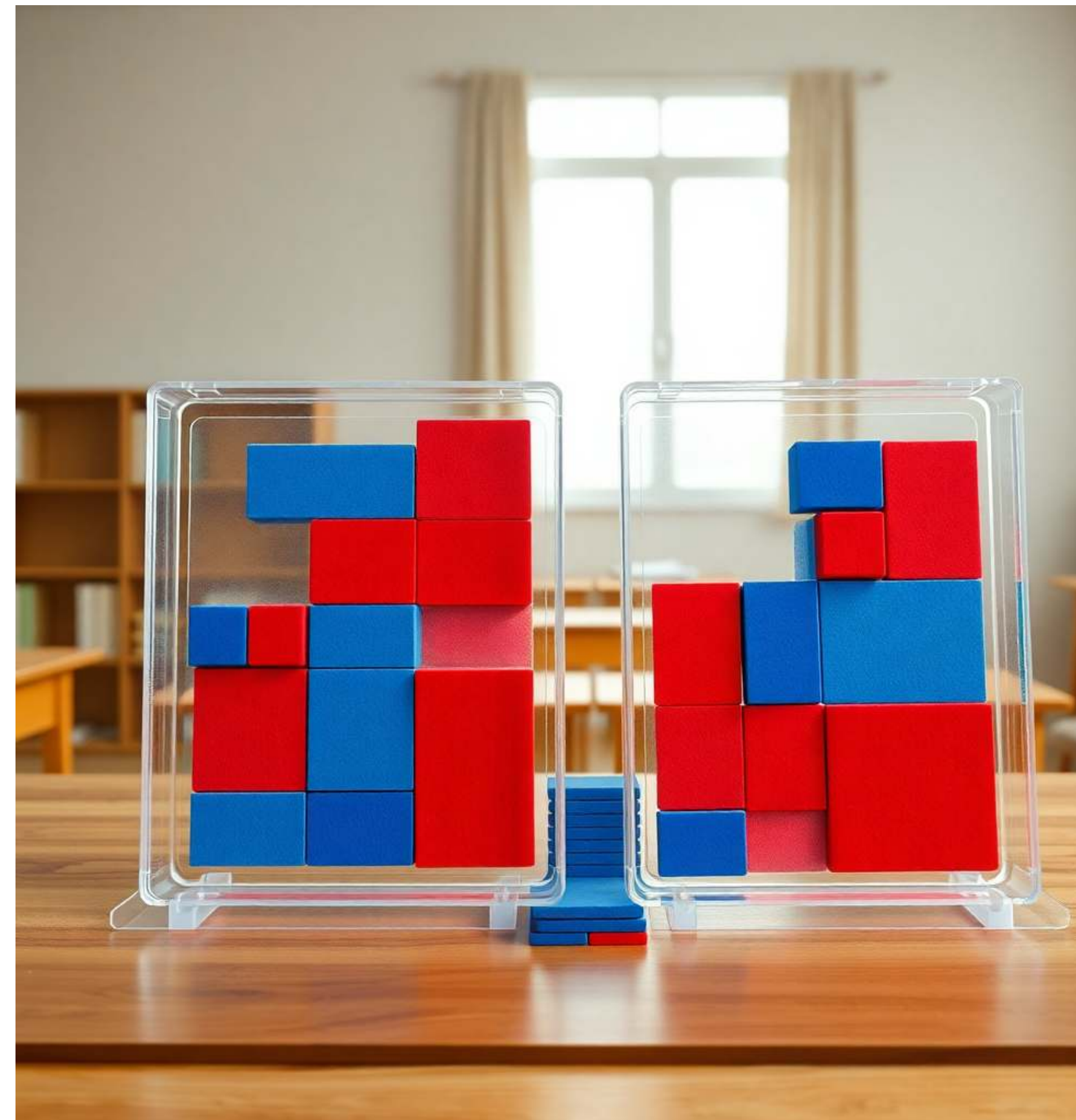


Квадрат суммы и квадрат разности

Две формулы, которые экономят время
и уменьшают ошибки.



