

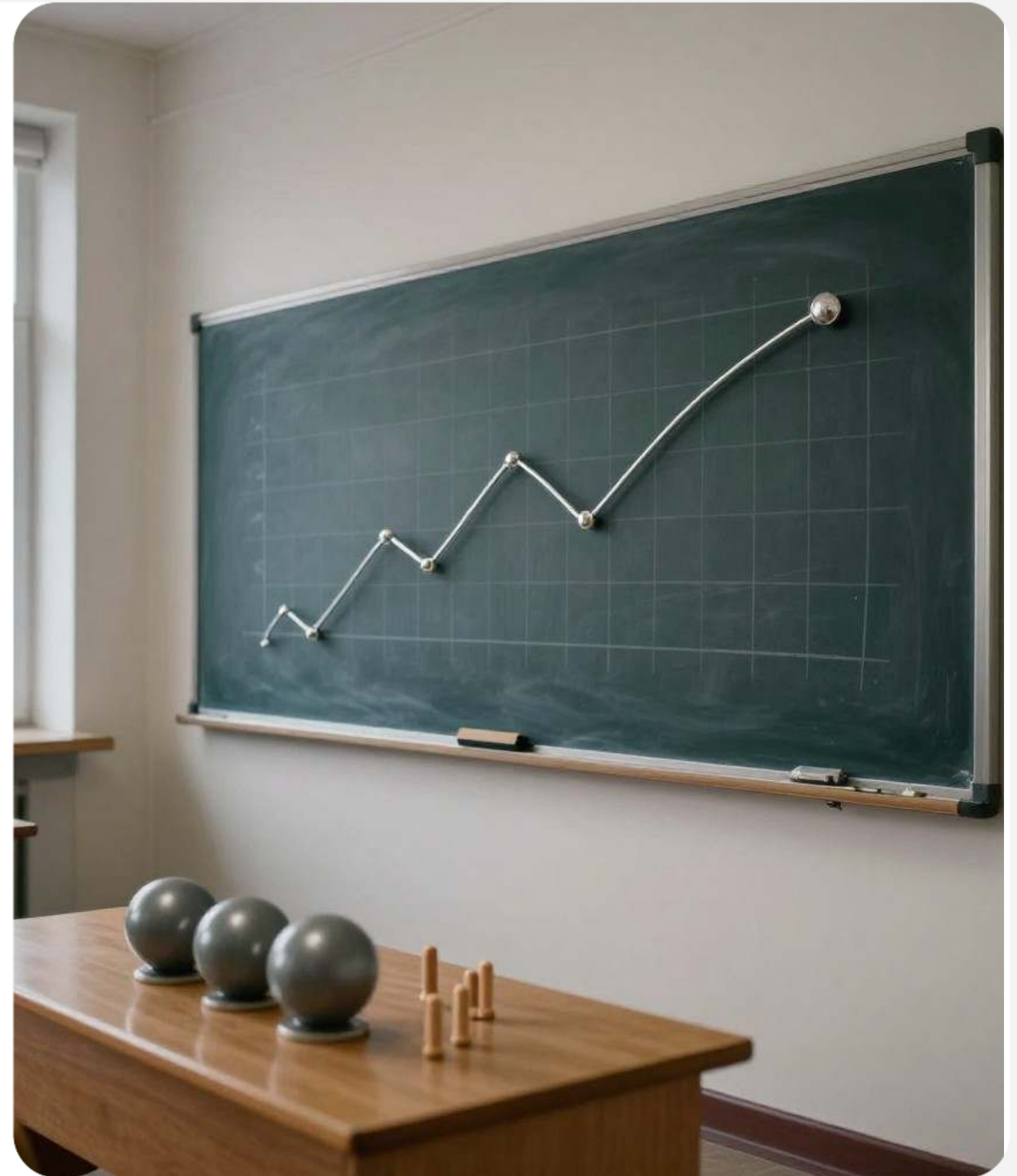
Целые корни многочленов с целыми коэффициентами

Как быстро находить корни и упрощать многочлены
без лишних вычислений.



Почему это важно в 9 классе

Целые корни помогают решать многочлены третьей и более высокой степени, сокращать вычисления и переходить к более простым уравнениям через разложение на множители и деление на двучлен.



