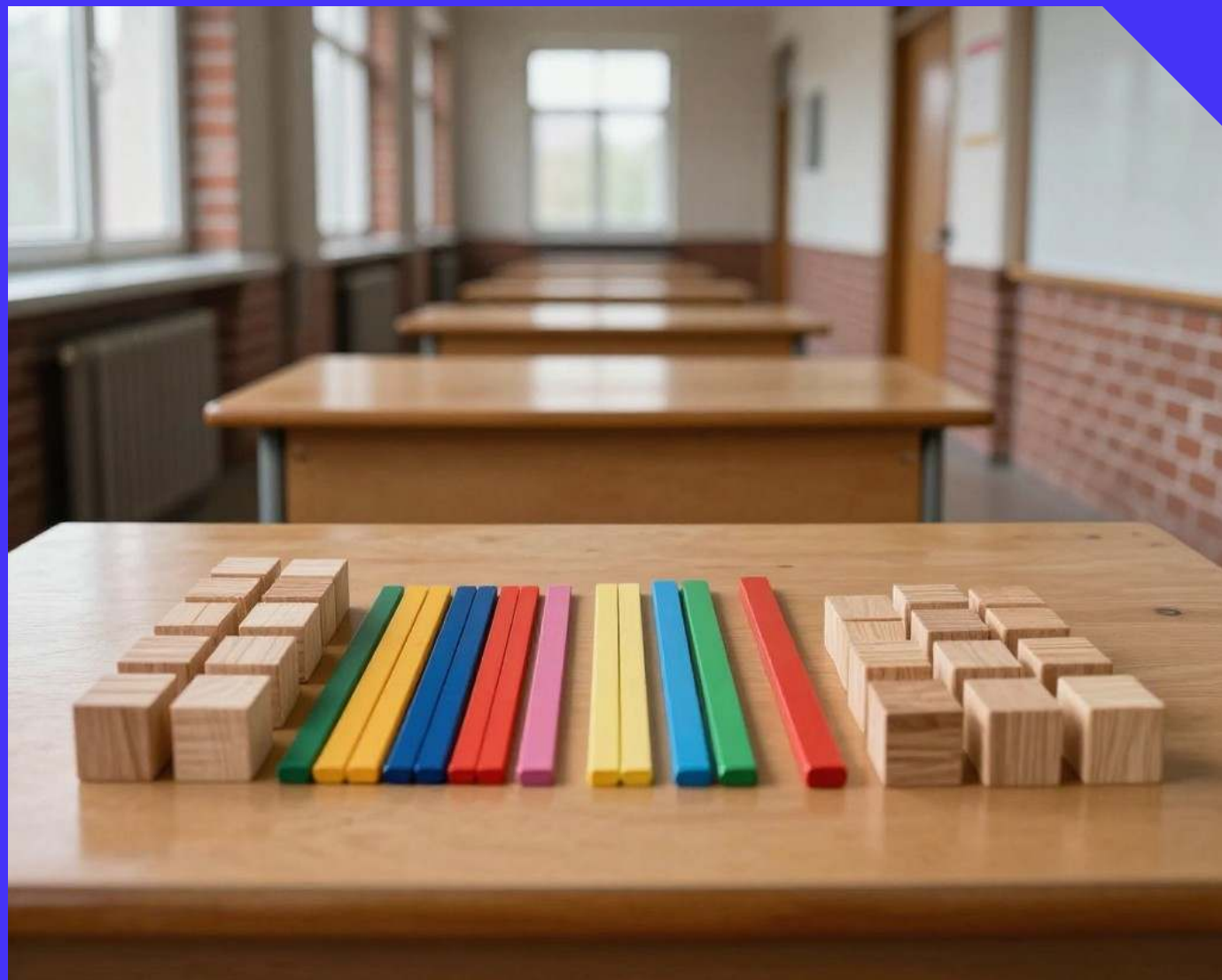


Пропорциональные величины: как связаны цена, время, расстояние и количество

Учимся находить зависимость между величинами в жизни и задачах.