Зачем изучать эти формулы в 7 классе



Они помогают быстро раскрывать скобки, упрощать выражения и решать уравнения. Формулы основаны на распределительном свойстве умножения и часто встречаются в школьной алгебре.

Что такое квадрат двучлена

I

Произведение на само себя

Квадрат двучлена означает, что выражение умножают само на себя: $(a+b)(a+b)$ или $(a-b)(a-b)$. Это основа обеих формул сокращённого умножения.

2

Каждый с каждым

При раскрытии скобок каждый член первой скобки умножается на каждый член второй. Поэтому появляются четыре произведения, из которых затем собирают более компактную запись.

3

Схожие слагаемые

В полученном выражении два средних произведения оказываются одинаковыми по виду. Их можно объединить, что и даёт характерный средний член формулы.

4

Три части результата

После преобразования остаются три слагаемых: квадрат первого числа, средний член и квадрат второго числа. Именно такая структура повторяется в обеих формулах.

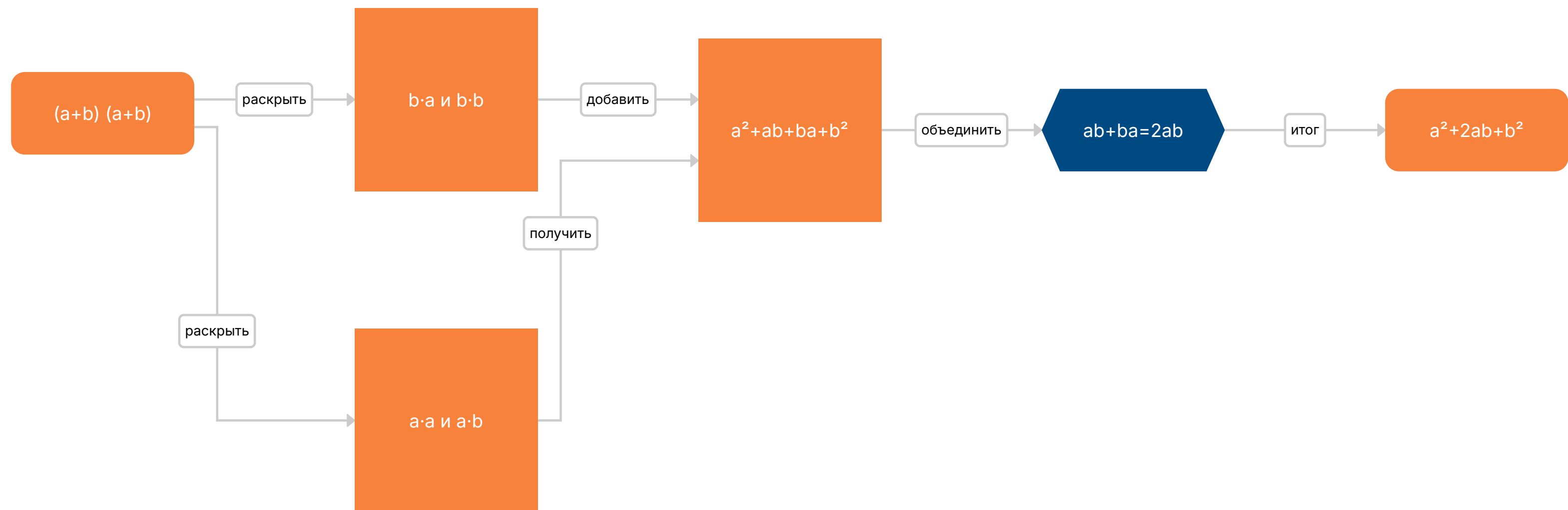
5

Разный знак в середине

Главное отличие формул — знак среднего члена. У суммы он положительный, у разности отрицательный, а крайние члены в обоих случаях остаются одинаковыми.

Получение формулы квадрата суммы

Пошаговое раскрытие скобок для выражения $(a+b)(a+b)$.



2

одинаковых произведения складываются
в удвоенное произведение.

Именно этот шаг превращает длинную
запись в короткую и делает формулу
удобной для вычислений.

Школьный курс алгебры, 7 класс

Геометрический смысл квадрата суммы



Площадь большого квадрата

Если сторона квадрата равна $a+b$, его площадь можно представить как целую фигуру и затем разбить на более простые части. Так формула становится наглядной.