Что называют целым корнем многочлена

Определение

Целый корень — это целое число, при подстановке которого значение многочлена становится равным нулю.

Простой пример

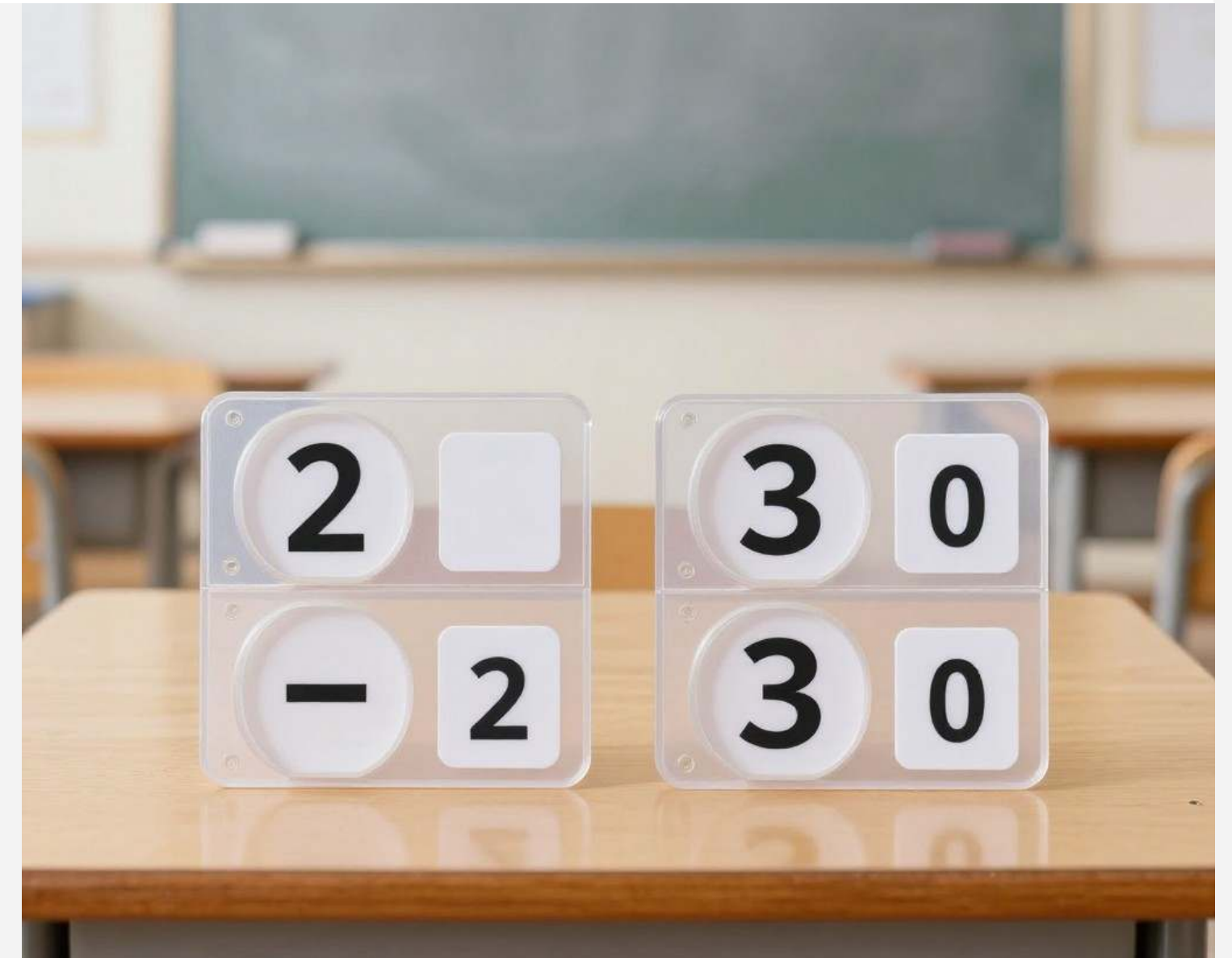
Для многочлена $x^2 - 5x + 6$ целыми корнями являются 2 и 3, потому что именно эти значения обращают выражение в ноль.

