



Умножение многочлена на одночлен: основное правило алгебры

Откройте скобки, сохраняя коэффициенты, степени и знаки.

Где это правило помогает в алгебре

- Это правило встречается при раскрытии скобок, упрощении выражений и решении уравнений. Оно полезно в задачах на площадь, периметр и стоимость нескольких одинаковых объектов.



Что такое одночлен и многочлен

1

Одночлен

Одночлен — это число, буква или произведение числа и букв. Например: $5x$, $-3a$, $2mn$. В нём нет знаков сложения или вычитания между разными слагаемыми.

2

Многочлен

Многочлен состоит из нескольких одночленов, соединённых сложением или вычитанием. Примеры: $2x+7$, $4a-3b+1$, $5y^2-2y+8$. Его удобно рассматривать по частям.

3

Смысл умножения

Когда одночлен умножают на многочлен, он должен умножиться на каждый член отдельно. Затем полученные произведения записывают как сумму новых одночленов без скобок.

4

Что важно учитывать

В ответе нужно правильно записать коэффициенты, буквенную часть, степени и знаки. Ошибка хотя бы в одном элементе меняет всё выражение, поэтому важно действовать последовательно.

Распределительное свойство — основа правила

Главное равенство

Основное правило записывается так: $a(b+c)=ab+ac$. Оно показывает, что множитель перед скобкой действует на каждое слагаемое внутри неё.

Для нескольких слагаемых

То же самое работает и при трёх или большем числе слагаемых: $a(b+c+d)=ab+ac+ad$. Множитель распределяется по всей скобке без исключений.

Как это показать

На схеме удобно провести стрелки от одного множителя к каждому члену в скобках. Такая запись помогает увидеть, что каждое слагаемое участвует в умножении.

Общий алгоритм умножения

1

Шаг 1. Коэффициенты

Сначала умножают числовые множители так же, как обычные числа. Именно коэффициенты задают числовую часть каждого произведения и позволяют быстро получить основу ответа.

2

Шаг 2. Буквенная часть

Затем перемножают буквы. Если буквы одинаковые, показатели степеней складываются. Если буквы разные, они просто записываются рядом в полученном одночлене.

4

Шаг 4. Знаки

Знаки определяются по правилам умножения: одинаковые знаки дают плюс, разные — минус. Этот шаг особенно важен при работе с отрицательными множителями.

3

Шаг 3. Каждый член отдельно

Одночлен нужно умножить на каждый член многочлена по отдельности. Нельзя ограничиться только первым слагаемым, иначе выражение будет записано неверно.

5

Шаг 5. Упрощение

Если после раскрытия скобок появились подобные слагаемые, их можно объединить. Тогда запись станет короче, а дальнейшие вычисления — удобнее.

Пошаговый порядок действий при раскрытии скобок

Последовательность
преобразования выражения
с одночленом и многочленом

Как умножаются коэффициенты и степени

1

Числа умножаются отдельно

Числовые множители перемножаются как обычные числа: $3 \cdot 4 = 12$, $-2 \cdot 5 = -10$. Это помогает быстро получить числовую часть ответа без лишних вычислений.

2

Степени одинаковых букв

Если в произведении встречаются одинаковые буквы, их показатели складываются: $x^2 \cdot x^3 = x^5$, $a \cdot a^2 = a^3$. Так сохраняется одна буквенная основа с новым показателем.

