



Разность квадратов: одна из самых полезных формул алгебры

Разность квадратов помогает быстро упрощать выражения и находить
ответ.

Почему эта формула важна в 7 классе

Она часто встречается в первых преобразованиях выражений, помогает в устном счёте и подготавливает к более сложным темам алгебры, включая уравнения и дроби.



Что называют квадратом числа

Умножение на само себя

Квадрат числа получают, когда число умножают на само себя: 6^2 означает $6 \cdot 6$, а x^2 — $x \cdot x$. Это одно из самых простых алгебраических действий.

Примеры квадратов

Числовые примеры легко запомнить: $10^2=100$, $6^2=36$.
У буквенных выражений смысл тот же, только вместо числа используется переменная или более сложная запись.

Неотрицательный результат

Квадрат любого целого числа не бывает отрицательным. Даже если число со знаком минус, после возведения в квадрат получается положительное значение или ноль.

Связь с формулой

В разности квадратов оба члена должны быть квадратами, а между ними стоит минус. Именно это позволяет заменить запись одной специальной формулой.

Главная формула разности квадратов

01

Основная запись

Формула выглядит так: $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$. Она работает для чисел и букв, если оба слагаемых действительно являются квадратами.

02

Что происходит при раскрытии

Если раскрыть скобки справа, получится $a^2 + ab - ab - b^2$. Средние слагаемые ab и $-ab$ взаимно уничтожаются, и остаётся исходная разность квадратов.

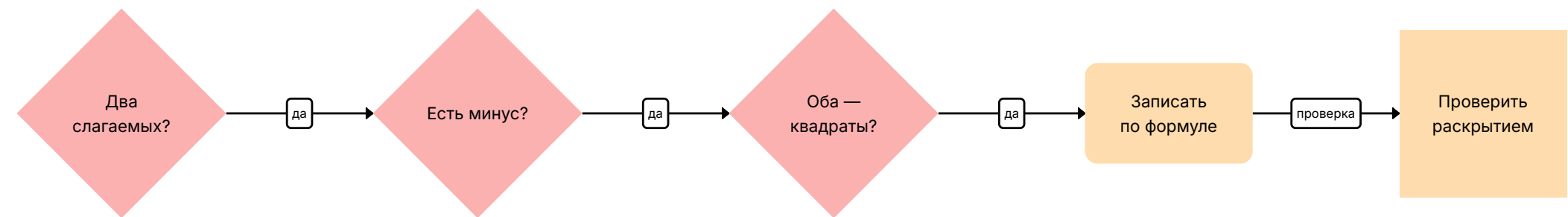
03

Почему это удобно

Благодаря формуле можно быстро раскладывать выражения на множители и проверять ответ обратным действием. Это экономит время и делает запись аккуратнее.

Как распознать разность квадратов

Последовательность проверки
выражения по школьному правилу



Почему формула работает без ошибок

Раскрытие скобок

При умножении $(a-b)(a+b)$ используют правило раскрытия скобок. Получается $a \cdot a + a \cdot b - b \cdot a - b \cdot b$, то есть выражение из четырёх произведений.

01

Сокращение средних членов

Слагаемые ab и $-ab$ противоположны, поэтому они сокращаются. Из-за этого в ответе не остаётся лишних частей, и формула даёт точный результат.

03

Появление квадратов

После упрощения запись превращается в $a^2 + ab - ab - b^2$. Первые и последние члены остаются, а средние показывают, как возникает разность квадратов.