Тема показывает, как одна величина меняется вслед за другой по правилу. В 6 классе важно научиться распознавать прямую и обратную пропорциональность, работать с таблицами, отношениями, пропорциями и примерами из повседневных ситуаций.

Что изучает тема «Пропорциональные величины»

Признаки прямой пропорциональности

01

Если одна величина увеличивается в несколько раз, то другая меняется в то же число раз. Это удобно проверять на простых числах и таблицах значений.

02

Для прямой пропорциональности сохраняется постоянное отношение: при делении одной величины на другую получается одно и то же число во всех примерах.

03

Так связаны цена и количество товара, путь и время при постоянной скорости, а также расход материала и число одинаковых изделий.



Цена и количество: покупка школьных товаров

- Если одна тетрадь стоит 18 рублей, то 4 тетради будут стоить 72 рубля, а 10 тетрадей — 180 рублей. Чем больше тетрадей, тем выше общая стоимость.
- Здесь цена за одну тетрадь не меняется, поэтому стоимость покупки зависит только от количества. Это типичный пример прямой пропорциональности.

Таблица значений для одной и той же цены за единицу

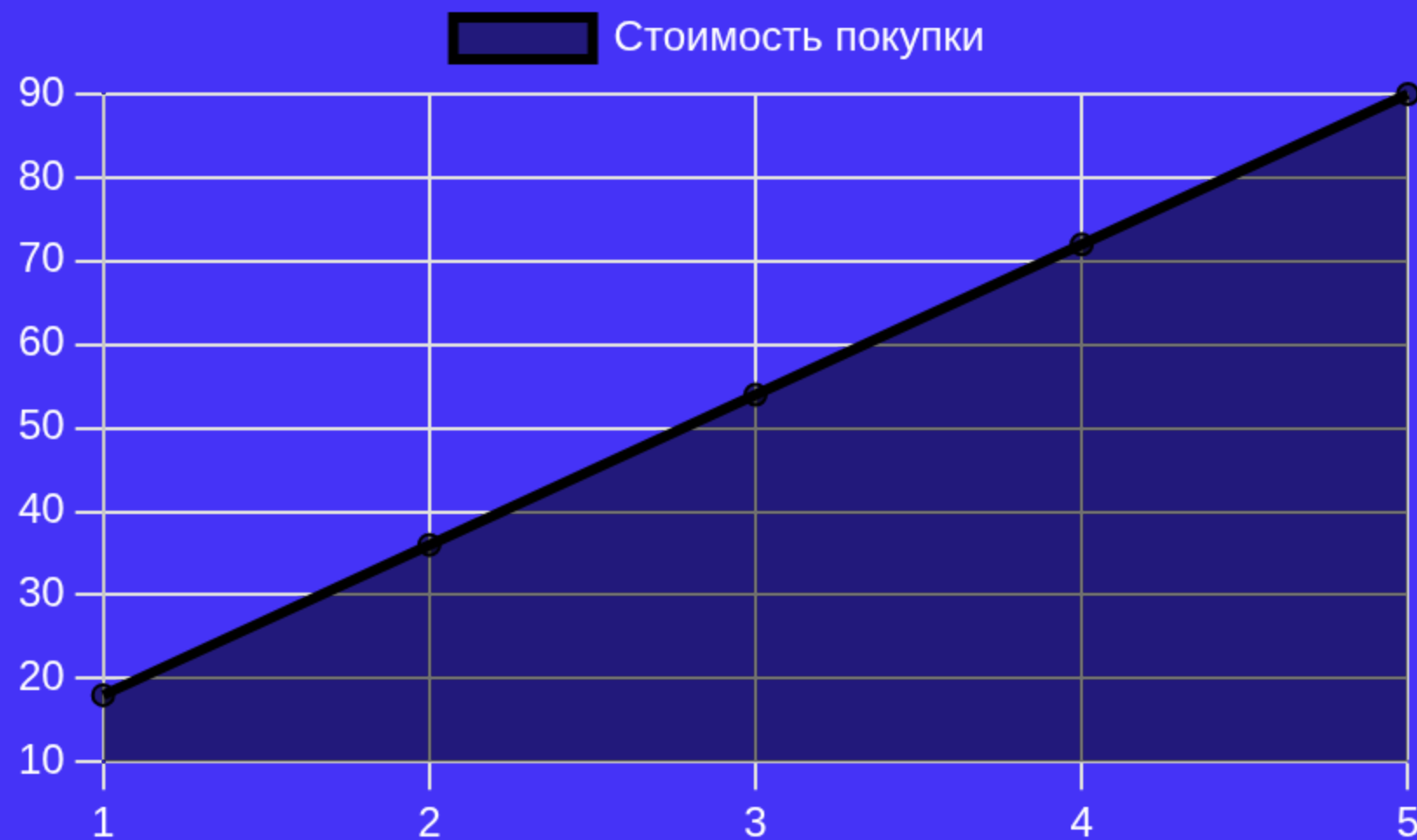
В таблице показано, как стоимость зависит от массы яблок при постоянной цене за 1 кг.