Ещё один пример

Для $x^2 + 5x + 6$ подходят -2 и -3 : при подстановке каждого из этих чисел получается ноль.

Как это выглядит

На рисунке удобно показать подстановку числа в формулу и запись равенства, подтверждающего, что значение многочлена равно 0.



Главное условие: связь корня с делителями свободного члена

1 Первое правило
Если многочлен с целыми коэффициентами имеет целый корень k , то число k обязательно является делителем свободного члена.

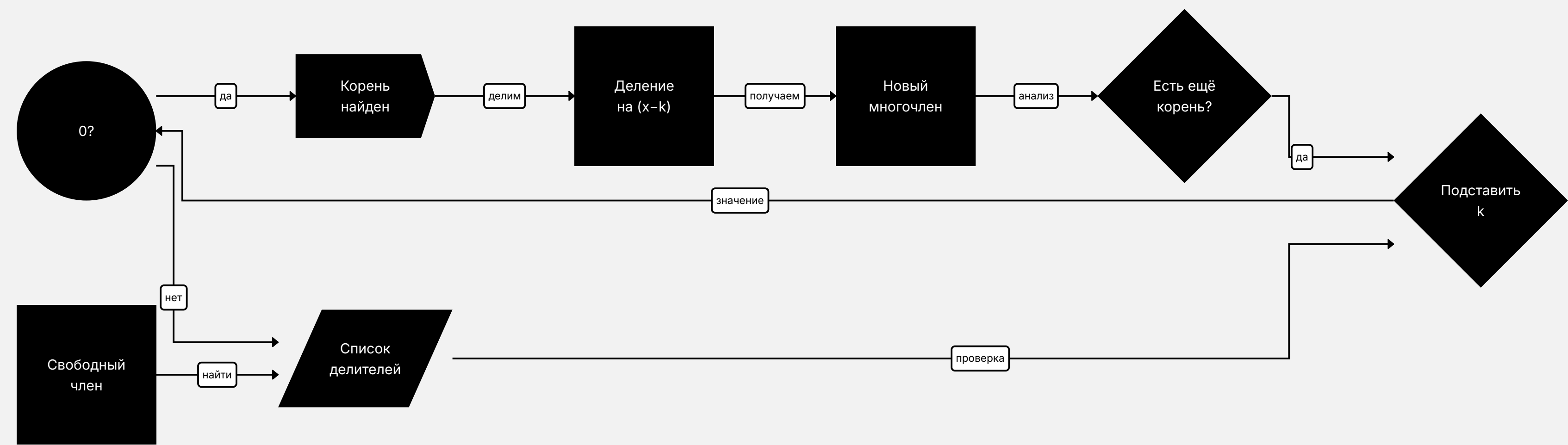
2 Набор кандидатов
Для многочлена $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ свободный член равен 6, поэтому возможные целые корни — $\pm 1, \pm 2, \pm 3$ и ± 6 .

3 С чего начать
Именно эти числа проверяют в первую очередь, потому что список возможных ответов уже заранее ограничен.

4 Зачем это нужно
Такой подход экономит время: вместо перебора всех чисел подряд проверяют только делители свободного члена.

Как искать целый корень

Алгоритм основан на делителях свободного члена и проверке подстановкой.



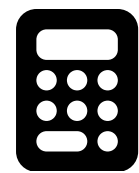
Примеры возможных целых корней для разных многочленов

В таблице показано, как свободный член задаёт список чисел для проверки.

Чем больше по модулю свободный член, тем больше кандидатов нужно проверить.

Многочлен	Свободный член	Возможные корни
$x^2 - 5x + 6$	6	$\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$
$x^3 - 4x^2 - x + 4$	4	$\pm 1, \pm 2, \pm 4$
$x^3 + x^2 - 4x - 4$	-4	$\pm 1, \pm 2, \pm 4$

Проверка подстановкой как основной способ



Вычислить значение

Подставляют выбранный кандидат в многочлен и аккуратно считают значение. Если получается ноль, число действительно является корнем.



Пример проверки

Для $x^2 - 5x + 6$ при $x=2$ получаем $4 - 10 + 6 = 0$, а при $x=1$ — $1 - 5 + 6 = 2$. Значит, 2 подходит, а 1 — нет.