02

Частный случай умножения

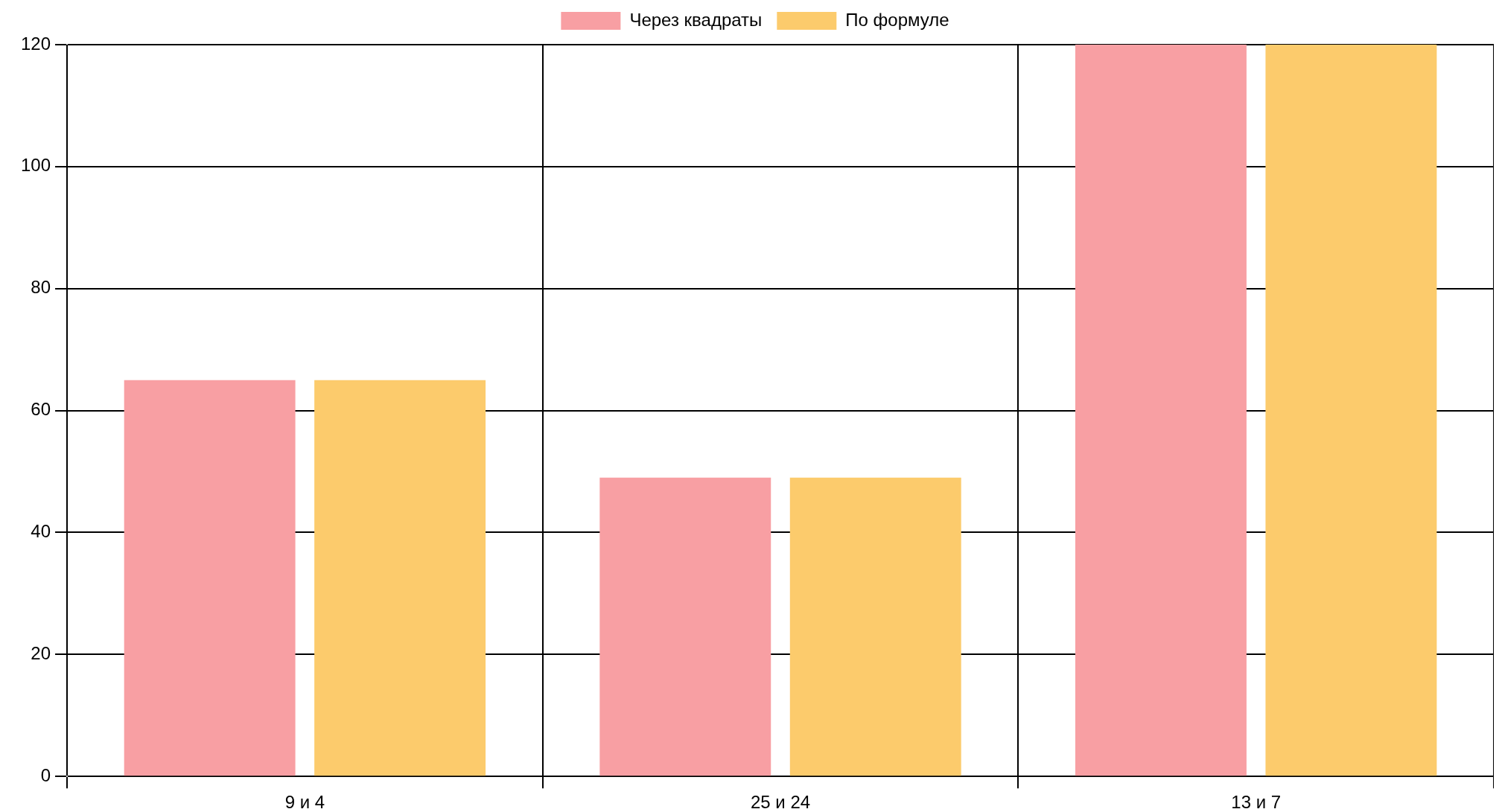
Разность квадратов — это особый случай умножения двучлена на двучлен. Правило всегда даёт один и тот же вид ответа, если знаки и скобки записаны правильно.

04

Проверка формулы на числовых примерах

На диаграмме показаны одинаковые результаты двух способов вычисления для каждого примера.

Совпадение значений подтверждает, что формула работает надёжно и даёт тот же ответ, что и прямой счёт.



Школьные учебные примеры по алгебре

Числовые примеры без букв

01

$$50^2 - 49^2$$

$50^2 - 49^2 = (50 - 49)(50 + 49) = 1 \cdot 99 = 99$. Здесь числа отличаются всего на единицу, поэтому формула позволяет быстро получить ответ без длинных вычислений.

02

$$18^2 - 12^2$$

$18^2 - 12^2 = (18 - 12)(18 + 12) = 6 \cdot 30 = 180$. Сначала находят разность чисел, а потом их сумму, после чего остаётся только перемножить два простых множителя.

