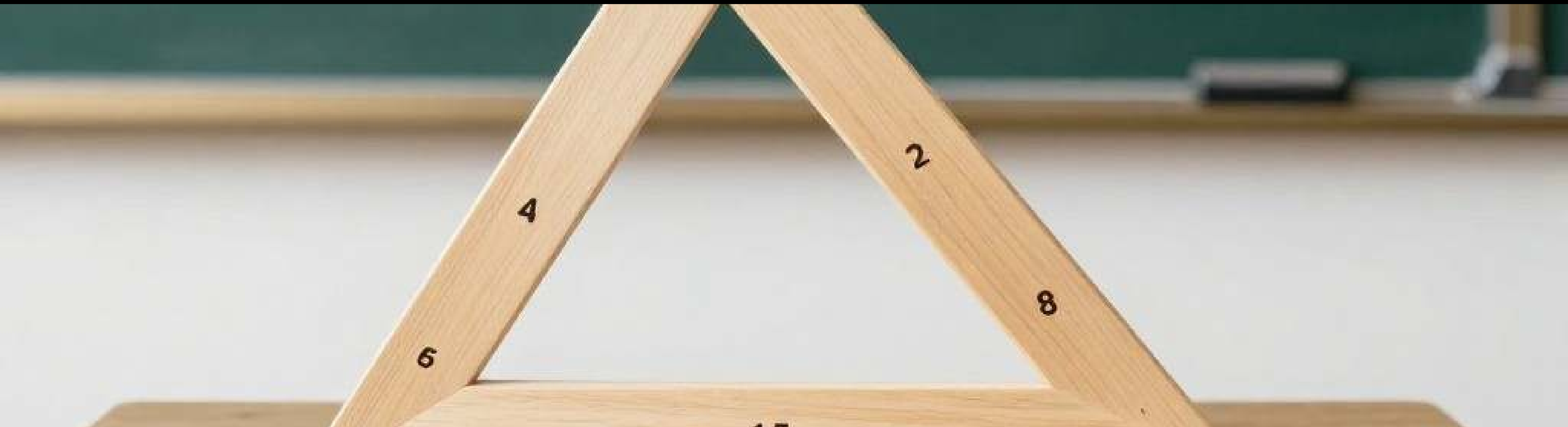


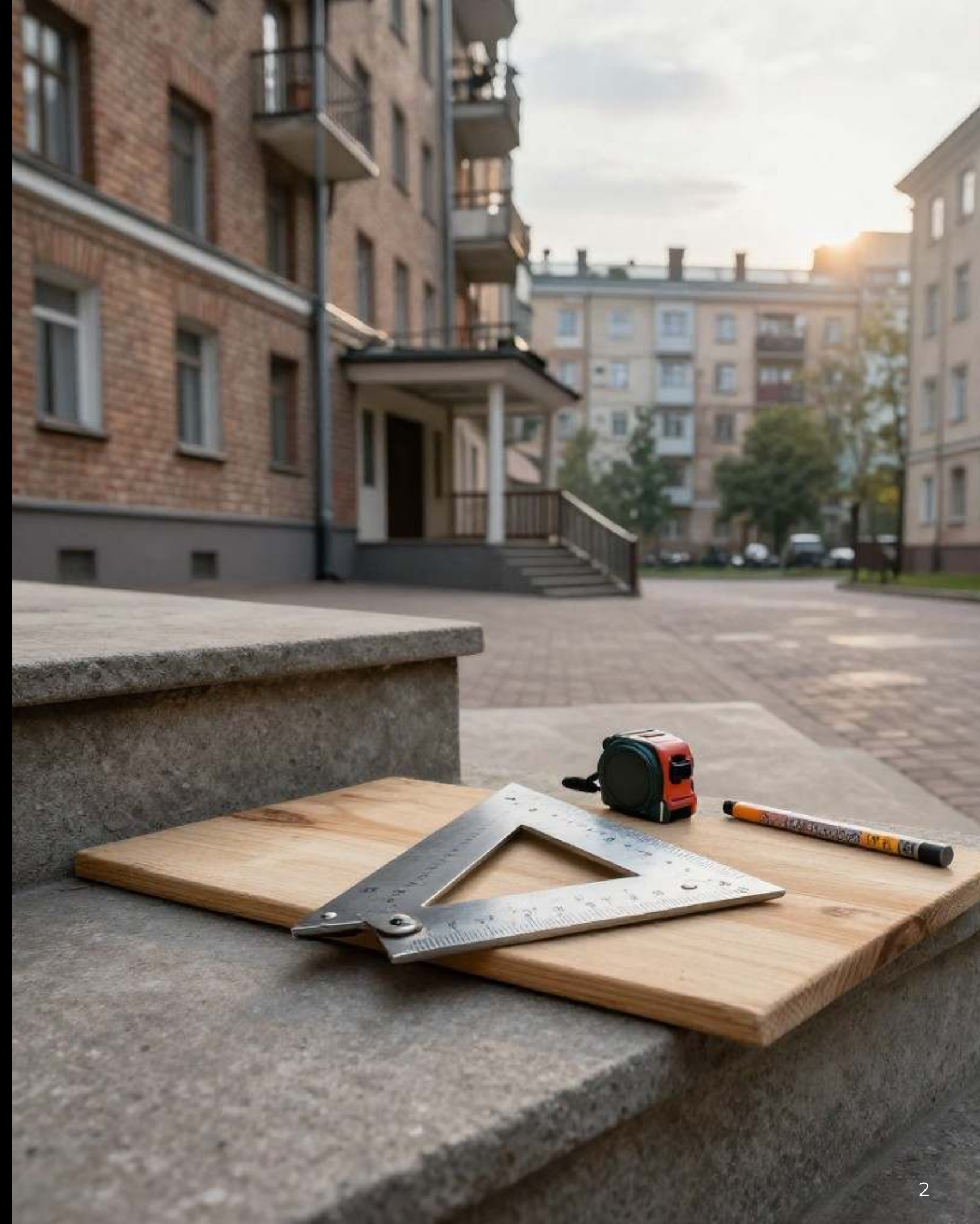
Теорема Пифагора и прямоугольный треугольник

Связывает стороны прямоугольного треугольника: $c^2 = a^2 + b^2$. Формула для чертежа и измерений.



Где встречается теорема Пифагора

Теорема названа в честь Пифагора (около VI века до н. э.), но похожие идеи встречались в Древнем Вавилоне, Египте и Индии. В школе это первая крупная формула для вычисления расстояний. Её применяют для диагоналей, карт, строительства и координатной плоскости.



Прямоугольный треугольник: катеты и гипотенуза