Сначала простые числа

Удобно начинать с ± 1 , ± 2 , ± 3 , потому что их проще считать устно. Если результат не равен нулю, число сразу исключают.

Разложение многочлена после нахождения корня

1

Корень найден

Если число k обращает многочлен в ноль, то оно даёт множитель $(x-k)$ и позволяет перейти к разложению на множители.

2

Степень уменьшается

После деления на $(x-k)$ получается многочлен меньшей степени, поэтому следующую проверку выполнять уже проще.

3

Закрепление результата

Например, x^2-5x+6 раскладывается как $(x-2)(x-3)$, и оба корня видны сразу после разложения.



Сравнение нескольких школьных примеров

Многочлен	Целые корни	Результат
$x^2 - 5x + 6$	2, 3	$(x - 2)(x - 3)$
$x^2 + x - 6$	2, -3	$(x - 2)(x + 3)$
$x^3 - 6x^2 + 11x - 6$	1, 2, 3	$(x - 1)(x - 2)(x - 3)$

В примерах видно, что целые корни находятся одинаковым способом: через делители и подстановку.

Во всех случаях корни находятся через делители свободного члена и проверку подстановкой.

1

означает, что у целого корня
знаменатель отсутствует, поэтому
он обязан делить свободный член.

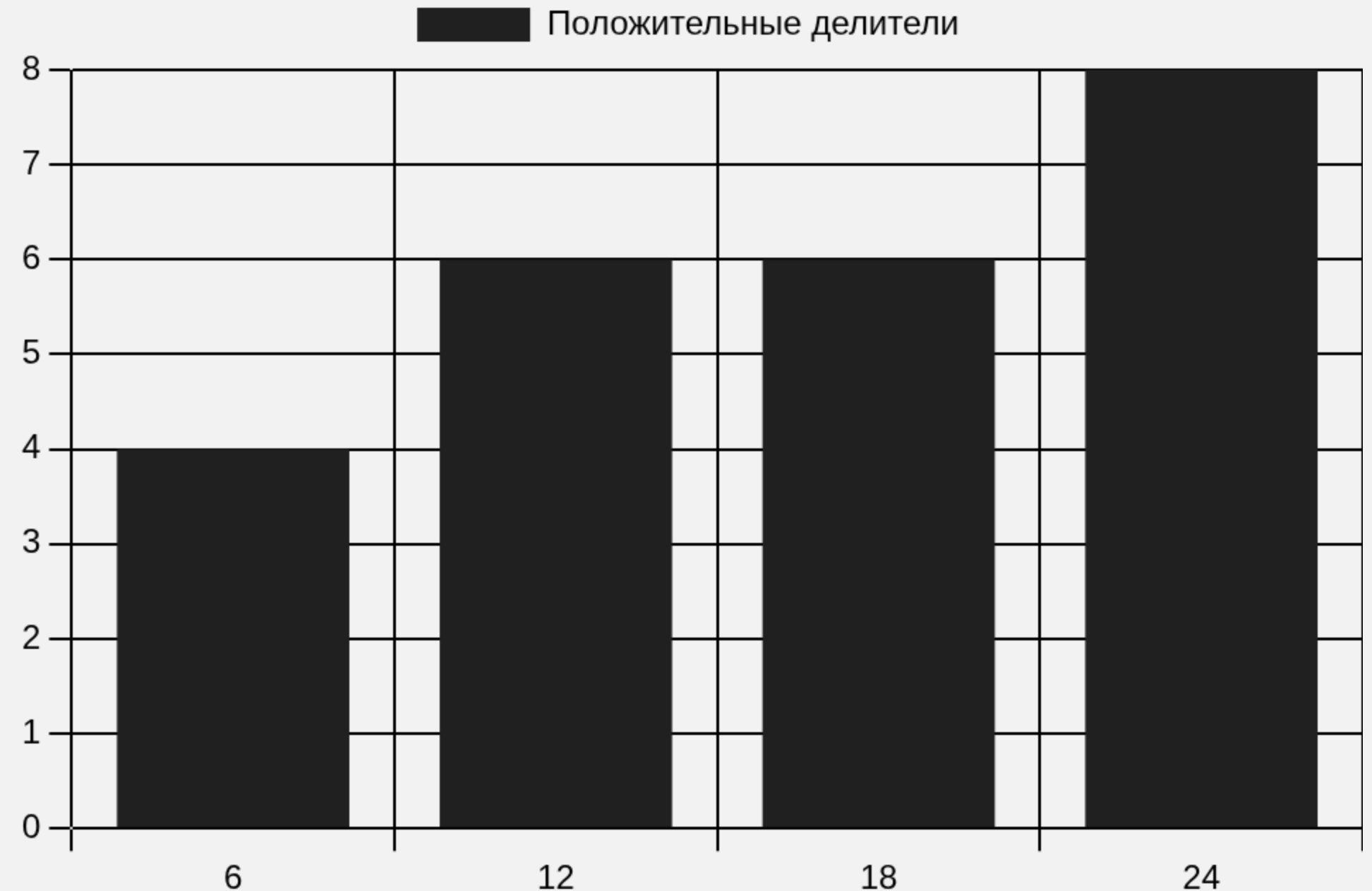
Теорема о рациональных корнях

Теорема помогает заранее сузить список
проверяемых значений и не перебирать все
целые числа подряд.

Как растёт число кандидатов на корни

При учёте знака каждый делитель даёт два варианта: положительный и отрицательный. Поэтому список проверок для большего свободного члена быстро становится длиннее.

Чем больше свободный член по модулю, тем больше кандидатов нужно перебрать перед нахождением корня.



Типичные ошибки при поиске целых корней

Забывают минус

Часто проверяют только положительные делители свободного члена и пропускают отрицательные. Из-за этого можно не заметить правильный корень и сделать ложный вывод, что целых корней нет.

Неправильно делят

После нахождения корня иногда ошибаются при делении на двучлен $(x-k)$. Если деление выполнено неверно, следующий многочлен получается с ошибкой, и дальнейший поиск уже не работает.

Сбиваются в вычислениях

При подстановке легко ошибиться в знаках, особенно если в многочлене есть вычитание и отрицательные числа. Полезно записывать каждый шаг отдельно и ещё раз перепроверять ответ.

Путают понятия

Корень многочлена — это число, при котором значение равно нулю, а множитель — это выражение в разложении. Эти понятия связаны, но не означают одно и то же.

Как несколько корней меняют многочлен



Три точки пересечения на одном графике

У многочлена могут быть не один, а два или три целых корня. Например, для $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ ими являются 1, 2 и 3. На графике это видно как три пересечения с осью x .

