

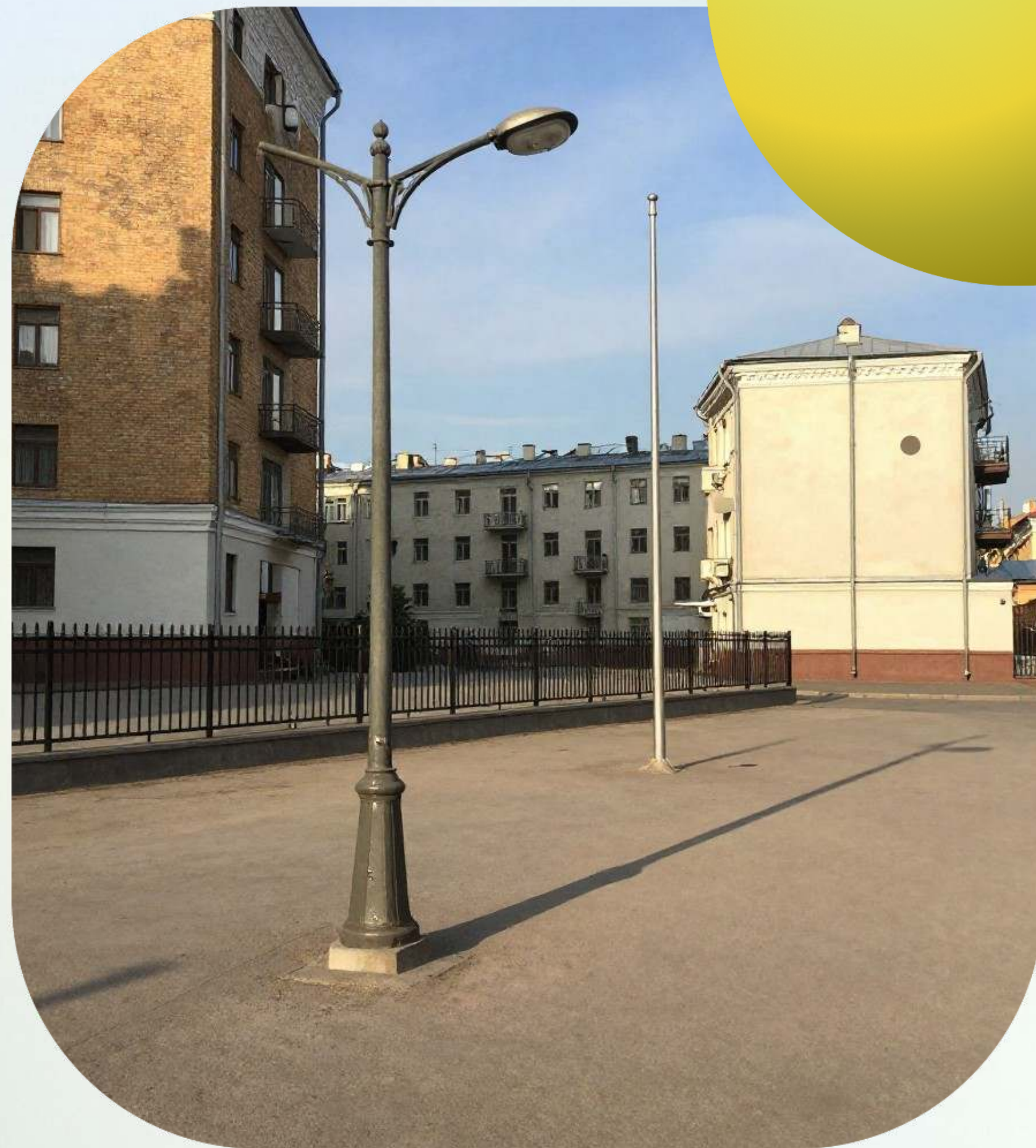


Признаки подобия треугольников: как сравнивают фигуры по углам и сторонам

Подобие помогает «узнавать» одинаковую форму: мы проверяем углы и пропорции сторон.