Прямоугольный треугольник имеет один угол 90° . Стороны, которые образуют этот прямой угол, называются катетами, и именно они участвуют в сумме квадратов.

Сторона, лежащая напротив прямого угла, называется гипотенузой. Её принято обозначать c , а катеты — a и b , чтобы легче подставлять в формулу.

Гипотенуза всегда длиннее каждого катета. Поэтому в задачах часто удобно начинать с проверки: какая сторона самая большая, и значит, может быть гипотенузой.

Формулировка теоремы Пифагора

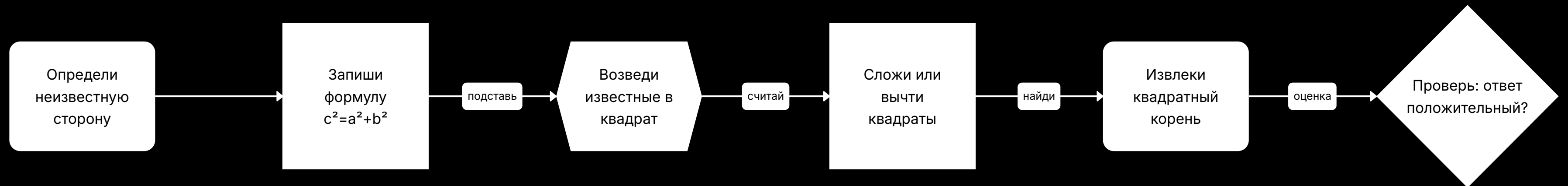
Для прямоугольного треугольника с катетами a и b и гипотенузой c верно равенство $c^2 = a^2 + b^2$. Оно работает независимо от размера и расположения фигуры.