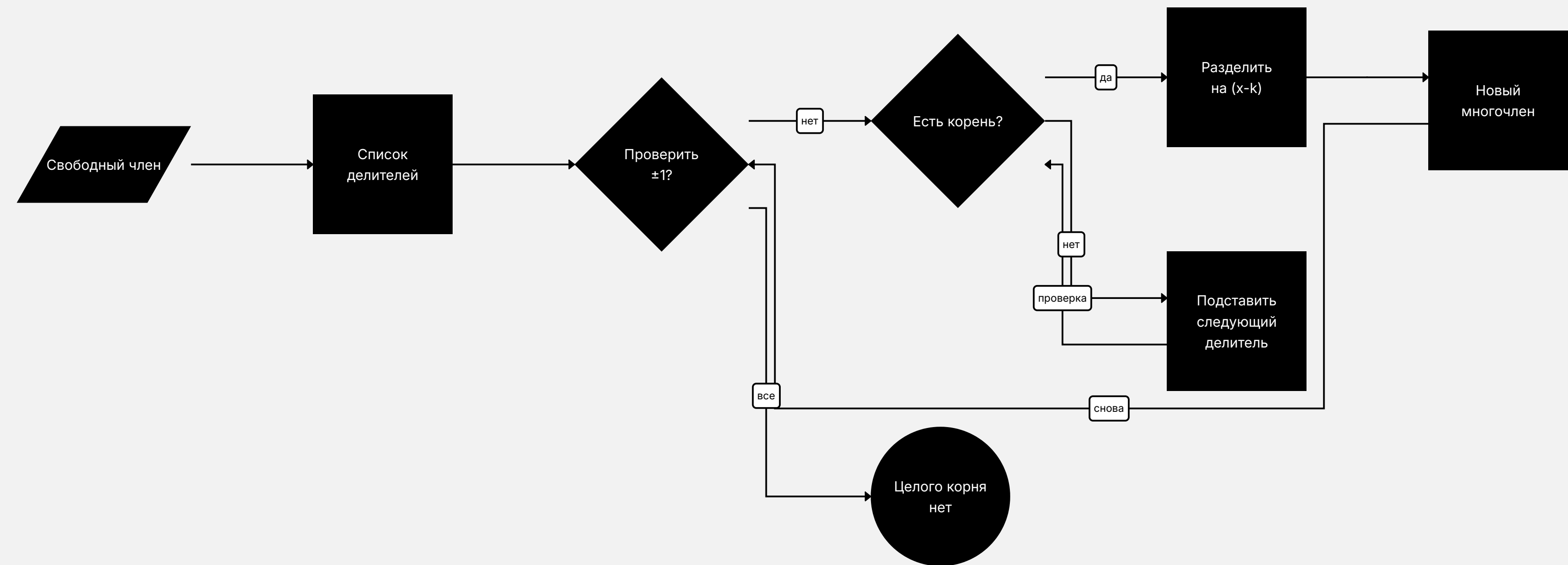


От корней к разложению

Когда все целые корни найдены, многочлен можно записать в виде произведения множителей. Для того же примера получается $(x-1)(x-2)(x-3)$, и каждый множитель соответствует одной точке пересечения графика с осью x .

Пошаговый поиск целого корня

Алгоритм основан на делителях свободного члена и последовательной проверке подстановкой.



Мини-справка по делителям чисел

Чем больше число по модулю, тем больше вариантов приходится проверять при поиске целых корней.

Числа с большим числом делителей требуют более длинного списка проверок, особенно если учитывать оба знака.

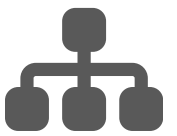
Число	Делители
1	± 1
4	$\pm 1, \pm 2, \pm 4$
9	$\pm 1, \pm 3, \pm 9$
12	$\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 6, \pm 12$

Почему целые корни удобны в школьных задачах



Быстрое сокращение

Найденный целый корень сразу позволяет разделить многочлен на $(x-k)$ и уменьшить его степень. Задача становится заметно короче и понятнее.



Связь с разложением

Метод помогает увидеть многочлен как произведение множителей. Это удобно при решении уравнений, где важно не только найти ответ, но и объяснить, откуда он взялся.



Проверка без лишних шагов

Подстановка кандидатов из делителей свободного члена экономит время. В школьных примерах это часто быстрее, чем искать корни общими формулами для многочленов высокой степени.

Связь целых корней с графиком функции

Ноль функции

Если целое число является корнем, то в этой точке значение функции равно нулю. На графике это означает пересечение с осью x , где ордината становится равной нулю.

Несколько пересечений

У одного многочлена может быть сразу несколько целых корней. Тогда график пересекает ось x в нескольких точках, как у $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$, где видны 1, 2 и 3.

