

Площадь кругового сектора: от части круга к формуле

Сектор занимает долю круга; чтобы найти её площадь, нужны радиус и центральный угол.



Где встречается круговой сектор в жизни и в геометрии

Сектор узнают в диаграммах, циферблатах, разрезах пиццы и веерах. В школе он помогает находить часть площади круга по известному углу. Важно уметь распознавать элементы сектора и применять формулу.



Что такое круговой сектор



Круговой сектор образован двумя радиусами, выходящими из одной точки в центре, и дугой между ними. Центральный угол показывает, какую часть круга «захватывает» сектор.

Если центральный угол равен 360° , сектор совпадает со всем кругом и его площадь равна площади круга. А при угле 180° сектор составляет ровно половину круга.



При одинаковых радиусах равные центральные углы дают равные площади. Потому что сектор занимает одинаковую долю круга, а значит, и площадь меняется пропорционально углу.

Элементы сектора на чертеже

1 Что подписывают на рисунке

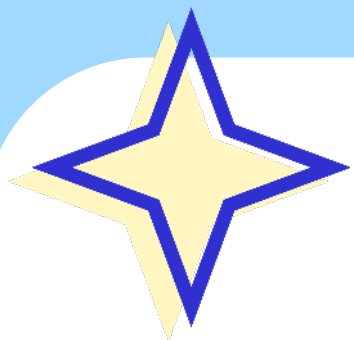
На чертеже сектора обычно отмечают центр окружности, два радиуса и дугу между ними. Центральный угол показывают дугой-обозначением или дугой с градусной мерой. Это делает задачу однозначной.



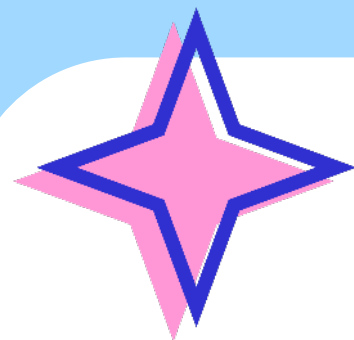
2 Зачем нужен центральный угол

Важно помнить: размер сектора задают именно радиус и центральный угол, а не отдельная «длина дуги». Если показывают хорду и сегмент, то это помогает не перепутать похожие фигуры при решении.

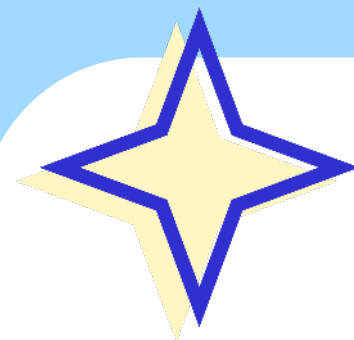
Связь площади сектора с площадью круга



Площадь сектора — это та же доля от площади всего круга, что центральный угол составляет от 360° . Поэтому можно мысленно сравнить сектор с целым кругом.



Например, если сектор занимает $1/2$ круга, то его площадь равна половине площади круга. Когда сектор составляет $1/4$ круга, получаем четверть площади круга.