Если известны два катета, по формуле находят гипотенузу: сначала складывают их квадраты, а затем извлекают квадратный корень из результата.

Если известны гипотенуза и один катет, второй катет находят через разность квадратов: $c^2 - a^2 = b^2$ или $c^2 - b^2 = a^2$. Так задачи решаются в обратную сторону.

Алгоритм нахождения неизвестной стороны

По формуле Пифагора находят неизвестное в прямоугольном треугольнике.



Проверка теоремы на известных тройках

Пифагоровы тройки удовлетворяют равенству: квадрат большей стороны равен сумме квадратов двух меньших.

Если равенство всегда выполняется, то тройка чисел — пифагорова и задаёт прямоугольный треугольник.

Стороны треугольника	Квадрат большей стороны	Сумма квадратов двух меньших	Вывод
3, 4, 5	25	$9 + 16 = 25$	выполняется
5, 12, 13	169	$25 + 144 = 169$	выполняется
8, 15, 17	289	$64 + 225 = 289$	выполняется

Расчёты по формуле $c^2 = a^2 + b^2$.

Классический треугольник 3–4–5 в числах



Такой набор удобно использовать на старте: достаточно сравнить сумму 3^2 и 4^2 с 5^2 , чтобы увидеть прямоугольность.

Диаграмма показывает ключевое равенство: $9 + 16 = 25$, значит треугольник со сторонами 3, 4 и 5 прямоугольный.

Пример из школьного курса по теореме Пифагора.