03

$$101^2 - 99^2$$

$101^2 - 99^2 = (101 - 99)(101 + 99) = 2 \cdot 200 = 400$. Когда числа стоят близко друг к другу, формула особенно удобна и заметно ускоряет счёт.

Разность квадратов с буквами



Когда в записи появляются буквы

Буквенные выражения тоже можно разложить по формуле, если каждый член является квадратом. Например, $x^2 - 16$ превращается в $(x - 4)(x + 4)$, а $9y^2 - 1$ — в $(3y - 1)(3y + 1)$. Здесь важно сначала увидеть квадрат, а затем подобрать его корень.



Как помогает наглядная схема

Схема с двумя квадратами разного размера показывает, что из большой площади вычитают меньшую. Оставшаяся часть переходит в прямоугольник со сторонами $a - b$ и $a + b$, поэтому запись $a^2 - b^2$ заменяется двумя скобками.

выражение	можно ли	результат
x^2-9	да	$(x-3)(x+3)$
$4a^2-b^2$	да	$(2a-b)(2a+b)$
x^2+9	нет	это сумма
a^2-b^3	нет	не квадрат

Когда формулу можно применять, а когда нельзя

Таблица показывает, в каких выражениях формула разности квадратов подходит, а в каких нет.

Формула работает только тогда, когда есть разность двух квадратов. Если стоит плюс или один член не является квадратом, применять её нельзя.

Типичные ошибки учеников

Путают формулу с квадратом

Некоторые записывают $(a-b)^2$ вместо a^2-b^2 . Это разные выражения: в первом случае есть квадрат разности, а во втором — разность двух квадратов.

Забывают условие о квадратах

Формула работает только тогда, когда оба слагаемых действительно являются квадратами. Если второй член не квадрат, разложение по этой записи будет неверным.

Теряют знак минус

При разложении ученики иногда неверно ставят знаки в скобках. Проверка раскрытием скобок сразу показывает, сохранилась ли исходная разность без искажений.

Путают с суммой квадратов

Выражение a^2+b^2 нельзя преобразовать по этой формуле, потому что между частями стоит плюс. Чтобы не ошибиться, сначала нужно внимательно посмотреть на знак между членами.

Как быстрее находить разность квадратов в примерах

Проверьте форму выражения

Сначала убедитесь, что перед вами два слагаемых и между ними стоит минус. Затем попробуйте представить каждое из них как квадрат числа, буквы или выражения.

01

Запишите две скобки

Когда квадраты найдены, используйте формулу $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$. В буквенных примерах важно аккуратно подобрать оба знака и не менять порядок членов.

03

Найдите корни квадратов

Если видны 49, 16, $9x^2$ или $25a^2$, сразу определите, чему равен соответствующий квадратный корень. Это помогает быстро перейти к нужной записи в скобках.

02

Проверьте результат

После преобразования полезно раскрыть скобки или умножить полученные множители обратно. Такая проверка занимает мало времени и помогает заметить ошибку до сдачи работы.

04

Почему формула экономит время

На графике показано, что во всех примерах достаточно выполнить одно умножение и один вычитательный шаг вместо громоздкого возведения в квадрат.

Чем ближе числа друг к другу, тем заметнее сокращается объём вычислений и тем удобнее использовать формулу.



Иллюстративная оценка числа основных действий по формуле и при прямом вычислении; данные не являются измерением

Связь с другими формулами сокращённого умножения

Похожа по структуре

Разность квадратов читается легче, если помнить соседние формулы: квадрат суммы и квадрат разности. Все три правила помогают быстро узнавать знакомые алгебраические формы.