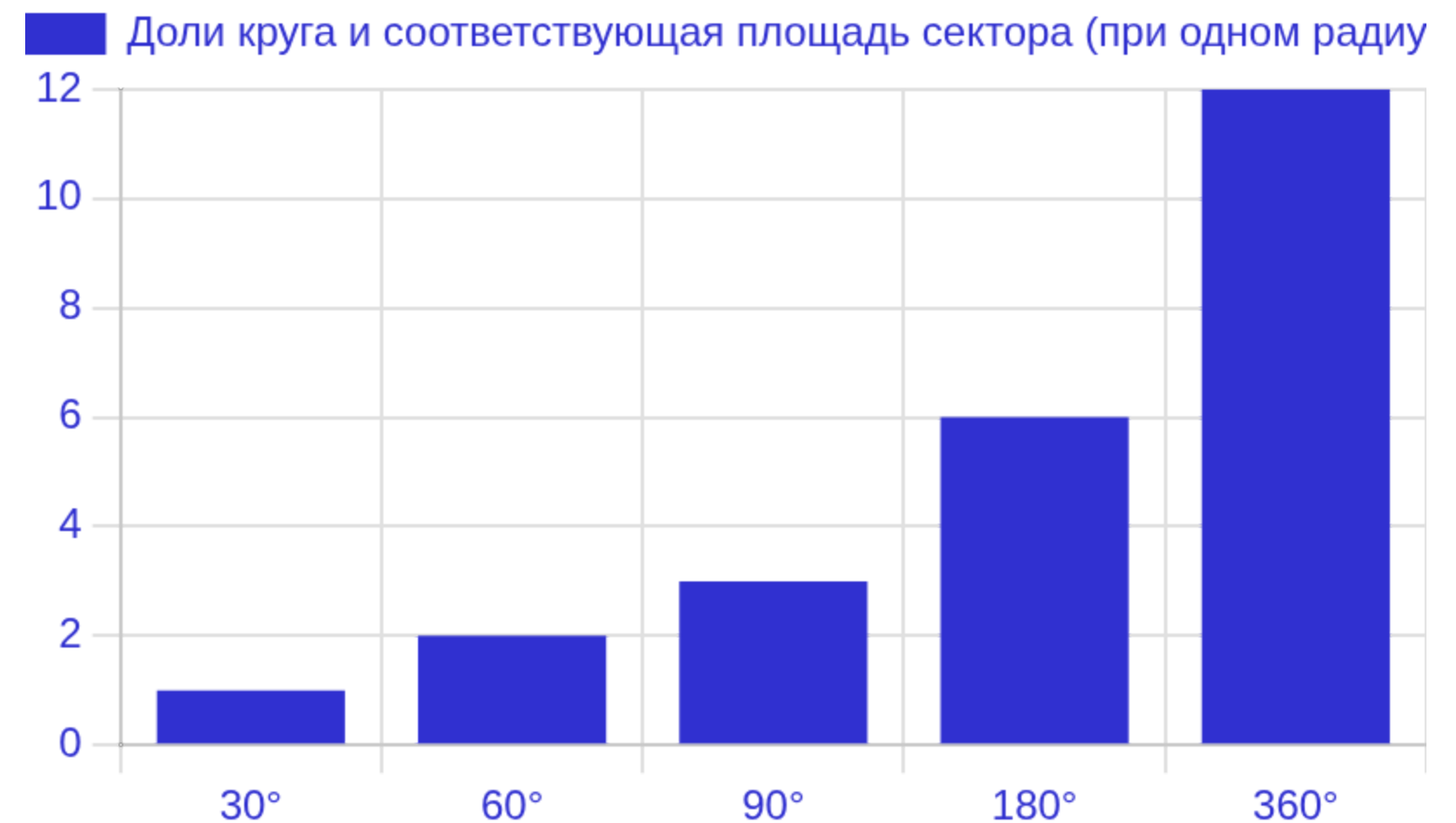
Эта пропорция и делает формулу удобной: сначала находится площадь круга πr^2 , а затем берётся нужная часть. В задачах углы сразу переводятся в доли круга через 360° .

Как меняется площадь сектора при разных углах



Поскольку радиус один и тот же, сравнивать можно прямо по центральному углу: больше угол — больше площадь.

График показывает прямую пропорциональность: при удвоении угла площадь сектора удваивается относительно того же круга.



✦ Доли круга рассчитаны как $\alpha/360^\circ$; значения нормированы относительно 30°.



360°

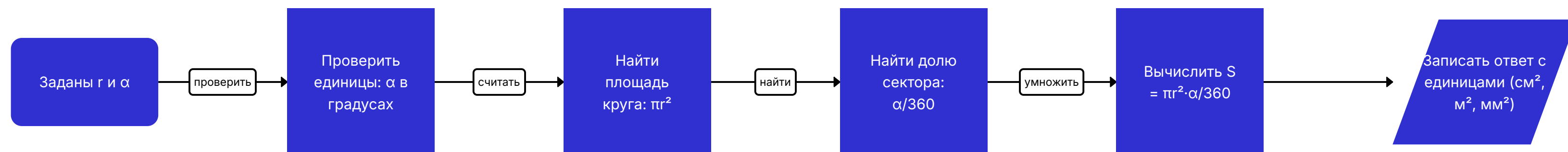
через отношение угла к
полному обороту берётся
нужная доля площади круга.

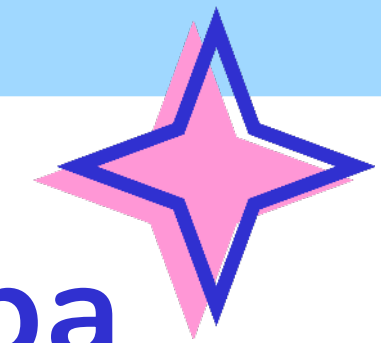
Стандартная школьная формула (тема за
8 класс).

Если взять площадь круга πr^2 и умножить её на $\alpha/360^\circ$,
получаем площадь сектора S . Здесь r — радиус, α —
центральный угол в градусах.