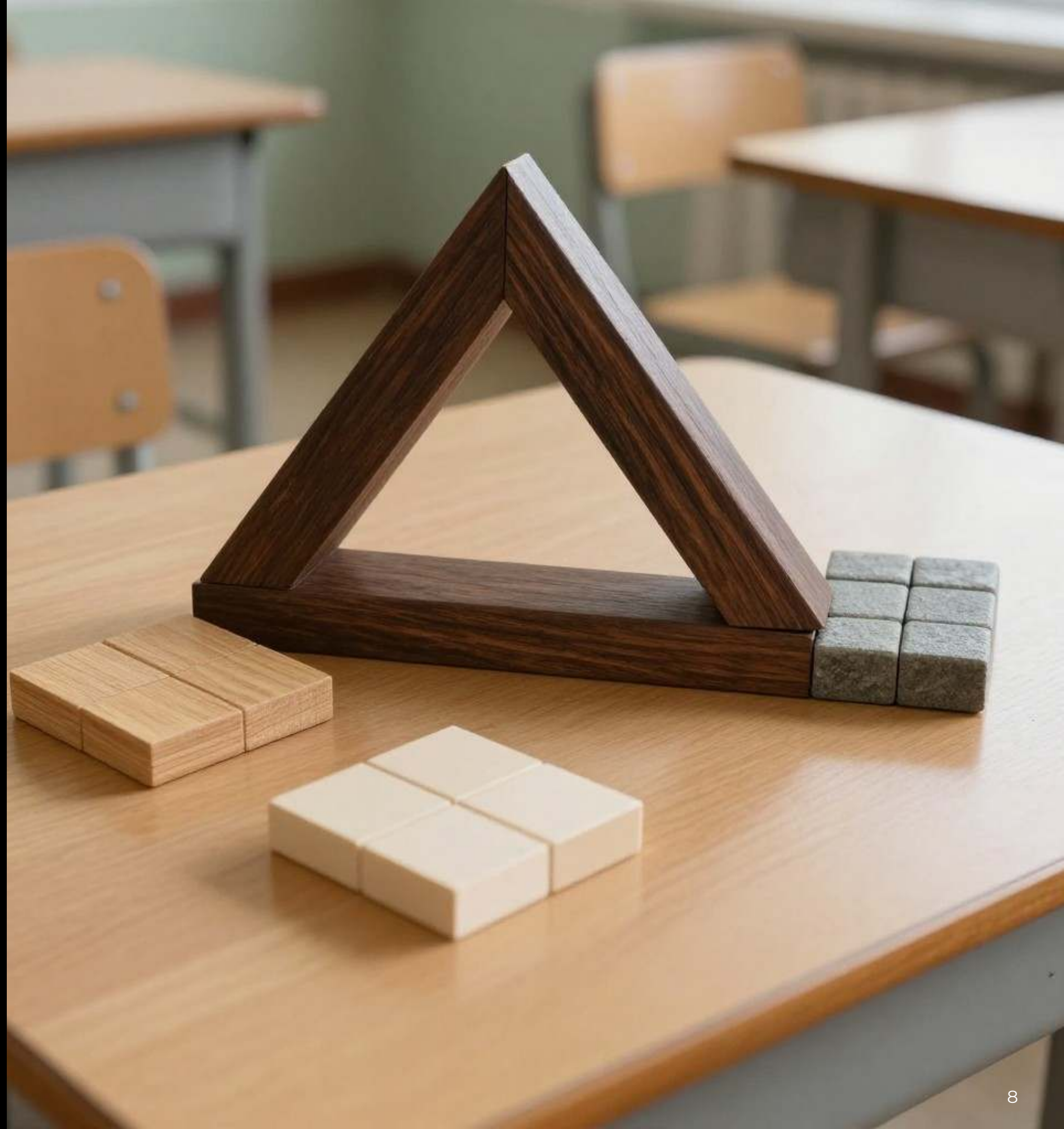
Геометрический смысл теоремы

Квадраты на сторонах треугольника

На рисунке прямоугольный треугольник имеет катеты a и b , а гипотенузу c . На каждой стороне построен квадрат, площади которых связаны со сторонами.

Почему площади складываются

Площадь квадрата на гипотенузе равна сумме площадей квадратов на катетах. Поэтому получаем $c^2 = a^2 + b^2$, и формула становится наглядной.



Пифагоров треугольник 3–4–5 в практике



Проверка прямого угла

Если взять стороны 3, 4 и 5 как отрезки, то по формуле $3^2 + 4^2 = 5^2$ получается точная проверка прямого угла без измерения угломером.



Быстрые вычисления

Пример 3–4–5 полезен на задачах: он помогает быстро находить недостающую длину, потому что нужные квадраты уже знакомы и легко складываются.



Историческая связь

Такие соотношения применяли землемеры и строители для разметки и контроля размеров. В школе этот же подход помогает системно проверять вычисления и решения.

Где применяется теорема Пифагора



Диагонали прямоугольников

Когда прямоугольник можно разделить на два перпендикулярных направления, диагональ находится по теореме Пифагора как гипотенуза прямоугольного треугольника внутри фигуры.



Расстояние на клетчатой бумаге

Если точки лежат на решётке, разности координат по осям дают катеты. Тогда расстояние между точками становится гипотенузой и вычисляется по формуле.