Почему появляется $2ab$

Два одинаковых прямоугольника дают сумму $ab+ab$, то есть $2ab$. Именно поэтому средний член в формуле квадрата суммы всегда содержит удвоенное произведение.



Четыре части внутри

Внутри получаются квадрат a^2 , квадрат b^2 и два прямоугольника площадью ab каждый. Вместе они полностью заполняют исходный квадрат без пробелов и наложений.



Получение формулы квадрата разности

I

Запишем произведение

Квадрат разности — это умножение выражения на само себя: $(a-b)(a-b)$. Такой вид сразу показывает, что при раскрытии скобок появятся четыре произведения.

2

Перемножим члены

Сначала получаем $a \cdot a$, затем $a \cdot (-b)$, потом $(-b) \cdot a$ и, наконец, $(-b) \cdot (-b)$. В записи это даёт $a^2 - ab - ba + b^2$.

3

Объединим одинаковые части

Два произведения ab и ba одинаковы по значению, но оба со знаком минус. Поэтому они складываются в $-2ab$, а формула становится короче.

4

Получим итог

В результате выходит $a^2 - 2ab + b^2$. Здесь крайние члены остаются квадратами, а средний член получает минус из-за вычитания второго слагаемого.

2

одинаковых отрицательных произведения образуют отрицательный средний член.

Это правило помогает сразу видеть, почему в середине стоит минус, а не плюс.

Школьный курс алгебры, 7 класс

Сравнение двух формул

Таблица показывает общую структуру и одно важное отличие между формулами.

Крайние члены одинаковы, а меняется только знак среднего члена.

Выражение	Первый	Средний	Последний
$(a+b)^2$	a^2	$+2ab$	b^2
$(a-b)^2$	a^2	$-2ab$	b^2