Алгоритм вычисления площади сектора

Схема описывает шаги работы с формулой $S = \pi r^2 \cdot \alpha / 360^\circ$ в градусах.





Примеры вычислений площади сектора

Подставьте радиус r и центральный угол α в формулу $S = \pi r^2 \cdot \alpha / 360^\circ$, затем упростите выражение.

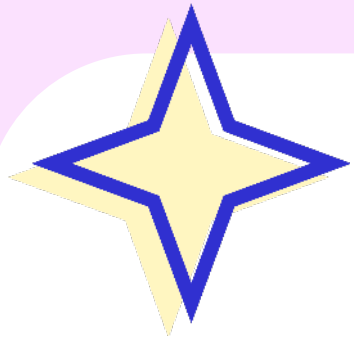
При одном радиусе площадь растёт вместе с центральным углом, потому что сектор — это соответствующая доля круга.

г, см	α , град	s
6	60°	6π
8	90°	16π
10	72°	20π
5	180°	$12,5\pi$

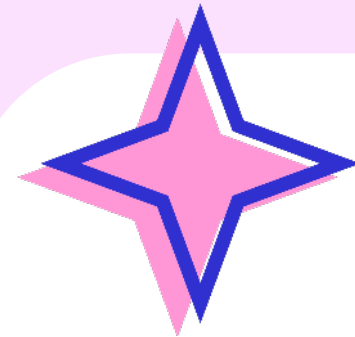


Вычисления по формуле $S = \pi r^2 \cdot \alpha / 360^\circ$.

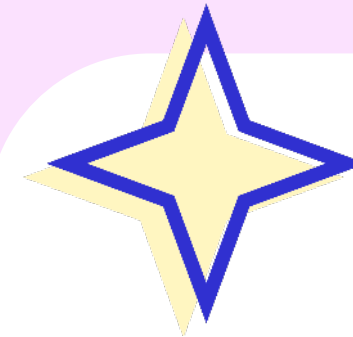
Как найти радиус, если известна площадь сектора



В обратных задачах сначала берут долю сектора $\alpha/360^\circ$. Это показывает, какая часть площади круга равна заданной площади сектора S .



