

Вычисление площади поверхности и объёма цилиндра

Разберём формулы цилиндра и научимся применять их на практике.



Цилиндр вокруг нас и в геометрии

Цилиндр — это не только фигура из учебника, но и форма множества предметов вокруг нас. Чтобы находить его площадь и объём, важно понимать, как устроены основания, высота и радиус, а также как связаны между собой основные формулы.



Элементы цилиндра и обозначения



Основания

У цилиндра два равных круга, лежащих в параллельных плоскостях. Именно они задают форму тела и участвуют в вычислении площади и объёма.



Радиус и диаметр

Радиус обозначают r , а диаметр — d . Эти величины связаны соотношением $d = 2r$, поэтому при решении задач важно не путать одно с другим.



Высота

Высота цилиндра h показывает расстояние между основаниями. Она входит в формулы площади боковой поверхности и объёма, поэтому является одной из главных характеристик.



Боковая поверхность

Боковая поверхность соединяет оба основания и не имеет углов. Если рассмотреть цилиндр в развернутом виде, эта часть превращается в прямоугольник.

Развёртка цилиндра

Из чего состоит

Развёртка цилиндра включает прямоугольник и два одинаковых круга. Такая модель помогает увидеть, какие части поверхности нужно складывать при вычислении полной площади.

Размеры прямоугольника

Одна сторона прямоугольника равна высоте цилиндра, а другая — длине окружности основания. Поэтому его площадь выражается через произведение $2\pi r$ и h .

Зачем она нужна

Развёртка делает объёмную фигуру плоской и наглядной. С её помощью легче понять происхождение формулы боковой поверхности и проверить правильность вычислений.



Основные формулы темы

Величина	Формула	Смысл
$S_{\text{осн}}$	πr^2	Площадь круга
$S_{\text{бок}}$	$2\pi r h$	Боковая поверхность
$S_{\text{полн}}$	$2\pi r^2 + 2\pi r h$	Вся поверхность
V	$\pi r^2 h$	Объём цилиндра

В таблице собраны главные величины цилиндра, их формулы и смысл. Это основа для решения задач на площадь поверхности и объём.

Все основные вычисления строятся на радиусе и высоте, а площадь и объём различаются и по формулам, и по единицам измерения.

Как меняются площадь и объём при росте радиуса

При одинаковой высоте цилиндра увеличение радиуса влияет на обе величины, но объём возрастает заметно быстрее.

Боковая площадь растёт пропорционально радиусу, а объём — быстрее, потому что радиус входит в формулу во второй степени.

Расчёт по формулам $S_{\text{бок}} = 2\pi rh$ и $V = \pi r^2 h$, при $h = 5$ см

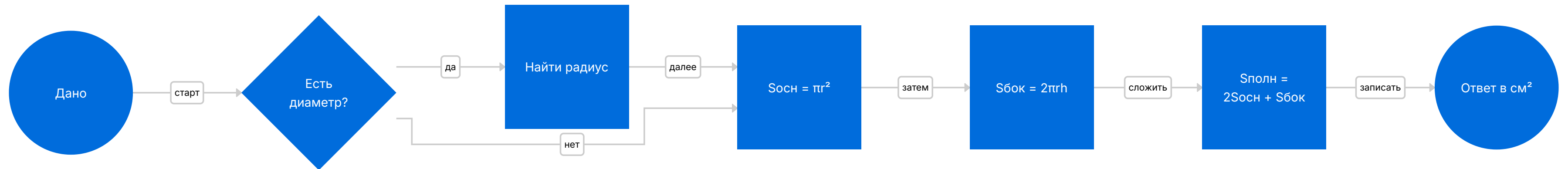
Основание цилиндра — круг, поэтому его площадь находят по формуле πr^2 . Для решения задач это значение затем используют дважды, ведь оснований у цилиндра два.

Расчёт по формуле $S_{\text{осн}} = \pi r^2$ при $r = 3$ см

28,26 см²
— примерно такова
площадь одного
основания при радиусе
3 см.

Как находить площадь поверхности цилиндра

Пошаговый алгоритм вычисления полной площади по данным радиуса и высоты.



Почему формула боковой поверхности имеет вид $2\pi rh$

Развёртка в прямоугольник

Если боковую поверхность цилиндра развернуть, получится прямоугольник. Это позволяет заменить работу с объёмной фигурой на вычисление площади плоской фигуры.

Стороны прямоугольника

Высота прямоугольника равна h , а его длина совпадает с длиной окружности основания. Именно поэтому в формуле появляется выражение $2\pi r$.

Площадь по сторонам

Площадь прямоугольника равна произведению его сторон, значит $S_{\text{бок}} = 2\pi rh$. Формула показывает, что боковая площадь зависит и от радиуса, и от высоты.



Полная площадь поверхности цилиндра

Сложить все части

Полная площадь состоит из двух оснований и боковой поверхности. Поэтому сначала находят площадь одного круга, затем удваивают её и прибавляют боковую часть.

1

Использовать общую формулу

Итог записывают как $S_{\text{полн}} = 2\pi r^2 + 2\pi rh$. Она удобна, потому что сразу учитывает все поверхности цилиндра и подходит для большинства задач.

2

Проверить единицы ответа

Площадь всегда выражают в квадратных единицах: см^2 , м^2 или мм^2 . Это помогает избежать ошибок и сразу понять, что ответ записан верно.

3

Состав полной площади на конкретном примере

Разложение помогает увидеть, какие части формулы вносят наибольший вклад в результат и почему важно отдельно считать основания и боковую поверхность.

Боковая поверхность даёт основную часть полной площади; два основания вместе занимают значительно меньшую долю.