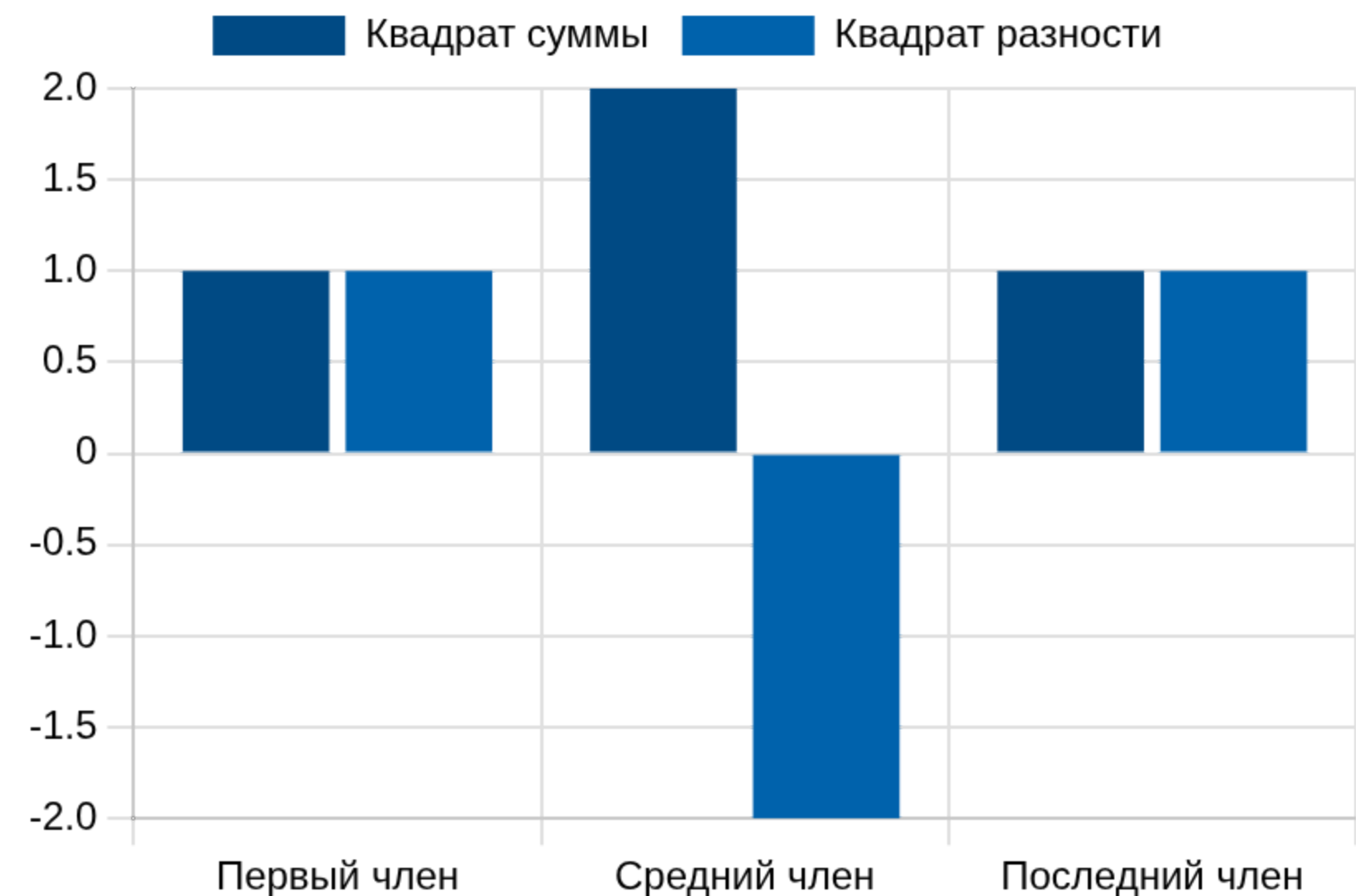
Школьный курс алгебры, 7 класс

Строение формул в наглядной схеме

Схема помогает быстро увидеть, что первые и последние члены совпадают, а средний меняет знак.

Обе формулы имеют одинаковую основу; различие сводится только к знаку среднего члена.

Школьный курс алгебры, 7 класс



Типичные ошибки при раскрытии скобок

Забывают средний член

Иногда ученик записывает только a^2 и b^2 , пропуская середину. Но именно удвоенное произведение связывает два слагаемых и делает формулу полной, поэтому без него ответ сразу становится неверным.

Не удваивают произведение

Ещё одна частая ошибка — написать просто ab вместо $2ab$. При возведении двучлена в квадрат каждый член появляется дважды, поэтому одинаковые произведения нужно сложить и получить удвоенный результат.

Теряют знак минус

В квадрате разности средний член должен быть отрицательным, но его нередко записывают со знаком плюс. Это происходит, если забыть, что вычитается именно второе слагаемое, а не только его значение.

Не проверяют по шагам

Проверка раскрытием скобок по действиям помогает быстро найти ошибку. Если последовательно перемножить каждое слагаемое, сразу видно, где потерял знак, множитель или одно из одинаковых произведений.

Примеры применения формул

I

Начнём с двучлена

Сначала определяем, что перед нами квадрат суммы или разности. Затем выписываем квадраты крайних членов, чтобы сразу увидеть основу будущего выражения и не потерять ни одно слагаемое.

2

Считаем средний член

После квадратов остаётся найти удвоенное произведение двух слагаемых. Именно этот шаг чаще всего вызывает ошибку, поэтому важно отдельно умножить числа и переменные, а затем поставить нужный знак.

3

Проверяем на примерах

Для $(2x+3)^2$ получаем $4x^2+12x+9$, для $(5a-1)^2$ — $25a^2-10a+1$, а для $(m+n)^2$ — $m^2+2mn+n^2$. Во всех случаях порядок действий одинаков.