Где и зачем используют подобие треугольников

Подобие работает в геометрии и на практике: от чертежей и архитектуры до карт и фотографии. По длине тени находят высоту предмета, а масштаб на карте показывает, во сколько раз уменьшены реальные размеры. Ключ — коэффициент, связывающий стороны.



Что означает, что треугольники подобны

Два треугольника подобны, если их соответствующие углы равны, а соответствующие стороны пропорциональны. Тогда форма одинаковая, просто размеры могут быть другими — «увеличенной» или «уменьшенной» копией.

Записывают подобие так: $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$. Буквы в записи указывают соответствующие вершины, то есть какие стороны и углы сравниваются между собой.

Если коэффициент подобия $k = 2$, то каждая сторона второго треугольника в 2 раза больше соответствующей стороны первого. При этом все углы остаются неизменными, потому что форма не меняется.

Три признака подобия треугольников

Признак	Что сравнивают	Когда можно сделать вывод
Два угла	2 равных угла	Если два угла равны, значит третий тоже равен
Две стороны и угол между ними	2 стороны и угол	Если стороны пропорциональны и угол между ними равен
Три стороны	3 пары сторон	Если все три пары сторон пропорциональны

Признаки различаются тем, что именно нужно проверить: углы или пропорции сторон (и где они стоят).

Любой из трёх признаков достаточно, чтобы доказать подобие: не нужно проверять всё сразу.