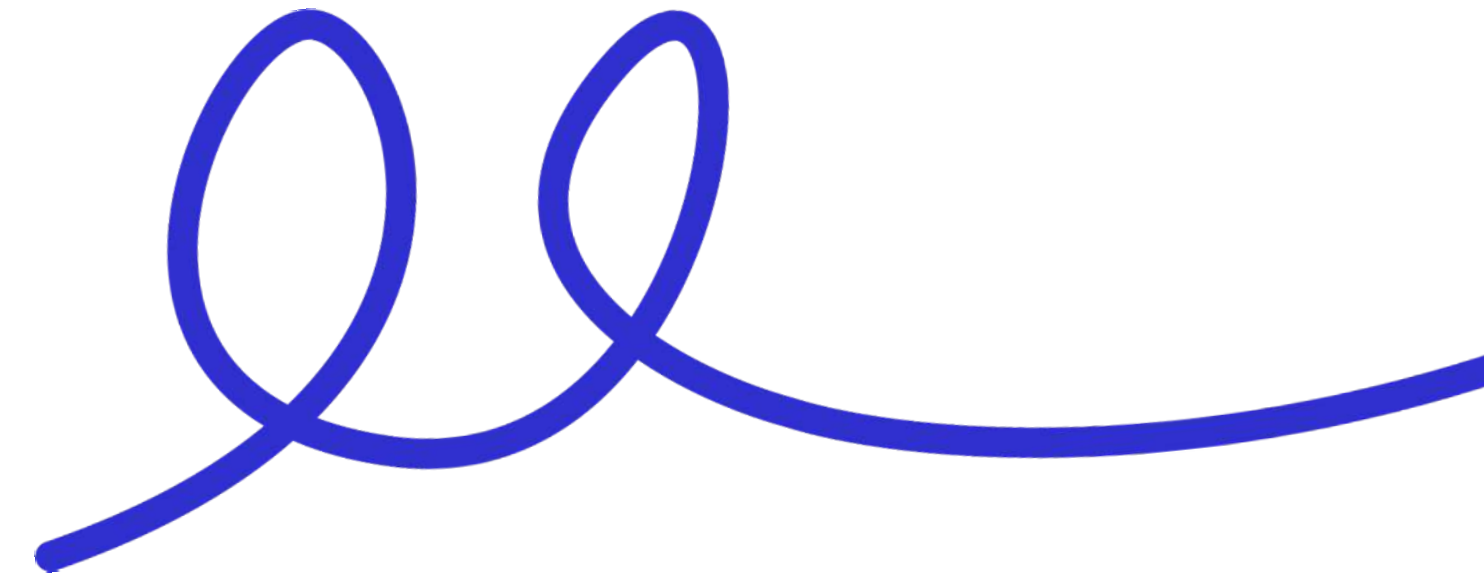
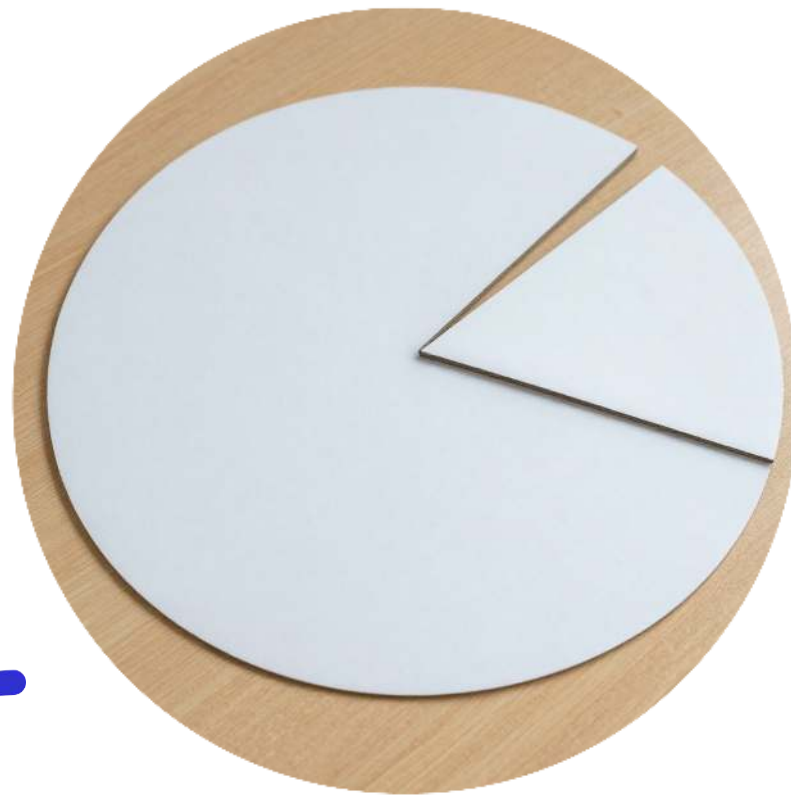
Дальше находим площадь всего круга: делим S на $(\alpha/360^\circ)$. Так получается πr^2 целиком, без долей. Затем остаётся решить уравнение относительно r .



Когда πr^2 известна, радиус находится из выражения $r^2 = (\pi r^2)/\pi$. После извлечения квадратного корня получают r и при необходимости округляют по условию.

Сектор и сегмент: в чём разница

✦ Сектор — это часть круга, ограниченная двумя радиусами и дугой между ними. Его центральный угол сразу показывает, какую долю окружности занимает фигура, а значит, и какую долю её площади нужно искать.



✦ Сегмент ограничен хордой и дугой. Если соединить концы дуги хордой, получится сегмент, который лежит внутри соответствующего сектора. Поэтому при одинаковых радиусах сектор всегда больше сегмента: в нём есть треугольная часть между радиусами.

Типичные ошибки при решении задач



Самая распространённая ошибка — перепутать единицы измерения угла: в школьных формулах α считается в градусах, а не в радианах. Тогда результат получается заведомо неверным и несоответствующим доле круга.



Ещё одна ошибка связана с радиусом: забывают возвести r в квадрат или подставляют диаметр вместо радиуса. В формуле площади фигур r входит как r^2 , и любая путаница меняет ответ в несколько раз.



Часто допускают и «единичную» ошибку: в ответе забывают квадратные единицы измерения (см^2 , м^2 или мм^2). По одному только названию единиц можно заметить, что расчёт оформлен неправильно.