Лестница у стены

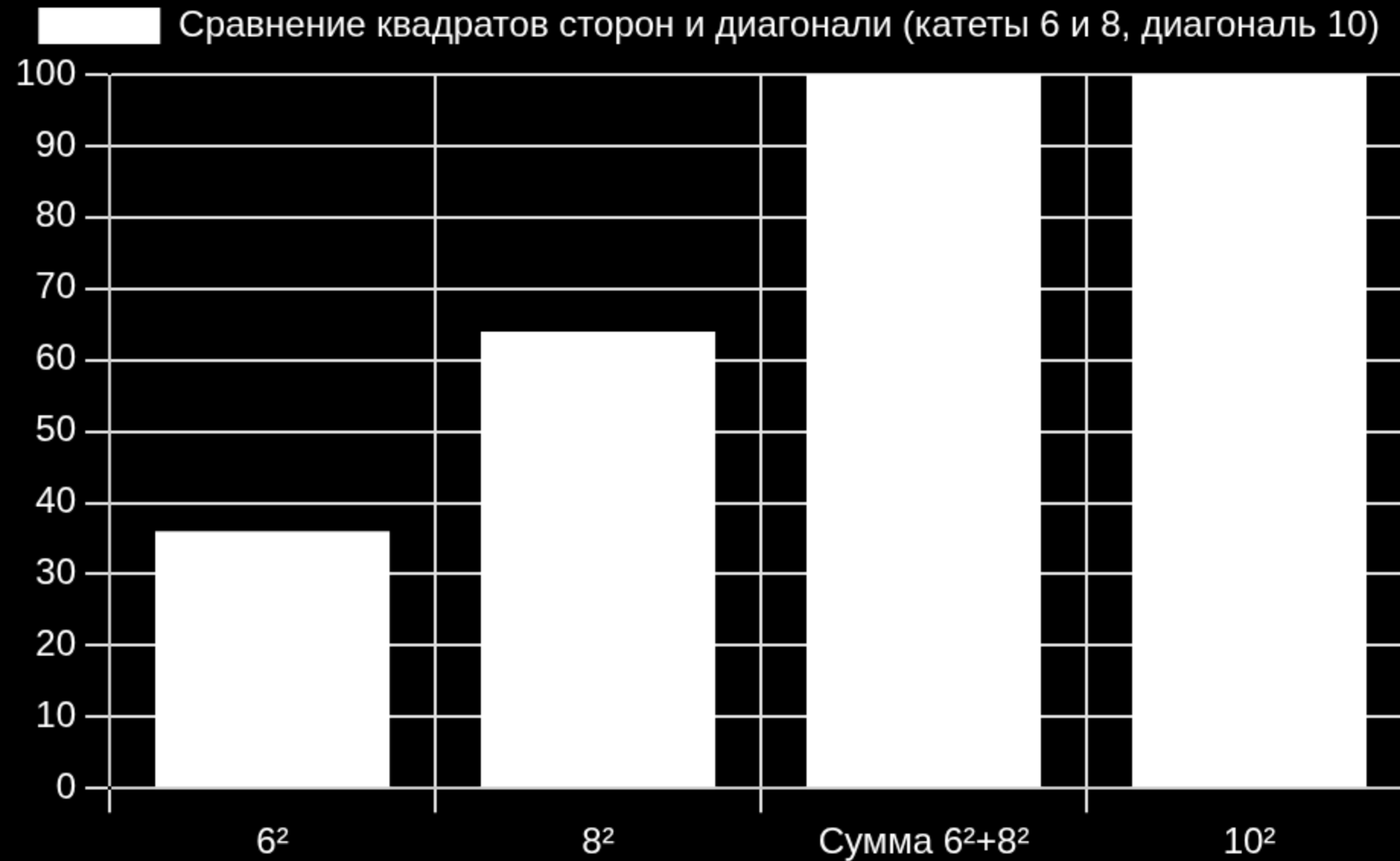
В задачах про лестницу высота стены и расстояние до основания образуют прямоугольный треугольник. Длина лестницы находится как гипотенуза по квадратам катетов.



Чертежи и неизвестные стороны

Теорема помогает находить длину стороны на рисунке, если виден прямой угол. Так недоступные измерения заменяются вычислением через два перпендикулярных размера.

Диагональ прямоугольника как пример вычисления



Вычисляя диагональ по клеткам или измерениям, важно сравнить не длины, а их квадраты: 6^2 и 8^2 складываются в 10^2 .

Совпадение 6^2+8^2 с 10^2 подтверждает корректность измерений и работу теоремы: диагональ получается больше каждого катета.

Собранные по условию числовые данные примера (6, 8, 10); без внешних источников.