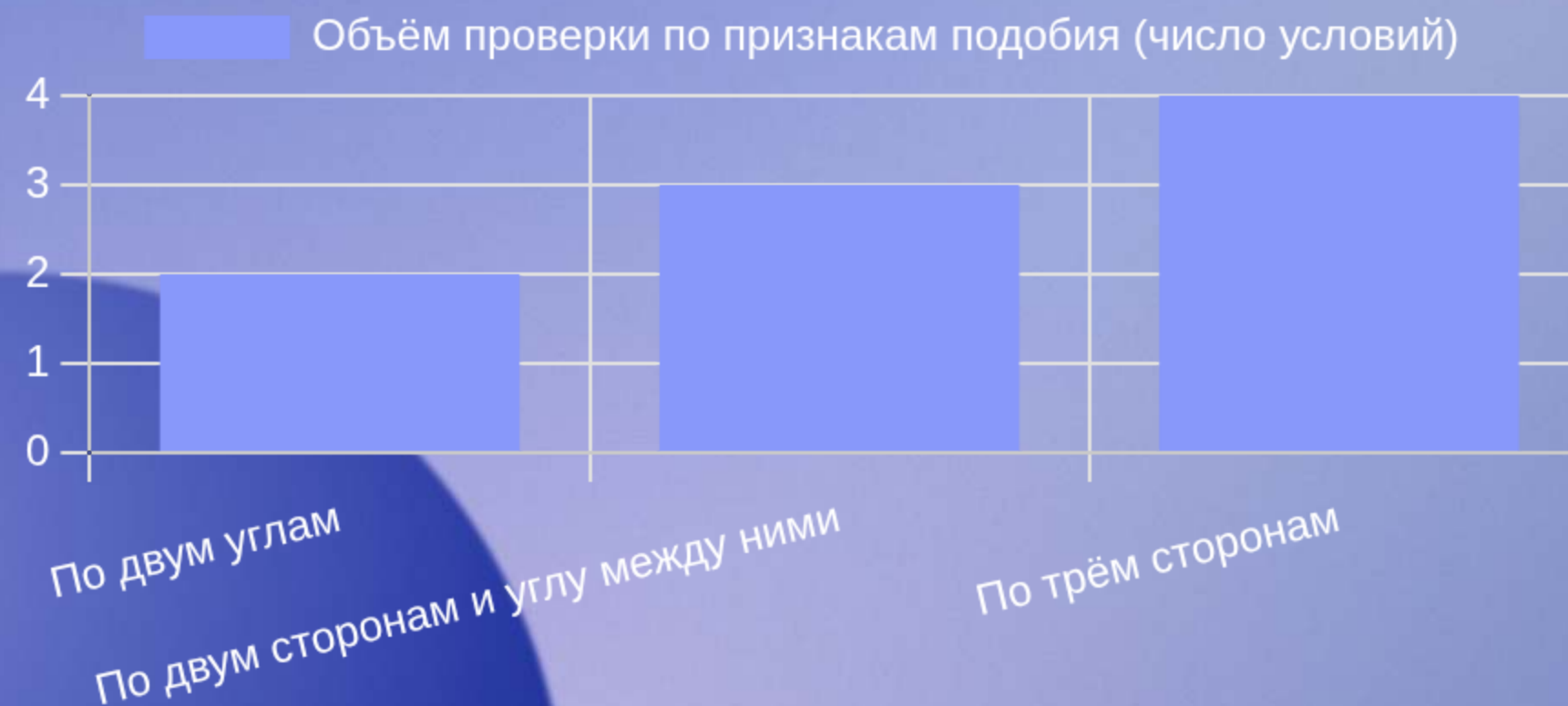
Первый признак: подобие по двум углам

- Если два угла одного треугольника равны двум углам другого, то треугольники подобны. Равенство углов задаёт одинаковую «форму» и сохраняет пропорции сторон.

- Третий угол тоже совпадёт: ведь сумма углов треугольника равна 180° . На рисунке важно отметить именно две равные пары углов и правильно соотнести вершины.



Что нужно проверить в каждом признаке подобия



Собственные методические наблюдения (структура проверки условий по признакам подобия).

При сравнении трёх сторон обычно нужно проверить больше отношений между парами длин, поэтому вычислений выходит больше.

Быстрее всего находят подобие по двум углам. Третий признак требует наибольшей аккуратности при проверке всех отношений.

Второй признак: две стороны и угол между ними

Если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого, а углы между этими сторонами равны, то треугольники подобны. Здесь важна не только величина, но и позиция угла.

Угол «между» выбранными сторонами означает, что он образован именно той парой отрезков, которые сравниваются. Если взять другой угол, доказать подобие уже нельзя.

Этот признак часто встречается в задачах по чертежам: обычно измеряются длины двух отрезков и указывается угол между ними, а третий элемент нужно восстановить или сравнить.

Проверка пропорциональности сторон

Пара сторон	Отношение	Результат
4 и 6	2:3	Совпадает
5 и 7,5	2:3	Совпадает
8 и 12	2:3	Совпадает

Учебные примеры на пропорции (обобщение правила: одинаковые отношения соответствующих сторон)

Сравнивают отношения соответствующих сторон: если они равны, стороны пропорциональны и признак подобия выполняется.

Одинаковое отношение — признак пропорциональности. Если хотя бы одно отношение отличается, подобие по этому критерию не подтверждается.

Третий признак: подобие по трём сторонам

1. Если три стороны одного треугольника пропорциональны трём сторонам другого, то треугольники подобны. Углы при этом не требуется специально вычислять или сравнивать.
2. Практически находят одинаковые отношения для всех трёх пар соответствующих сторон. На рисунке полезно подписать, какие стороны считаются соответствующими, чтобы не перепутать пары.



Алгоритм доказательства подобия треугольников

Шаги опираются на три признака подобия: по двум углам, по двум сторонам и углу между ними, по трём сторонам.



$$k = 2$$

При k больше 1 треугольник увеличен, а соответствующие стороны растут в одинаковое число раз.

Если коэффициент подобия $k = 2$, то второй треугольник больше первого в 2 раза по каждой соответствующей стороне, а углы сохраняют равенство.

Учебный материал по геометрии (8 класс)

Как изменяются стороны, периметр и площадь



Учебный материал по геометрии (8 класс), свойства подобия

При подобии углы остаются такими же, а «масштаб» размеров задаёт коэффициент k , который одинаково влияет на все длины.

Различие темпов роста площади помогает отличать подобные треугольники от равных: при $k = 2$ площадь увеличивается в 4 раза.

Связь подобия и равенства треугольников

Равные треугольники автоматически подобны: совпадают и углы, и соответствующие стороны. Поэтому коэффициент подобия равен 1, а любые измерения не меняются при переходе от одного треугольника к другому.

Подобные треугольники могут быть неравными. Они сохраняют одинаковую форму: углы равны, а стороны отличаются только масштабом, то есть имеют пропорции с одним и тем же коэффициентом.