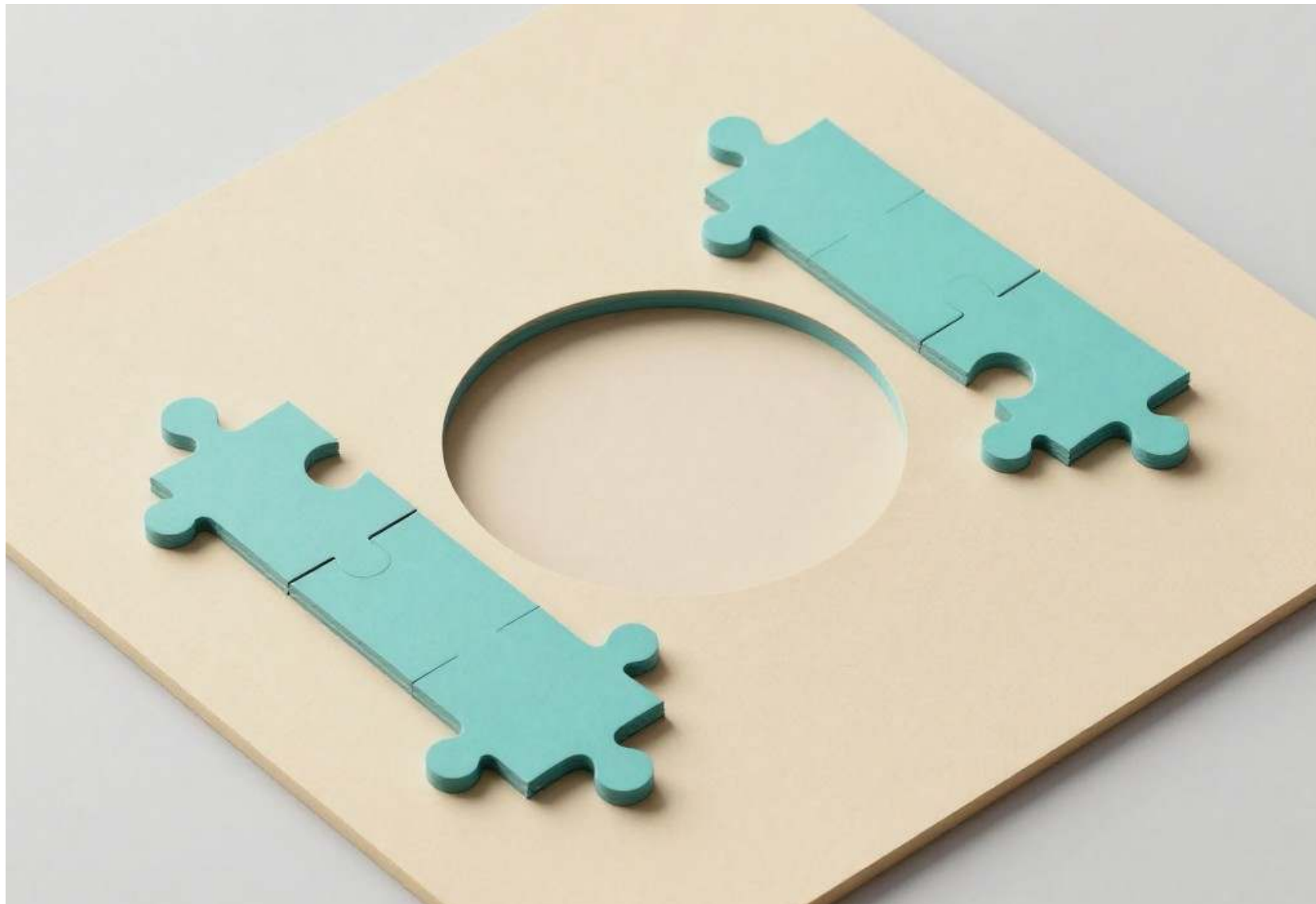
Работают вместе

При раскрытии скобок, упрощении выражений и преобразовании многочленов эти формулы часто используются рядом. Одна формула подсказывает, как превратить запись в более удобный вид.

Упрощают проверку

Если формулы выучены уверенно, легче замечать ошибки в вычислениях и ответах. Это особенно полезно в 7 классе, когда важно действовать точно и без лишних шагов.

Геометрический смысл формулы



Квадрат, внутри которого спрятан прямоугольник

Представим большой квадрат со стороной a и маленький квадрат со стороной b . Если из большей площади вычесть меньшую, остаётся фигура, которую можно перестроить в прямоугольник. Его стороны равны $a-b$ и $a+b$, поэтому площади совпадают.