Обратная теорема Пифагора

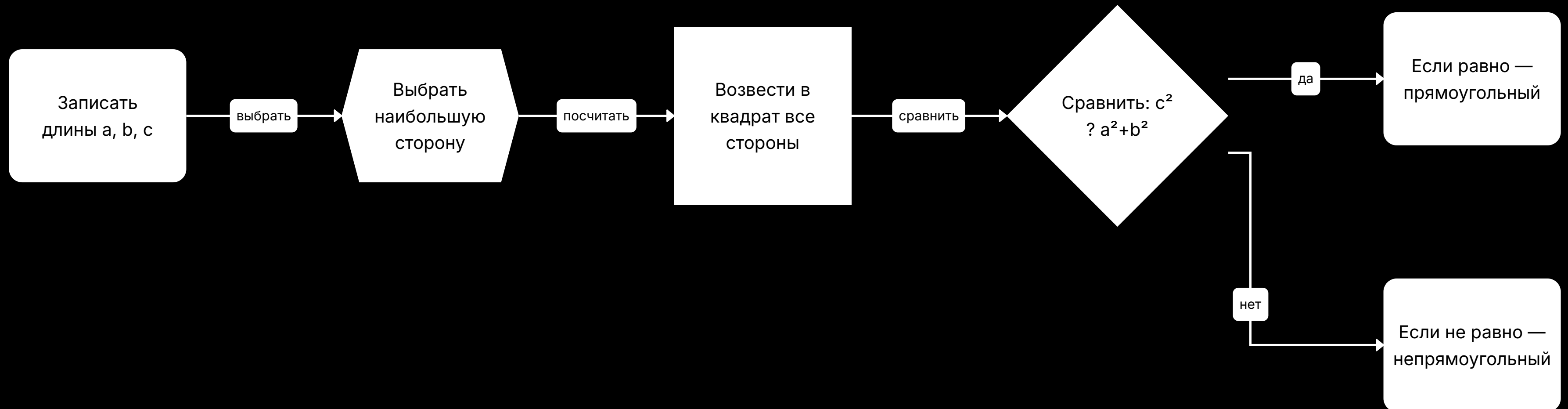
Если в треугольнике квадрат одной стороны равен сумме квадратов двух других, то прямой угол обязательно находится между теми двумя сторонами.

Для проверки удобно считать наибольшую сторону гипотенузой: сравнивают её квадрат с суммой квадратов двух оставшихся сторон.

Обратная теорема особенно выручает в задачах, где прямой угол не обозначен на рисунке: по числам можно подтвердить прямоугольность треугольника.

Проверка прямоугольности треугольника по длинам сторон

Алгоритм основан на (обратной) теореме Пифагора и сравнении квадратов сторон.



Часто используемые пифагоровы тройки

Тройка a–b–c	Квадраты сторон	Проверка равенства
3–4–5	9, 16, 25	$9 + 16 = 25$
5–12–13	25, 144, 169	$25 + 144 = 169$
8–15–17	64, 225, 289	$64 + 225 = 289$

Собственные вычисления квадратов по заданным тройкам.

В таблице приведены целочисленные наборы a–b–c, где c — гипотенуза, а $a^2 + b^2 = c^2$.

Такие наборы удобны тем, что сразу выполняют равенство $c^2 = a^2 + b^2$ без сложных извлечений корней, поэтому проверки получаются быстрыми.

Исторические факты и значение теоремы

Древние цивилизации (до Пифагора)

Подобные соотношения встречались в древних математических традициях задолго до имени Пифагора, хотя формулировали и применяли их по-разному.

Пифагор и античная математика

Соотношение сторон прямоугольного треугольника связывают с школой Пифагора; имя закрепилось за теоремой благодаря распространению идеи в античности.