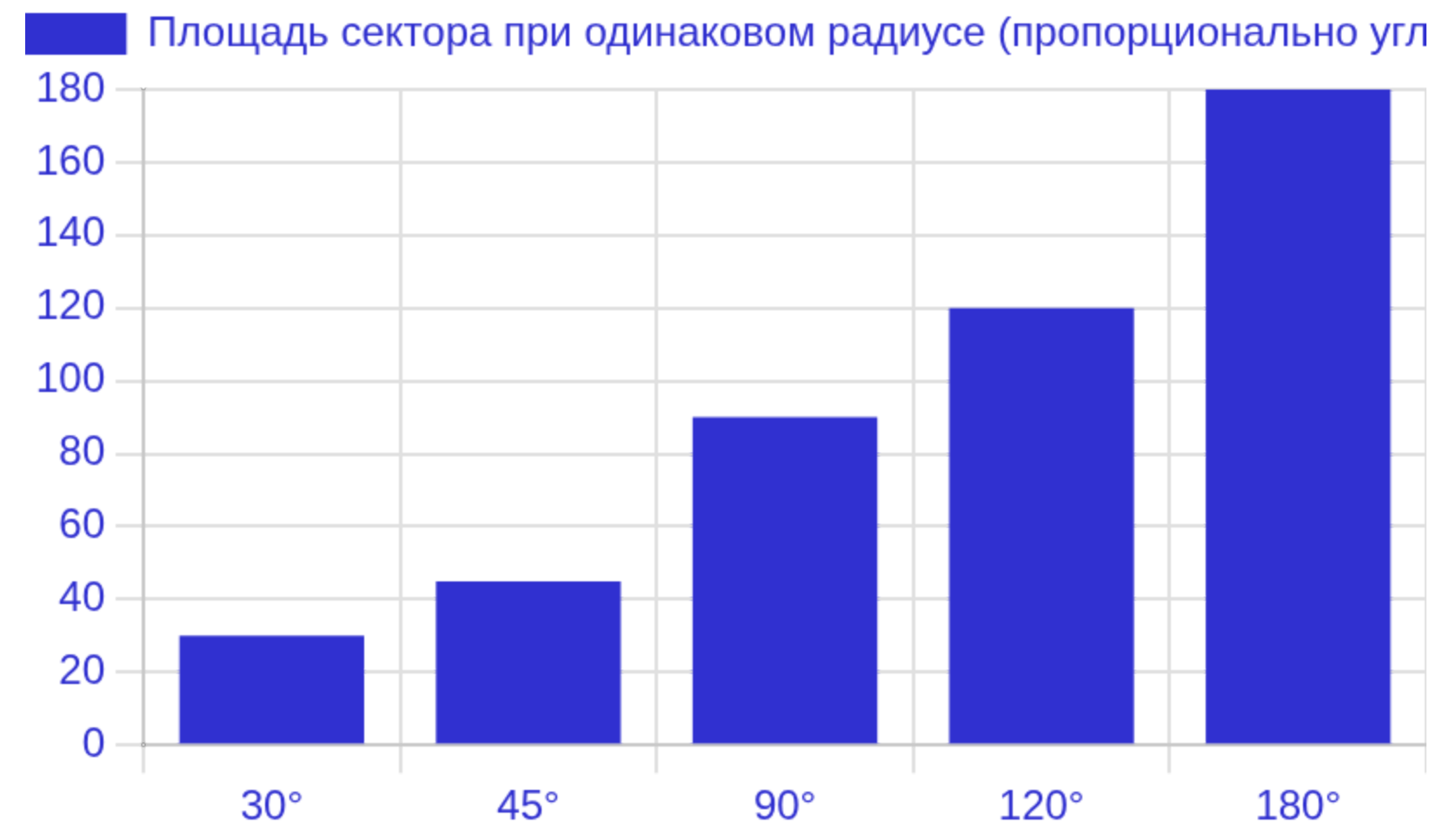
Хорошая проверка — сравнить площадь сектора с площадью всего круга. Сектор не может быть больше круга, а значит, если получилось больше, значит, где-то неверно подставлены угол, радиус или доля $\alpha/360^\circ$.

Площадь сектора при одном радиусе и разных углах



Для одного и того же радиуса площадь каждого сектора прямо пропорциональна α : увеличили угол в 2 раза — получили площадь тоже в 2 раза, потому что общий множитель πr^2 остаётся тем же.

По возрастанию столбиков видно, что при неизменном радиусе угол полностью определяет долю круга и величину площади сектора.



✦ Расчёт по соотношению $S \propto \alpha$ (так как $S = \pi r^2 \cdot \alpha / 360^\circ$); значения отражают долю при фиксированном r ,
2026-05-13



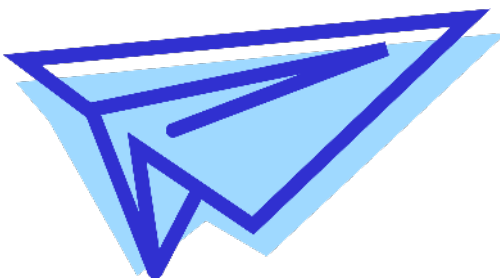
45°

Один кусок соответствует именно углу 45° , поэтому его площадь можно найти как площадь сектора.