3

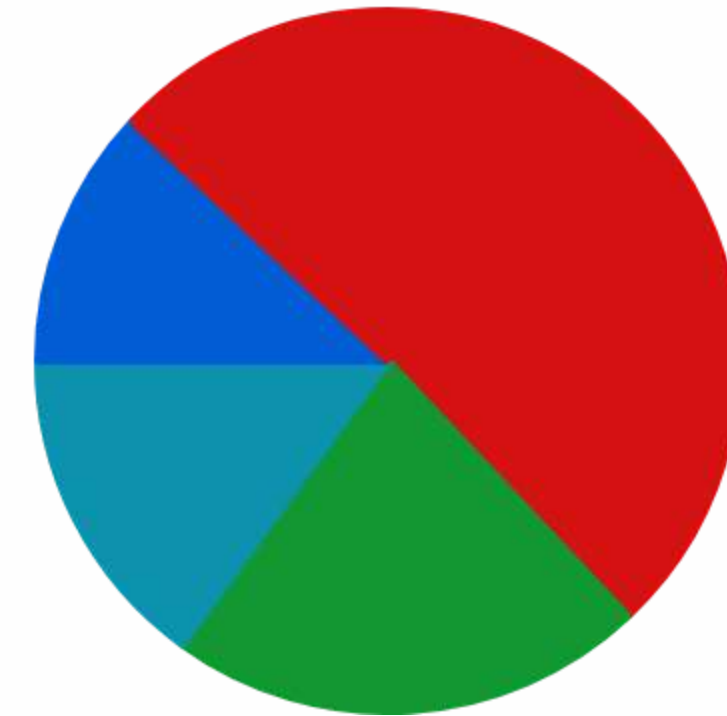
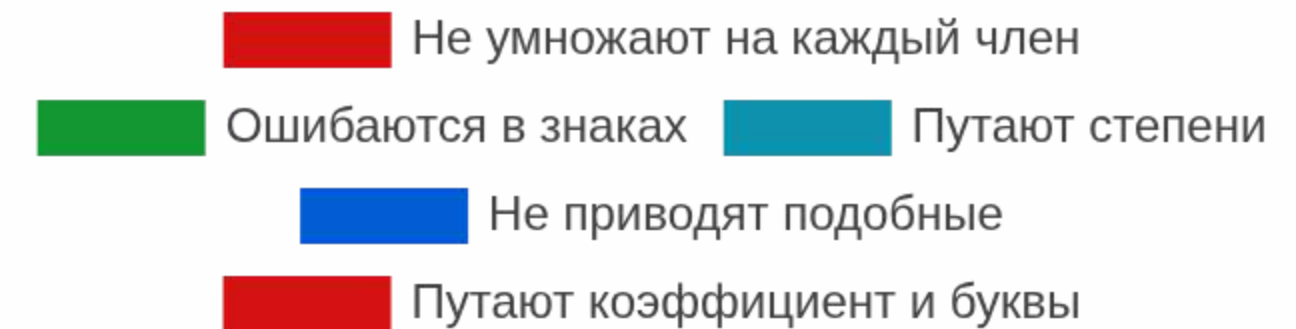
Разные буквы не объединяются

Когда буквы разные, они просто записываются рядом: $2a \cdot 3b = 6ab$. Это правило помогает не смешивать коэффициент и буквенную часть выражения.

Самые частые ошибки при умножении

Чаще всего ошибка появляется на первом шаге раскрытия скобок, поэтому полезно проверять каждое слагаемое отдельно и не пропускать знаки.

Наибольший риск связан с неполным умножением на все члены многочлена; остальные ошибки обычно возникают после этого.



Учебные наблюдения по теме «Умножение многочлена на одночлен», 7 класс

Примеры правильного умножения

В таблице показано, как одночлен умножается на каждый член многочлена отдельно.

Во всех примерах каждый член скобки умножен отдельно, а знаки и степени записаны по общим правилам.

Выражение	Действие	Результат
$3x(2x+5)$	$3x \cdot 2x$ и $3x \cdot 5$	$6x^2+15x$
$-2a(4a-3)$	$-2a \cdot 4a$ и $-2a \cdot (-3)$	$-8a^2+6a$
$5y(2y^2-y+1)$	$5y \cdot 2y^2$, $5y \cdot (-y)$, $5y \cdot 1$	$10y^3-5y^2+5y$

Правила алгебры, 7 класс

2

**члена в скобках сохраняются в ответе
после раскрытия.**

В примере $4x(2x+3)=8x^2+12x$ видно, что
каждый член многочлена участвует
в умножении.

Правила алгебры, 7 класс

Пример с отрицательным одночленом

1

Записываем выражение

Рассмотрим выражение $-3m(2m-7)$. Здесь отрицательный одночлен стоит перед скобками, поэтому при умножении нужно внимательно следить не только за коэффициентами, но и за каждым знаком внутри многочлена.

2

Первое произведение

Сначала умножаем $-3m$ на $2m$: получаем $-6m^2$. Минус на плюс даёт минус, а одинаковые буквы m складывают показатели степени, поэтому $m \cdot m$ превращается в m^2 .

3

Второе произведение

Затем умножаем $-3m$ на -7 . Произведение двух отрицательных чисел положительное, поэтому выходит $+21m$. Буква m сохраняется, потому что во втором множителе буквенной части нет.

4

Итоговый ответ

После раскрытия скобок получаем $-6m^2+21m$. Такой пример показывает, что отрицательный одночлен меняет знаки у всех членов многочлена и помогает проверить, не допущена ли ошибка при вычислении.