Если коэффициент подобия $k = 1$, размеры совпадают, и треугольники становятся равными. Если $k \neq 1$, то форма одинакова, но длины различаются, поэтому равенства нет.

Типичные ошибки при доказательстве подобия

Ошибка	Почему неверно	Как проверить
Путают вершины	Нарушается соответствие углам и сторонам	Сопоставьте вершины по равным углам, затем перенумеруйте стороны
Сравнивают не те стороны	Пропорции относятся к «своим» сторонам	Проверьте, что сравниваете стороны между соответствующими вершинами
Забывают про угол между сторонами	В признаке нужно именно «между» выбранными сторонами	Для 2 сторон и угла проверьте, что угол расположен между ними
Принимают периметры	Периметр не задаёт форму один-в-один	Сравнивайте углы и/или пропорции соответствующих сторон, а не только суммы

Столбцы: Ошибка — почему неверно — Как проверить. Таблица помогает быстро найти, где нарушено соответствие углов, сторон или логика признака подобия.

Чаще всего ошибки связаны с соответствием: если неверно сопоставить вершины или «между», то пропорции и равенство углов разрушают доказательство подобия.

Учебные материалы и типовые разборы задач по теме «подобие треугольников»

Подобие в жизни: тени, карты, модели

Тень помогает найти высоту

В солнечный день дерево и его тень образуют два треугольника: один «про рост», другой «про длину тени». Если вы знаете высоту другого предмета и измерили обе тени, можно построить пропорцию и найти высоту дерева. На рисунке хорошо видно одинаковые острые углы.

Карта — это тоже «уменьшение»

На географической карте расстояния уменьшены, но форма участков сохраняется. Масштаб показывает, во сколько раз реальный размер стал меньше на бумаге. Благодаря подобию прямые направления и углы остаются теми же, поэтому по карте можно оценивать реальные размеры маршрута. Так работает связь чертежа и местности.

Модели предметов повторяют форму

Игрушечный самолёт, макет здания или модель корабля уменьшены по масштабу. При этом разные детали имеют те же углы и пропорции, что и в оригинале. Чтобы понимать «где что будет на настоящем размере», сравнивают соответствующие длины и используют коэффициент подобия. На иллюстрации удобно показать два похожих треугольника — большой и уменьшенный.



Как меняются величины при коэффициенте k



Учебный материал по геометрии (8 класс), свойства площадей подобных фигур

Для любых подобных треугольников стороны масштабируются в k раз, периметр — тоже в k раз, а площадь растёт быстрее: в k^2 раз.

Когда k увеличивается, площадь увеличивается значительно сильнее, потому что зависит от квадрата коэффициента. Это объясняет, почему площади нельзя сравнивать напрямую по длинам.

Как решать задачи на подобие

Алгоритм на основе признаков подобия треугольников и работы с чертежом.



$$k = 3$$

При таком коэффициенте все соответствующие стороны увеличиваются в три раза, сохраняя равенство углов.

Если стороны 3 см и 9 см соответствуют друг другу, то $k = 3$. Значит, стороне 5 см в меньшем треугольнике соответствует 15 см в большем.

Учебные задачи по теме «подобие треугольников»

Итоговая памятка по признакам подобия

Признак	Что нужно знать	Главная проверка
По двум углам	Два равных угла	Третий угол совпадает по сумме 180°
По двум сторонам и углу между ними	Пропорциональные стороны и равный угол между ними	Угол расположен именно между выбранными сторонами
По трём сторонам	Пропорциональность всех трёх пар сторон	Отношения соответствующих сторон одинаковые

Учебный материал по геометрии (8 класс), признаки подобия треугольников

Столбцы: Признак — Что нужно знать — Главная проверка. По любому из трёх наборов данных можно доказать подобие треугольников.

Любой признак работает как отдельное доказательство: достаточно корректно установить соответствие углов или сторон, и подобие подтверждается.

Подобие — это точная «масштабная» связь

Признаки подобия основаны на равенстве углов и пропорциональности сторон. Они позволяют быстро доказывать подобие, находить неизвестные длины и решать практические задачи по масштабам, высотам и чертежам.

