат корня возвращает исходное
число, а корень из квадрата
сохраняет только его
неотрицательную часть.

Свойства квадратного корня в школьном
курсе алгебры


$$b \geq 0$$

это условие
нужно
для деления
под знаком
корня.

Правила работают только
для неотрицательных чисел, иначе
преобразование может дать
неверный результат.

Свойства квадратных корней в школьном
курсе алгебры



9

**из такого
множителя
получается
удобная запись
без лишних
вычислений.**

Полный квадрат можно вынести из-под корня и сразу упростить выражение, не меняя его значения.

Школьный курс алгебры, преобразование выражений с корнями



3

**только после
этого
коэффициенты
можно сложить
как обычные
числа.**

Складываются только одинаковые корни, поэтому сначала нужно привести выражение к общему виду.

Школьный курс алгебры, действия с корнями

Зачем рационализируют знаменатель



Почему это делают

Если в знаменателе стоит корень, запись становится неудобной для вычислений и сравнения. Поэтому дробь часто преобразуют так, чтобы внизу остались только обычные числа.



Как это выглядит

Например, дробь $1/\sqrt{2}$ заменяют на $\sqrt{2}/2$. Значение не меняется, но выражение легче читать, упрощать и использовать в дальнейших вычислениях.



От измерения к точной записи

Корень начал свой путь как ответ на практические задачи, а стал строгим математическим понятием. Он помогает работать с длинами, площадями и уравнениями без потери точности.