Связь с площадью прямоугольника



Прямоугольник с переменной стороной

Если одна сторона прямоугольника равна x , а другая выражена как $3x+2$, площадь можно записать алгебраически: $x(3x+2)$. Это удобный способ описать фигуру, не подставляя конкретные числа и сохраняя общую зависимость сторон.



Разбиение на части

Такой прямоугольник легко мысленно разделить на две части: одну шириной $3x$, другую шириной 2 . Тогда площадь первой части равна 3×2 , а второй — $2x$. Сумма этих площадей и даёт результат раскрытия скобок.

Когда нужны подобные слагаемые

1

После умножения

При раскрытии скобок часто появляются несколько одночленов с одинаковой буквенной частью. Они записаны отдельно только потому, что были получены из разных членов многочлена и пока не объединены.

2

Складываем одинаковые части

Если буквенная часть совпадает, коэффициенты можно сложить. В выражении $2x(3x+4)+x(5x-1)$ получаем $6x^2+8x+5x^2-x$, а затем объединяем одинаковые члены и сокращаем запись.

3

Удобство упрощения

Приведение подобных слагаемых делает ответ короче и понятнее. Упрощённое выражение легче использовать в следующих вычислениях, проверять и сравнивать с другими формулами или уравнениями.

Как меняется запись выражения после раскрытия скобок

Переход от одной формы записи к другой показывает, как алгебра делает выражение более явным и удобным для вычислений.

Сначала запись становится длиннее, затем сокращается за счёт объединения подобных слагаемых. Это подтверждает, что раскрытие скобок и упрощение работают вместе.