Во всех строках цена за 1 кг равна 120 рублям. Постоянная цена за единицу подтверждает прямую пропорциональность.

Масса	Стоимость
2 кг	240 руб.
3 кг	360 руб.
5 кг	600 руб.
7 кг	840 руб.

Учебный пример.

Как меняется стоимость при увеличении количества



Учебный пример по теме «Пропорциональные величины».

Каждая следующая точка на графике показывает добавление ещё одной одинаковой покупки.

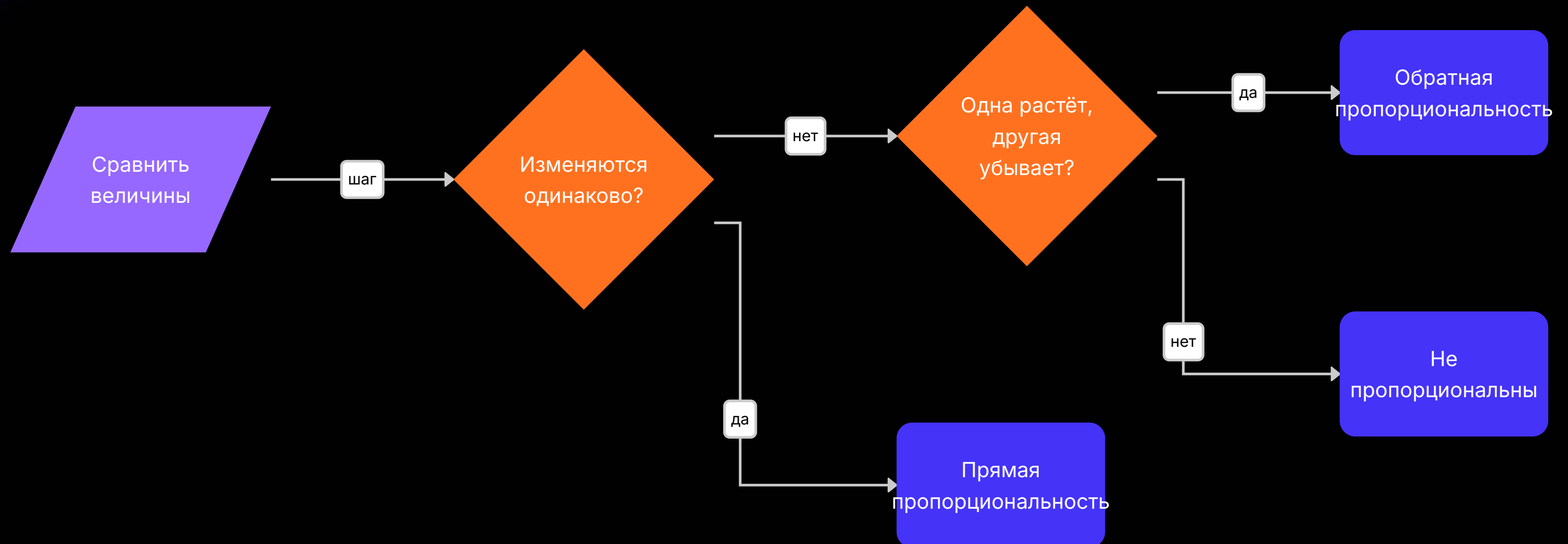
Рост равномерный, значит цена за один предмет постоянна. Такая зависимость соответствует прямой пропорциональности.