График и алгебра

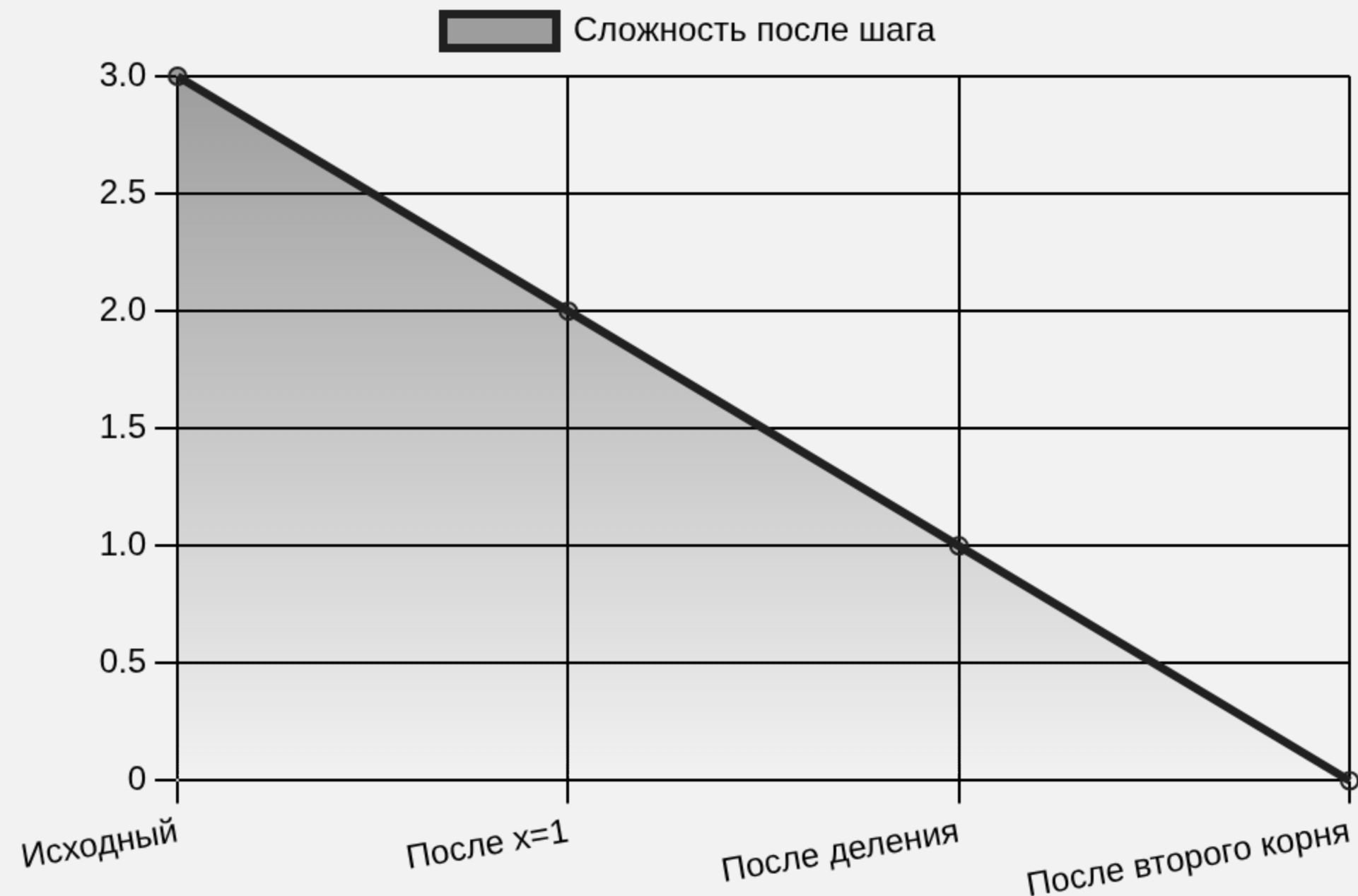
По графику можно заметить возможные корни, а затем подтвердить их подстановкой. Такой двойной способ помогает лучше понять связь между формулой многочлена и его нулями.



Пример последовательной проверки корней

Каждый найденный корень уменьшает степень многочлена, поэтому дальнейшая проверка становится короче и проще.

Последовательный поиск позволяет шаг за шагом свести многочлен третьей степени к произведению линейных множителей.



Главные выводы по теме

1

Сначала — делители

Если у многочлена с целыми коэффициентами есть целый корень, то это число обязательно входит в список делителей свободного члена. Именно с него начинается поиск.

2

Потом — проверка

Каждый кандидат нужно подставить в многочлен и проверить, обращается ли выражение в ноль. Такой способ помогает быстро отсеять неподходящие числа и не тратить время зря.

3

Дальше — деление

Найденный корень даёт делитель $(x-k)$, а значит, многочлен можно сократить. После этого степень уменьшается, и оставшуюся часть решать намного легче.

4

Итоговый результат

Для школьных задач этот метод особенно удобен: он сочетает аккуратную проверку, разложение на множители и понятный алгоритм, который легко повторить на контрольной работе.

Целые корни: короткий путь к ответу

Целые корни соединяют делители, подстановку, деление на двучлен и разложение на множители. Этот способ делает решение уравнений в 9 классе быстрее, понятнее и надёжнее.