Пример по условию: радиус пиццы 14 см, 8 равных частей

Если пиццу радиусом 14 см разделить на 8 равных частей, каждый кусок — сектор с углом 45° . Это показывает, как формула работает на привычных повседневных задачах.

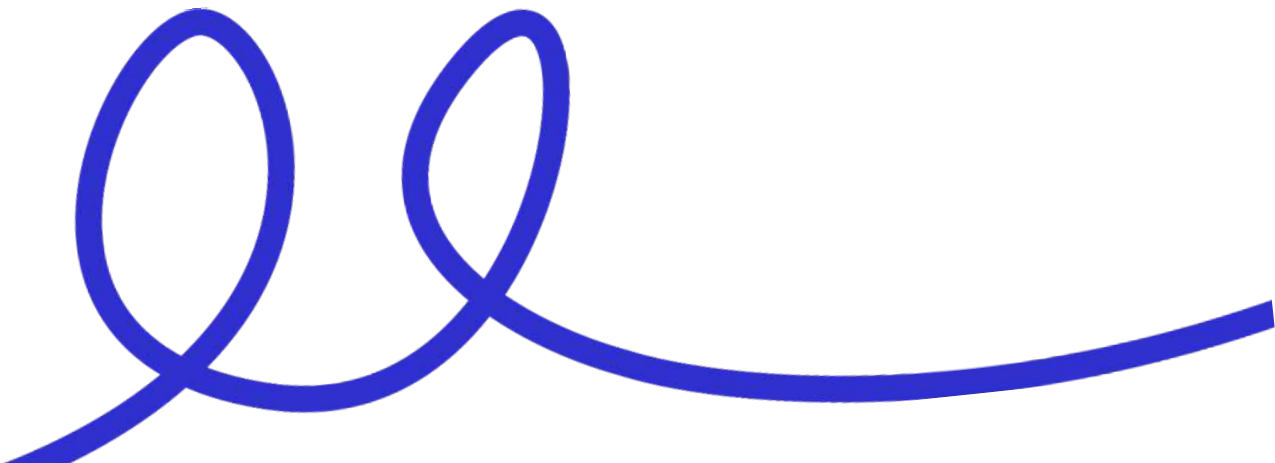
Углы и доли круга



- ✦ Соответствия доли круга удобны: по одному углу сразу видно, какую часть площади сектора нужно взять от площади всего круга.
- ✦ Чем больше центральный угол, тем больше соответствующая доля площади. Для «круглых» углов не нужно долго считать: доля уже задаёт ответ через $\alpha/360^\circ$.