Обратная пропорциональность

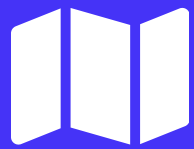
- При такой зависимости одна величина увеличивается, а другая уменьшается. Это легко увидеть, если сравнить одинаковую работу при разном числе участников или одинаковый путь при разной скорости.
- Главный признак — постоянное произведение величин. Если одна из них стала вдвое больше, другая должна стать вдвое меньше, чтобы произведение не изменилось.
- Примеры: скорость и время на одном пути, число работников и время выполнения работы, число одинаковых плиток и длина стороны при одной и той же площади.

Как определить вид зависимости между величинами

Схема помогает по наблюдаемым изменениям выбрать правильный вывод.



Масштаб на карте как пример пропорции



Связь карты и местности

Масштаб показывает, во сколько раз уменьшено изображение. Он помогает переводить сантиметры на карте в реальные расстояния и обратно, не выходя на местность.



Постоянное отношение

Масштаб всегда задаёт одно и то же отношение между изображением и объектом. Именно поэтому он является удобным примером пропорциональной величины.



Простой расчёт расстояния

При масштабе 1:100 000 один сантиметр на карте равен одному километру на местности. Поэтому 3 см на карте означают 3 км в реальности.



Рецепт и изменение количества порций

- Если на 2 порции каши нужно 300 г крупы, то на 6 порций потребуется 900 г. При увеличении числа порций все ингредиенты пересчитываются в одно и то же число раз.
- Такой пересчёт удобен по пропорции: больше порций — больше продукта. Это помогает не ошибиться с количеством и сохранить нужный вкус блюда.

Сравнение прямой и обратной пропорциональности

Таблица показывает, как по признакам и графикам отличить два вида зависимости и быстро выбрать нужный способ решения задачи.

Постоянное отношение указывает на прямую пропорциональность, а постоянное произведение — на обратную; график помогает сразу увидеть вид зависимости.

Признак	Прямая	Обратная
Связь	$y/x = \text{const}$	$x \cdot y = \text{const}$
Примеры	цена, путь	скорость, работа
Изменение	в одном направлении	в разных направлениях
График	прямая	кривая

Учебный материал по теме «Пропорциональные величины»

Пропорция и её основное свойство

01

Пропорция — это равенство двух отношений. В записи $a:b = c:d$ важно понимать, что сравниваются две пары величин, связанные одним и тем же отношением.

02

Основное свойство пропорции позволяет проверять запись и находить неизвестный член: произведение крайних членов равно произведению средних, то есть $a \cdot d = b \cdot c$.

03

Если в пропорции известны три числа, четвёртое можно найти через умножение и деление. Это делает пропорцию удобным инструментом для расчётов без лишних действий.

04

Например, $3:5 = 12:20$ верно, потому что $3 \cdot 20 = 60$ и $5 \cdot 12 = 60$. Равенство произведений подтверждает правильность пропорции.

Решение задачи с помощью пропорции

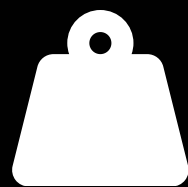


Учебный пример по теме «Пропорции и пропорциональные величины»

Сначала находим цену одного килограмма, затем используем её для пересчёта на нужную массу. Так задача решается через единичную стоимость.

Переход через стоимость 1 кг показывает прямую пропорциональность: больше масса — больше цена, и зависимость сохраняется одинаковой для всех значений.