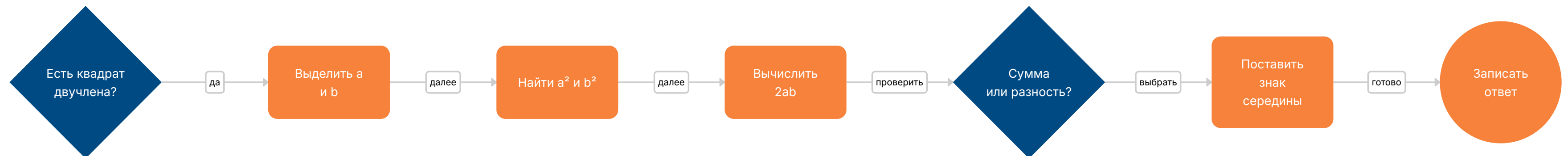
4

Сравниваем результат

Если формула применена верно, крайние члены всегда остаются квадратами, а середина показывает удвоенное произведение. Такой способ позволяет быстро находить ответ и легко проверять собственное решение.

Алгоритм применения формулы

Последовательность шагов для распознавания и раскрытия квадрата двучлена.



Устный счёт с помощью формул

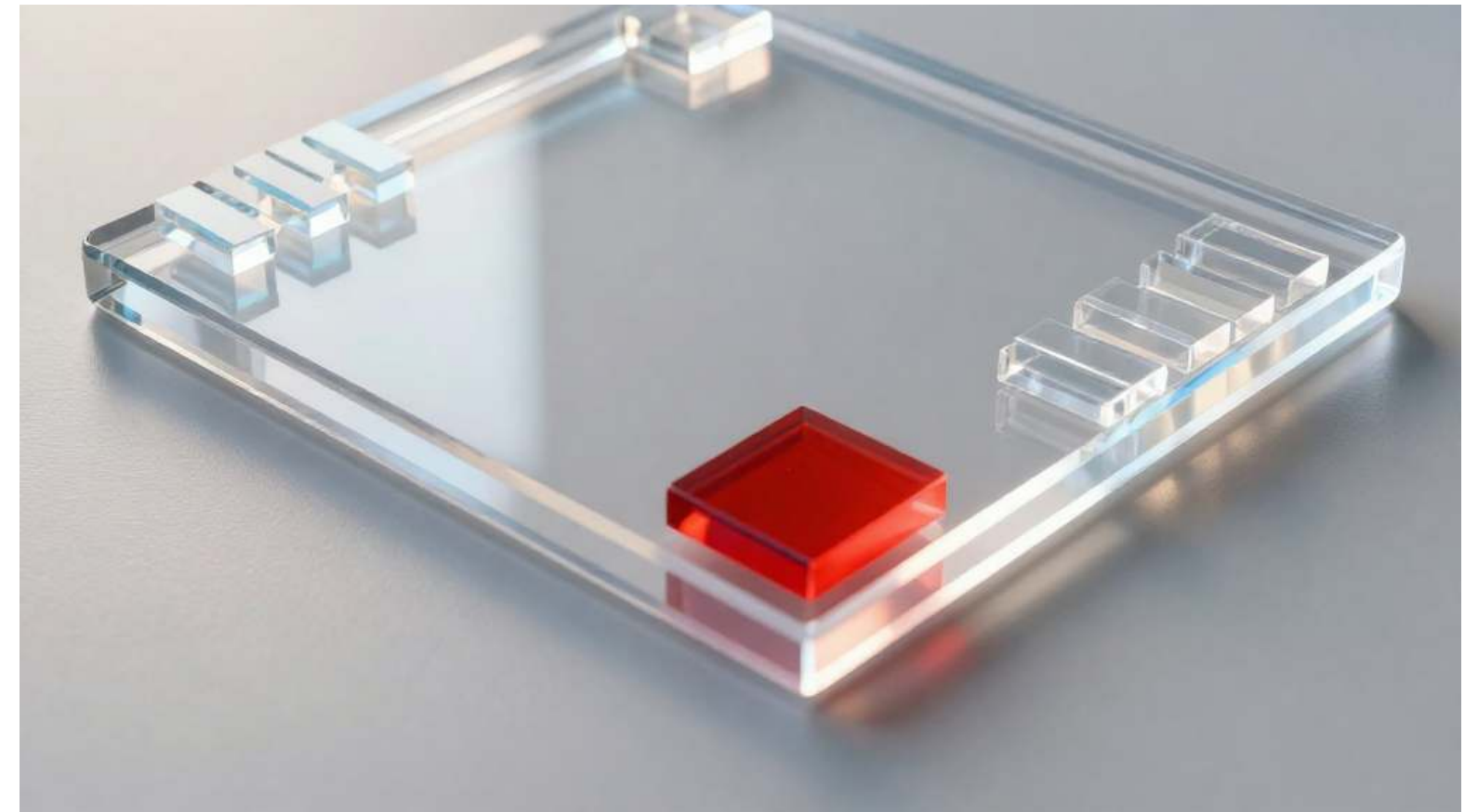
49^2 без длинного умножения

Чтобы найти 49^2 , удобно представить 49 как $50-1$. Тогда $(50-1)^2 = 50^2 - 2 \cdot 50 \cdot 1 + 1^2$, то есть $2500 - 100 + 1 = 2401$. Такой приём экономит время и помогает обойтись без калькулятора.



101^2 за несколько секунд

Число 101 можно записать как $100+1$. Тогда $(100+1)^2 = 10000 + 200 + 1 = 10201$. Приём особенно полезен на уроке, когда нужно быстро проверить ответ или оценить результат устно.