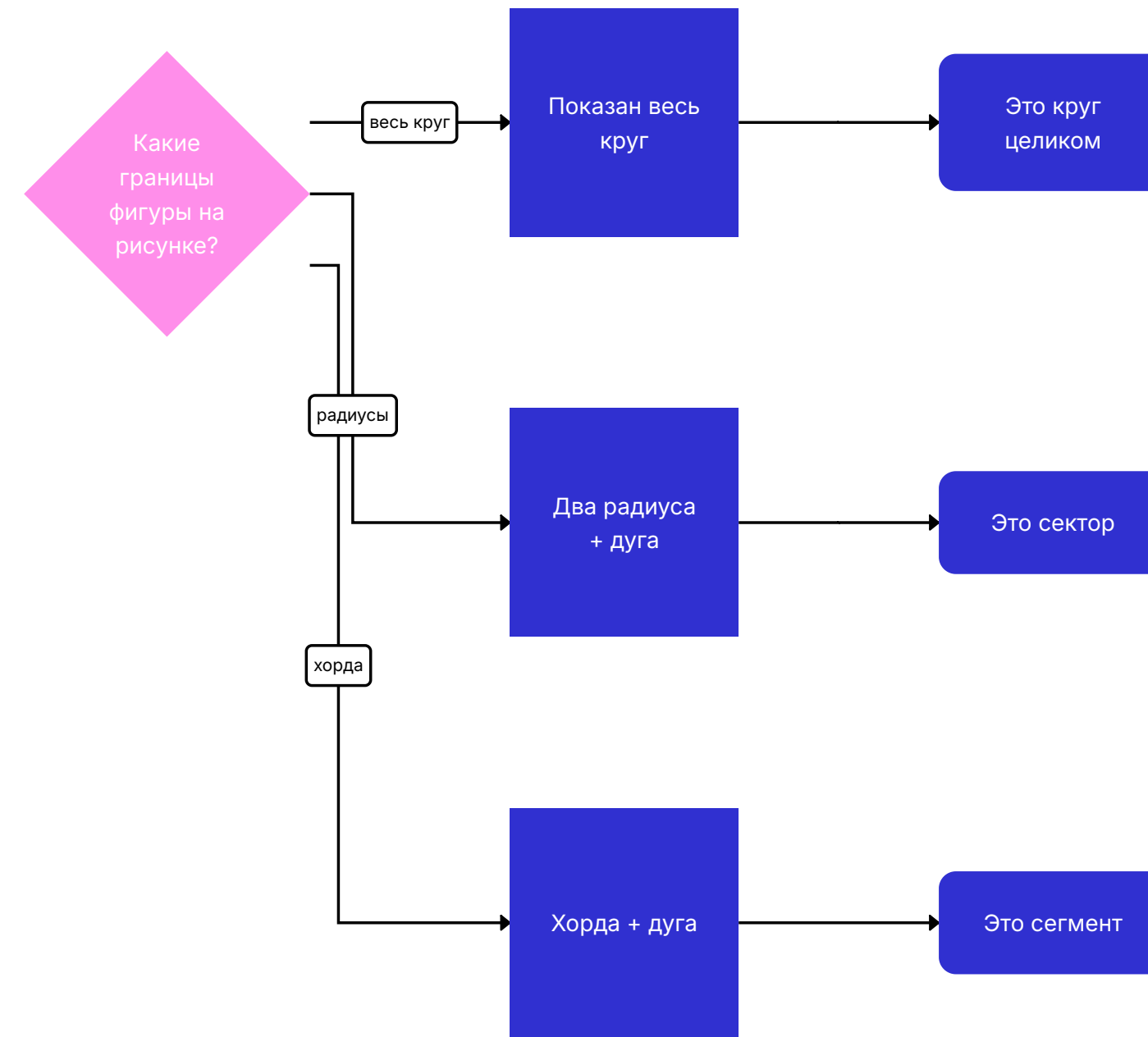
Соответствие
$30^\circ \rightarrow 1/12$
$45^\circ \rightarrow 1/8$
$60^\circ \rightarrow 1/6$
$72^\circ \rightarrow 1/5$
$90^\circ \rightarrow 1/4$
$120^\circ \rightarrow 1/3$
$180^\circ \rightarrow 1/2$

Связь доли с углом: $\text{доля} = \alpha/360^\circ$; 2026-05-13



Как отличить сектор от других частей круга

Выбор формулы зависит от того, какими линиями ограничена фигура: радиусами или хордой.



Площадь сектора в чертежах и задачах



На чертеже могут быть видны только радиус и центральный угол: никаких дополнительных размеров не приводят. Тогда нужно сразу переходить к формуле площади сектора, связывающей эти два параметра.



Используется $S = \pi r^2 \cdot \alpha / 360^\circ$. Здесь сначала рассматривают, какую площадь имеет полный круг πr^2 , а затем берут долю, соответствующую углу α от 360° .