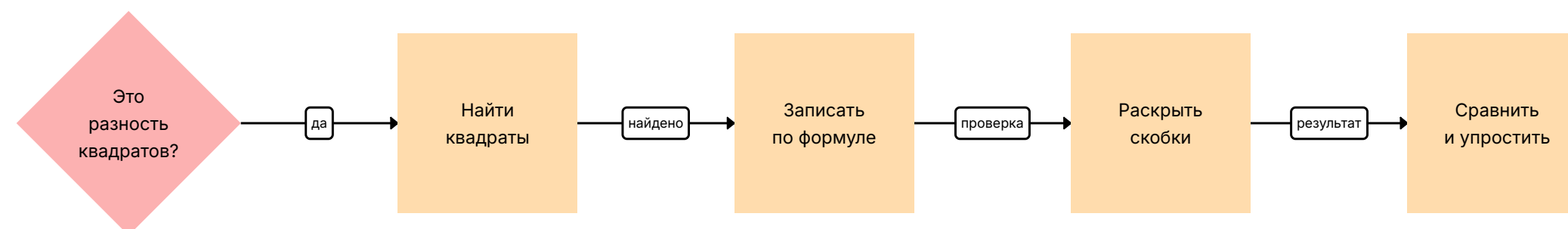


Когда площадь говорит формулой

Геометрическая модель показывает не только ответ, но и причину появления формулы. Один и тот же кусок площади можно увидеть по-разному: как разность двух квадратов и как площадь прямоугольника. Так выражение $a^2 - b^2$ становится наглядным и понятным.

Алгоритм разложения выражения на множители

Последовательность действий
при распознавании
и преобразовании разности
квадратов в школьных заданиях.



Где формула используется в заданиях

Разложение на множители

01

Формула помогает быстро представить выражение в виде произведения. Например, $x^2 - 49$ превращается в $(x - 7)(x + 7)$, и запись становится короче, удобнее для дальнейших действий.

Упрощение дробей

03

При работе с дробями разложение на множители позволяет сокращать одинаковые части числителя и знаменателя. Это делает вычисления короче и снижает риск запутаться в больших выражениях.

Решение уравнений

02

Если нужно решить уравнение, разложение часто делает его понятнее. В записи $x^2 - 49 = 0$ сразу видно произведение двух множителей, а значит, можно искать каждый из них.

Проверка ответа

04

Когда ответ получен, формула помогает быстро сверить его с исходной записью. Если разложение выполнено верно, обратно получается то же выражение без лишних изменений.

Мини-тренировка на разложение выражений

Таблица помогает увидеть, как разность квадратов превращается в произведение двух скобок.

Во всех примерах сначала распознаётся квадрат каждого члена, а затем записываются две скобки по формуле $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$.

Выражение	Разложение	Пояснение
$x^2 - 64$	$(x - 8)(x + 8)$	$64 = 8^2$
$25a^2 - 9$	$(5a - 3)(5a + 3)$	$25a^2 = (5a)^2$
$49y^2 - 1$	$(7y - 1)(7y + 1)$	$49y^2 = (7y)^2$
$100 - m^2$	$(10 - m)(10 + m)$	$100 = 10^2$

Практическая польза темы для школьника



Развивает внимательность

Тема учит замечать не только числа, но и их структуру. Ребёнок быстрее видит, где выражение можно преобразовать, а где нужно считать обычным способом.



Ускоряет вычисления

При близких числах формула заметно сокращает работу. Вместо длинного умножения появляется простое произведение, которое легче посчитать устно или на черновике.



Помогает на контрольных

На самостоятельных и контрольных работах разложение на множители экономит время и уменьшает число ошибок. Это особенно важно, когда нужно успеть проверить каждый ответ.



Удобна для проверки

Если решение уже есть, формула помогает быстро сверить его с исходным выражением. Так проще заметить неверный знак, пропущенный множитель или лишнюю скобку.

Главное правило: увидеть два квадрата

Разность квадратов легко узнать по виду $a^2 - b^2$. Если оба члена — квадраты и между ними стоит минус, формула сразу помогает упростить запись, разложить выражение и проверить ответ.