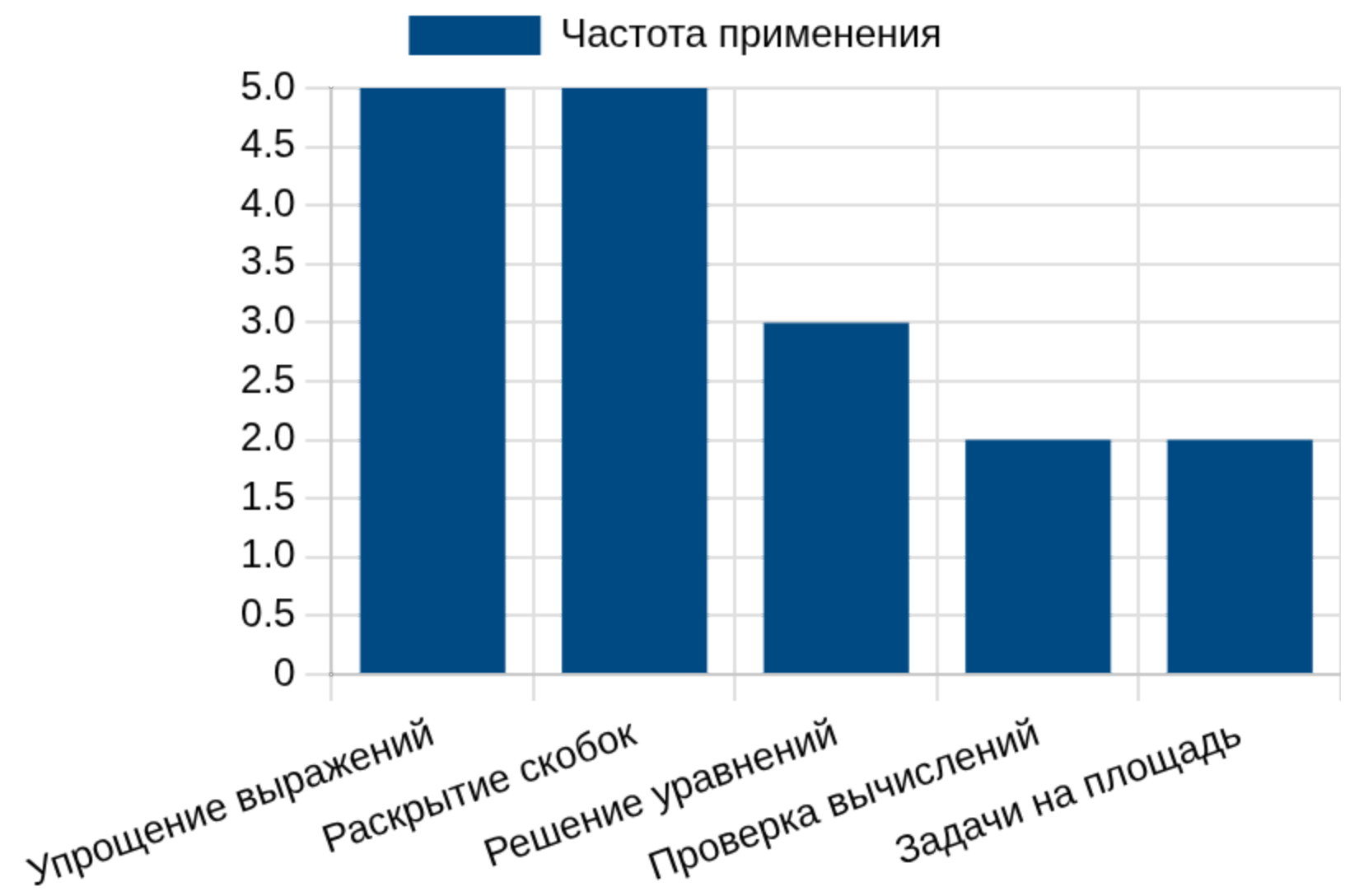


Где чаще всего используются формулы

Диаграмма показывает, что формулы особенно полезны в повседневных заданиях по алгебре: они ускоряют запись и уменьшают число промежуточных вычислений.

Наибольшую пользу формулы дают при упрощении выражений и раскрытии скобок; именно эти действия встречаются чаще всего.

Школьный курс алгебры 7 класса



Мини-тренажёр на распознавание формулы

Определи a и b , затем выбери знак среднего члена и запиши ответ по формуле.

Во всех примерах крайние члены остаются квадратами, а знак середины зависит только от суммы или разности внутри скобок.

Школьный курс алгебры 7 класса

Выражение	a	b	Знак	Результат
$(x+7)^2$	x	7	$+$	$x^2+14x+49$
$(3a-b)^2$	$3a$	b	$-$	$9a^2-6ab+b^2$
$(p-2)^2$	p	2	$-$	p^2-4p+4
$(y+4)^2$	y	4	$+$	$y^2+8y+16$

Проверка правильности ответа

1

Раскрой заново

Снова перемножьте скобки по действиям и сравните получившееся выражение с записанным ответом. Если все члены совпадают, формула применена верно, а запись составлена аккуратно.

2

Подставь числа

Возьмите простые значения вместо букв, например 1 или 2, и проверьте оба выражения. Совпадение результатов показывает, что преобразование выполнено правильно и без потери слагаемых.

3

Сделай вывод

Если оба способа дают одинаковый результат, можно уверенно считать ответ верным. Такая самопроверка особенно полезна в домашних заданиях, где важно заметить ошибку до сдачи работы.

Связь с другими формулами сокращённого умножения



Одна группа правил

Квадрат суммы и квадрат разности входят в одну систему формул сокращённого умножения. Их изучают вместе, потому что они основаны на похожем способе раскрытия скобок и требуют внимательности к знакам.