Что нужно помнить о единицах измерения



Масса

Килограммы и граммы обязательно переводят перед расчётами стоимости, рецептов и измерений. Единая мера позволяет правильно находить цену, количество и пропорции в таблицах.



Проверка

Если единицы одинаковые, легче увидеть зависимость между величинами и проверить ответ. Перевод измерений снижает риск ошибок и делает вычисления более надёжными.



Длина

Перед вычислениями длины приводят к одним единицам: метры к сантиметрам или наоборот. Иначе отношение получится неверным, даже если сами числа записаны правильно.



Время

Часы и минуты удобно переводить в одну систему, чтобы сравнивать длительность пути, работы или занятий. Это помогает избежать путаницы при решении задач на движение.

Когда движение становится задачей на пропорцию

Автобус в пути

Автобус едет с постоянной скоростью, и каждый следующий час добавляет к маршруту одинаковое число километров. Поэтому по времени движения легко предсказать расстояние, если известна скорость. Такая задача показывает прямую пропорциональность между временем и путём.



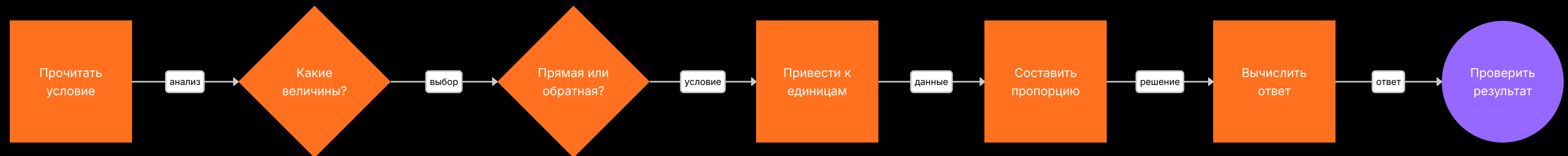
Дорога на карте

На карте маршрут кажется коротким, но реальное расстояние намного больше. Школьник сопоставляет сантиметры на схеме и километры на местности, чтобы понять, сколько времени займёт поездка. Здесь особенно важны масштаб и аккуратный перевод единиц.



Как решать задачи на пропорциональные величины

Схема отражает последовательность действий: от анализа условия до проверки результата по смыслу и единицам.



Где в жизни встречаются пропорциональные величины

Покупки Транспорт Карты
Кулинария Спорт Измерения



Учебный пример по теме «Пропорциональные величины»

Одни и те же идеи помогают считать деньги, планировать дорогу, пересчитывать рецепт и понимать карту без лишних вычислений.

Пропорции нужны не только на уроках: они упрощают бытовые расчёты и помогают быстро оценивать ситуацию в разных сферах.

Типичные ошибки при работе с пропорциями

- Частая ошибка — перепутать вид зависимости. Если одна величина растёт вместе с другой, это не всегда прямая пропорциональность; нужно проверить отношение или произведение.

- Вторая ошибка связана с единицами измерения. Нельзя сравнивать метры с сантиметрами, минуты с часами или граммы с килограммами, не переведя их в одну систему.

- Ещё одна проблема — неверная запись отношения. Чтобы пропорция была правильной, пары чисел должны соответствовать друг другу по смыслу и порядку величин.

- Наконец, нельзя считать пропорцией любую пару чисел. Если отношение или произведение меняется, связи пропорционального вида здесь нет.

Проверка ответа и СМЫСЛ результата

- Сначала сравните ответ с условием: если товар купили в большем количестве, стоимость при прямой пропорциональности должна вырасти, а не уменьшиться.

- Затем проверьте направление изменения величин. При обратной пропорциональности рост одной величины обязательно означает уменьшение другой при том же самом условии.

- И наконец, оцените разумность числа: время не бывает отрицательным, а результат должен иметь подходящие единицы и подходящий порядок величины.



Пропорциональные величины делают математику понятной в жизни: в покупках, движении, рецептах и измерениях. Умение распознавать зависимость, составлять пропорцию и проверять ответ пригодится дальше в учёбе.

Пропорции помогают считать точно
и быстро