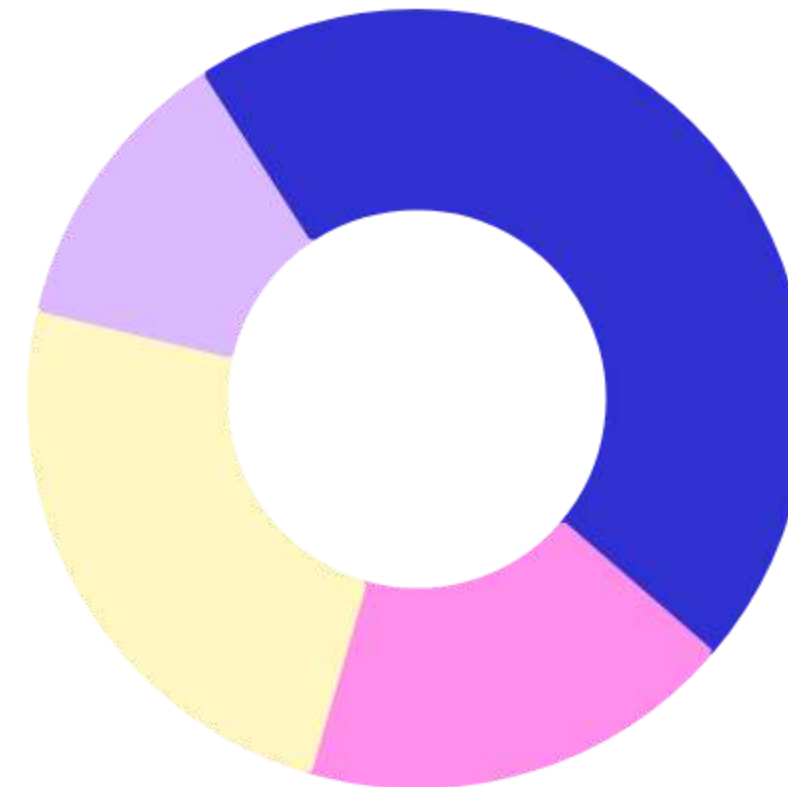
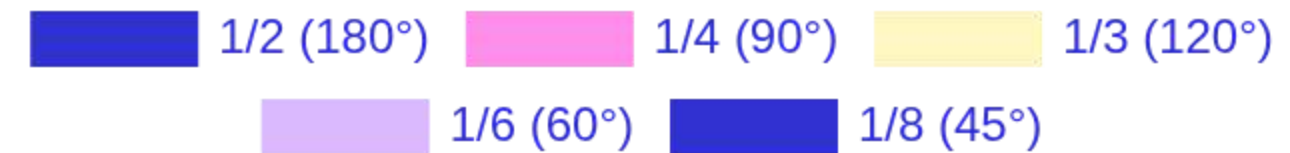
Удобно оставлять ответ точным, с π : так проще сверять вычисления. Если по условию требуется приближённое значение, уже после этого находят его с округлением.

Точные доли круга и быстрый счёт



Эти доли получаются из простого правила: доля = $\alpha/360^\circ$. Поэтому при угле, который делит 360° «удобно», площадь сектора считают почти сразу.

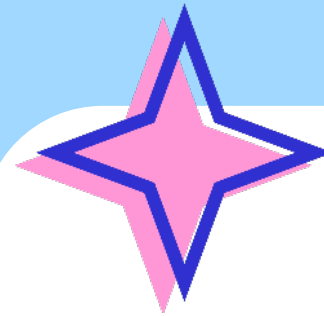
Диаграмма показывает, что самые большие участки дают углы 180° и 120° , а при уменьшении угла доля падает пропорционально. Значит, достаточно правильно определить α .



Что нужно помнить перед решением задач



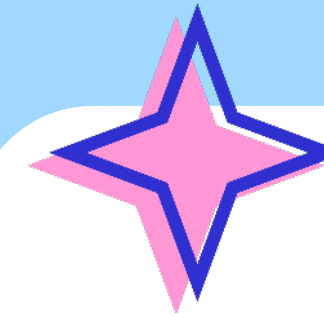
Площадь сектора зависит только от радиуса круга и величины центрального угла. Если радиус тот же, любые изменения угла сразу отражаются на площади как на доле круга.



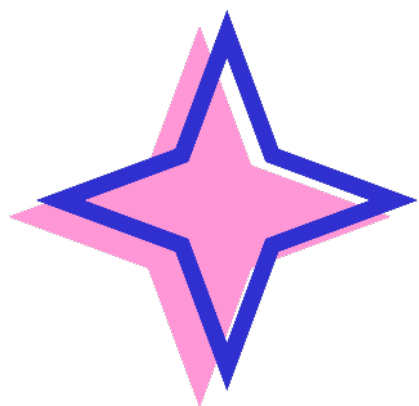
При одном и том же радиусе больший угол даёт большую площадь. Это следует из того, что сектор занимает тем большую часть круга, чем больше α , измеренный в градусах.



Формула через градусы ($S = \pi r^2 \cdot \alpha / 360^\circ$) особенно удобна для задач 8 класса: угол легче читать на чертеже и подставлять без преобразований единиц.



Результат полезно проверять сравнением: площадь сектора не может превышать площадь всего круга. Если получилось больше, значит, где-то нарушена логика доли $\alpha/360^\circ$ или неверно введены числа.



Итог: площадь кругового сектора как часть площади круга

Площадь кругового сектора показывает, какую часть круга занимает фигура при заданном центральном угле. Ключевые элементы — радиус, угол α и доля $\alpha/360^\circ$, а формула $S = \pi r^2 \cdot \alpha/360^\circ$ связывает геометрию и вычисления.