Практическая польза

Эти формулы удобны не только для вычислений, но и для решения уравнений и упрощения выражений. Чем лучше ученик видит связь между ними, тем быстрее находит нужный способ преобразования.



Рядом формула разности квадратов

С ними часто рассматривают выражение $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$. Оно помогает быстро преобразовывать произведение суммы и разности, а также показывает, как связаны между собой разные алгебраические приёмы.

Итоговые правила для запоминания

I

Сначала крайние члены

В любой записи сначала вспоминают квадрат первого слагаемого и квадрат второго слагаемого. Эти части остаются положительными независимо от того, стоит внутри плюс или минус.

2

Потом средний член

Далее добавляют удвоенное произведение a и b . Именно этот элемент показывает, что двучлен был возведён в квадрат, а не просто переписан в виде суммы квадратов.

3

Следите за знаком

У квадрата суммы средний член положительный, а у квадрата разности — отрицательный. Это главная деталь, по которой легко отличить одну формулу от другой.

4

Запоминайте схемой

Удобно держать в памяти короткую последовательность: квадрат, удвоенное произведение, квадрат. Если помнить эту схему, можно быстро раскрывать скобки и меньше ошибаться в вычислениях.

Формулы, которые ускоряют алгебру

Квадрат суммы и квадрат разности помогают быстро раскрывать скобки, сокращать запись и проверять вычисления. Главное правило простое: крайние члены — квадраты, а знак меняется только у среднего.