Расчёт по формулам $S_{\text{осн}} = \pi r^2$, $S_{\text{бок}} = 2\pi r h$, $S_{\text{полн}} = 2\pi r^2 + 2\pi r h$;
 $r = 4 \text{ см}$, $h = 10 \text{ см}$.

Объём показывает вместимость фигуры и всегда выражается в кубических единицах, а для небольших объёмов — ещё и в миллилитрах.

100,48 см³
— это объём цилиндра
при радиусе 2 см
и высоте 8 см.

Расчёт по формуле $V = \pi r^2 h$ при $r = 2$ см и $h = 8$ см.

Примеры вычисления площади и объёма

r	h	Сполн	V
2 см	5 см	87,96 см ²	62,8 см ³
3 см	4 см	131,88 см ²	113,04 см ³
5 см	2 см	219,8 см ²	157 см ³

Расчёты по формулам $S_{\text{полн}} = 2\pi r^2 + 2\pi rh$ и $V = \pi r^2 h$; $\pi \approx 3,14$.

В таблице показано, как меняются полная площадь и объём при разных значениях радиуса и высоты.

При увеличении радиуса результаты растут заметнее, чем при уменьшении высоты; объём и площадь зависят от обоих параметров.

Цилиндры вокруг нас

Банка на кухне

Жестяная банка выглядит простой, но её форма позволяет удобно хранить продукты и экономить место на полке. Для неё важно знать и площадь поверхности, и объём: первая показывает расход материала, второй — вместимость.



Стакан и термос

У стакана и термоса цилиндрическая форма помогает удерживать напиток и делать корпус удобным для руки. При расчётах учитывают не только внешние размеры, но и толщину стенок, потому что внутренний объём всегда меньше.



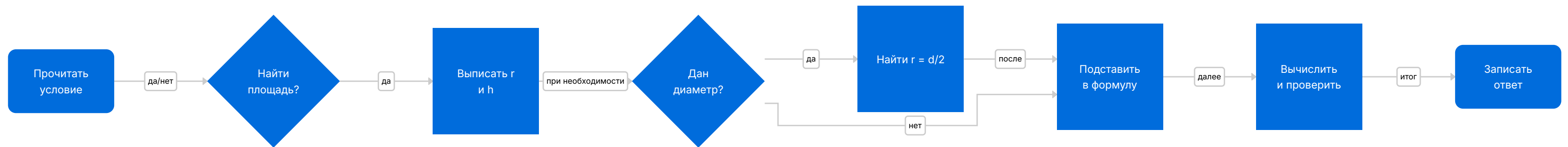
Труба и барабан

Трубы и барабаны тоже напоминают цилиндр, хотя служат совсем разным целям. В одном случае важна прочность и длина, в другом — форма корпуса и объём воздуха внутри, который влияет на звучание.



Шаги решения задачи на цилиндр

Алгоритм строится на выборе нужной формулы, подстановке данных и проверке единиц ответа.



Типичные ошибки в задачах по цилиндру

Путают радиус и диаметр

В формулы подставляют диаметр вместо радиуса, из-за чего ответ получается завышенным. Сначала нужно внимательно проверить, что дано в условии, и при необходимости разделить диаметр на два.

Забывают две окружности

При вычислении полной поверхности учитывают только боковую часть или одно основание. У цилиндра оснований два, поэтому их площадь обязательно удваивают перед сложением с боковой поверхностью.

Неправильные единицы

Для объёма нельзя использовать квадратные единицы: он измеряется в кубических сантиметрах, метрах, литрах или миллилитрах. Площадь, наоборот, всегда записывается в квадратных единицах.

Не проверяют результат

Полезно в конце сравнить ответ с условием и здравым смыслом. Если величина относится к площади, она должна иметь квадратные единицы; если к вместимости — кубические.

Зависимость объёма от высоты при постоянном радиусе

При одном и том же радиусе каждое увеличение высоты добавляет одинаковую «полосу» объёма, поэтому столбцы растут равномерно.

Объём прямо пропорционален высоте:
если радиус неизменен, удвоение высоты удваивает объём.

Расчёт по формуле $V = \pi r^2 h$ при $r = 3$ см и $\pi \approx 3,14$.

Как выбрать цилиндрическую упаковку

1. Определить цель

Сначала нужно понять, что важнее: вместимость или экономия материала. Для напитка обычно смотрят на объём, а для тары и крышек — ещё и на площадь поверхности.

2. Сравнить размеры

При одинаковой высоте более широкий цилиндр вмещает больше, но требует больше материала на стенки и основание. Поэтому один параметр нельзя оценивать без другого.

3. Подставить в формулы

После выбора вариантов вычисляют объём и полную площадь для каждого цилиндра. Так можно сравнить, сколько продукта поместится и насколько дорогой получится упаковка.

4. Выбрать лучший вариант

Итог зависит от задачи: для максимальной вместимости подходит больший радиус, а для экономии материала — более компактная форма. В реальной работе ищут баланс между этими требованиями.

Формулы и единицы измерения для цилиндра

Величина	Формула	Единицы
$S_{\text{осн}}$	πr^2	см ² , м ²
$S_{\text{бок}}$	$2\pi r h$	см ² , м ²
$S_{\text{полн}}$	$2\pi r^2 + 2\pi r h$	см ² , м ²
V	$\pi r^2 h$	см ³ , м ³ , л, мл

Таблица помогает быстро отличать формулы площадей от формулы объёма и не путать единицы ответа.

Площади всегда связаны с квадратными единицами, а объём — с кубическими; это главный признак правильного ответа.

Основные формулы темы «Цилиндр»; π — число, приближённо равное 3,14.

Цилиндр: формулы, которые работают в задачах

Если запомнить радиус, высоту и три основные формулы, задачи на цилиндр становятся понятными. Главное — правильно выбрать величину, проверить единицы и не забыть про два основания.