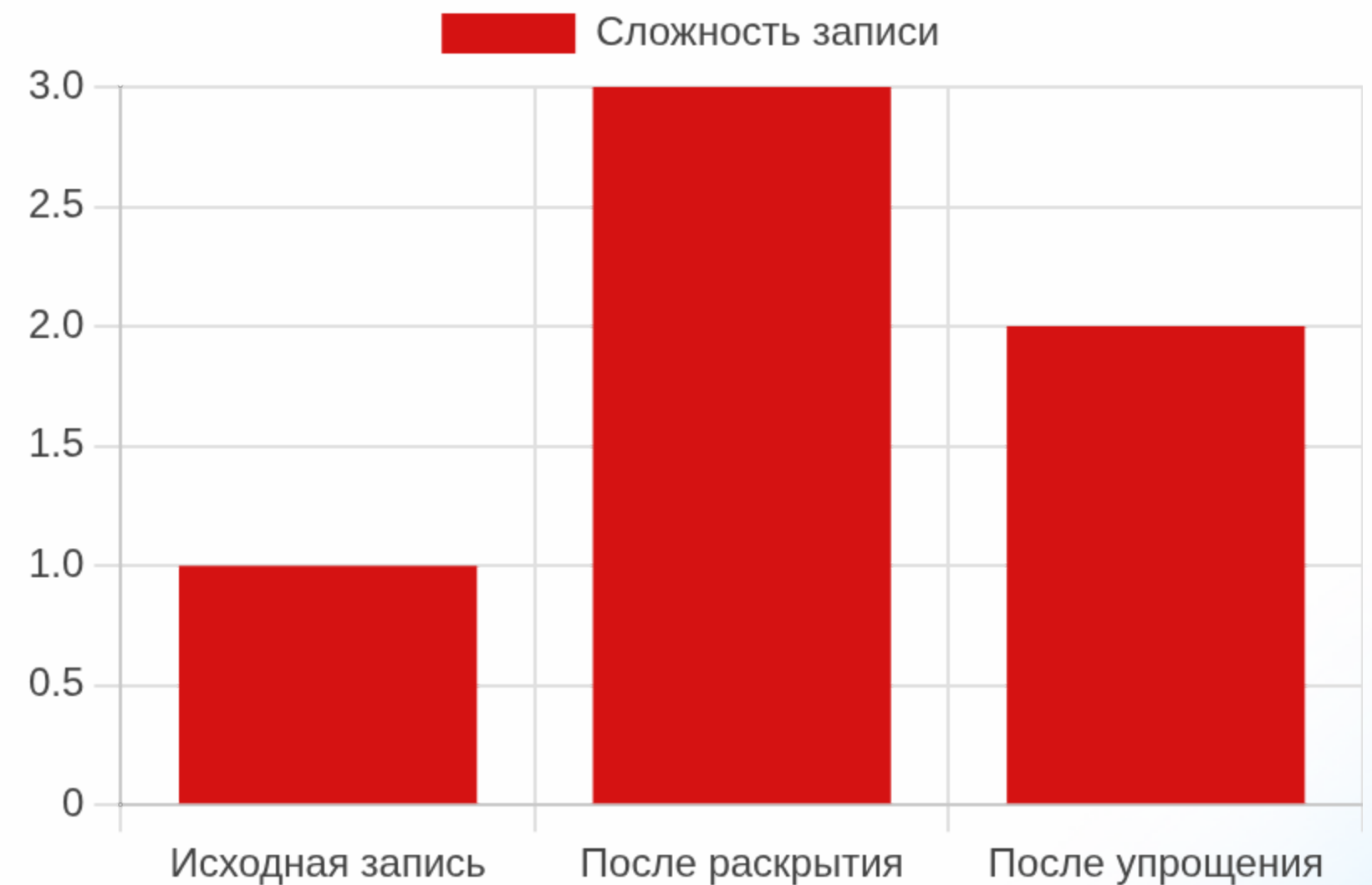


Схема построена по правилам раскрытия скобок и приведения подобных слагаемых, 7 класс

Примеры с разными степенями

Выражение	Результат	Правило
$2 \times 2(x+4)$	$2 \times 3 + 8 \times 2$	степени складываются
$-y(3y^2 - 2y + 1)$	$-3y^3 + 2y^2 - y$	знаки меняются
$6ab(a - 2b)$	$6a^2b - 12ab^2$	разные буквы сохраняются

В таблице показано, как меняются одночлены после умножения на многочлен с разными степенями и буквами.

Во всех примерах коэффициенты умножаются отдельно, а степени одинаковых букв складываются. Разные буквы не объединяются и записываются рядом.

Правила умножения одночлена на многочлен, алгебра 7 класса

Проверка правильности ответа

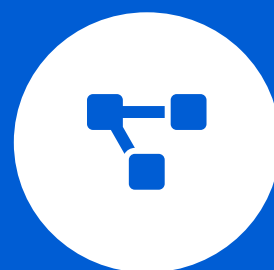
Последовательность
проверки после раскрытия
скобок в алгебраическом
выражении

Связь с другими темами 7 класса



Формулы и выражения

Правило помогает раскрывать скобки в формулах и переводить запись в более удобный вид. Это особенно важно, когда нужно упростить выражение перед дальнейшими преобразованиями.



Уравнения

При решении уравнений часто приходится сначала раскрывать скобки, а затем приводить подобные слагаемые. Без этого трудно получить верный и короткий вид ответа.



Геометрия

В задачах на периметр и площадь алгебраическая запись позволяет описывать стороны фигур через буквы. Тогда умножение одночлена на многочлен становится частью геометрического решения.



Текстовые задачи

Если нужно найти стоимость нескольких одинаковых предметов или вычислить общий результат по условию, выражение со скобками удобно преобразовать. Это делает расчёты понятнее и точнее.

Самопроверка результата

Проверьте каждый член

Убедитесь, что одночлен умножен на каждый член многочлена, а ни одно слагаемое не пропущено. Часто ошибка появляется, когда раскрывают только первую скобку и забывают остальные члены.

Сравните знаки и степени

Проверьте, правильно ли записаны знаки и сложены ли показатели степеней у одинаковых букв. Если знак или степень написаны неверно, итоговое выражение уже не будет соответствовать исходному.

Подставьте число

Для быстрой проверки можно заменить букву простым числом и вычислить оба выражения. Если значения совпали, значит преобразование выполнено верно и формула сохранена.

Что нужно запомнить по теме

1

Главное правило

Одночлен нужно умножать на каждый член многочлена отдельно. Только после этого можно записать полученные одночлены в одну строку и оценить, нужно ли дальнейшее упрощение.

2

Коэффициенты и знаки

Числовые множители перемножаются как обычные числа, а знаки определяются по правилам умножения. Одинаковые знаки дают положительный результат, а разные — отрицательный.

3

Буквенная часть

При умножении одинаковых букв показатели степени складываются. Если буквы разные, они остаются рядом без изменения, например ab или xuz , и не объединяются в одну переменную.

4

Объединение подобных

После раскрытия скобок полезно проверить, не появились ли одинаковые буквенные части. Такие слагаемые можно сложить, чтобы выражение стало короче и удобнее для дальнейшей работы.

Итоги урока и значение правила

Умножение многочлена на одночлен — важный навык алгебры 7 класса. Оно помогает раскрывать скобки, упрощать выражения и уверенно решать задачи, где нужны формулы, уравнения и геометрические расчёты.