Формирование доказательств

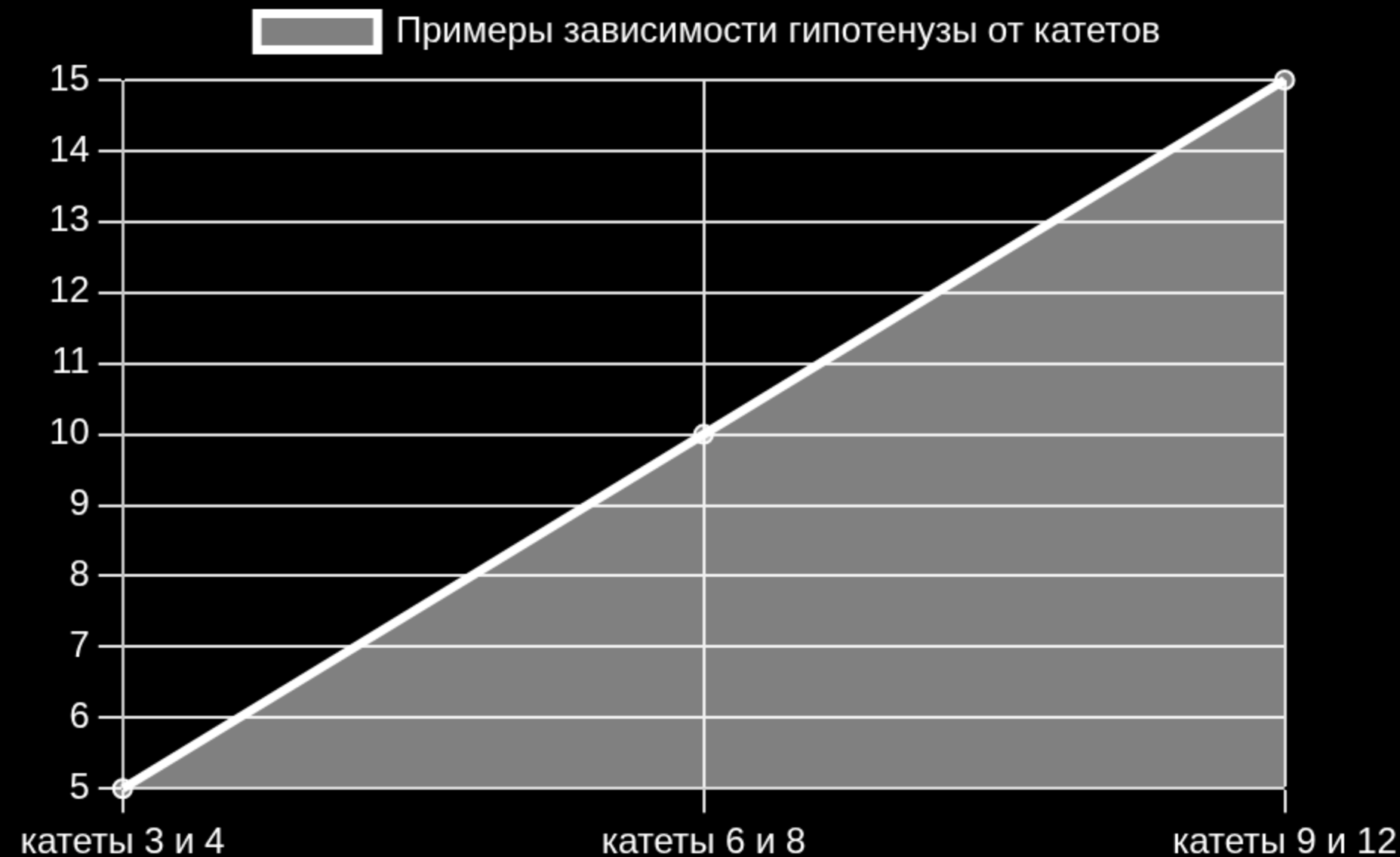
Теорема известна в сотнях доказательств разной геометрической идеи: от построений с площадями до рассуждений на подобных фигурах.

Школьное изучение и связь с жизнью

В программе математики во многих странах она считается одной из самых узнаваемых формул: она связывает рисунок, измерение и вычисления.



Как меняется гипотенуза при увеличении катетов



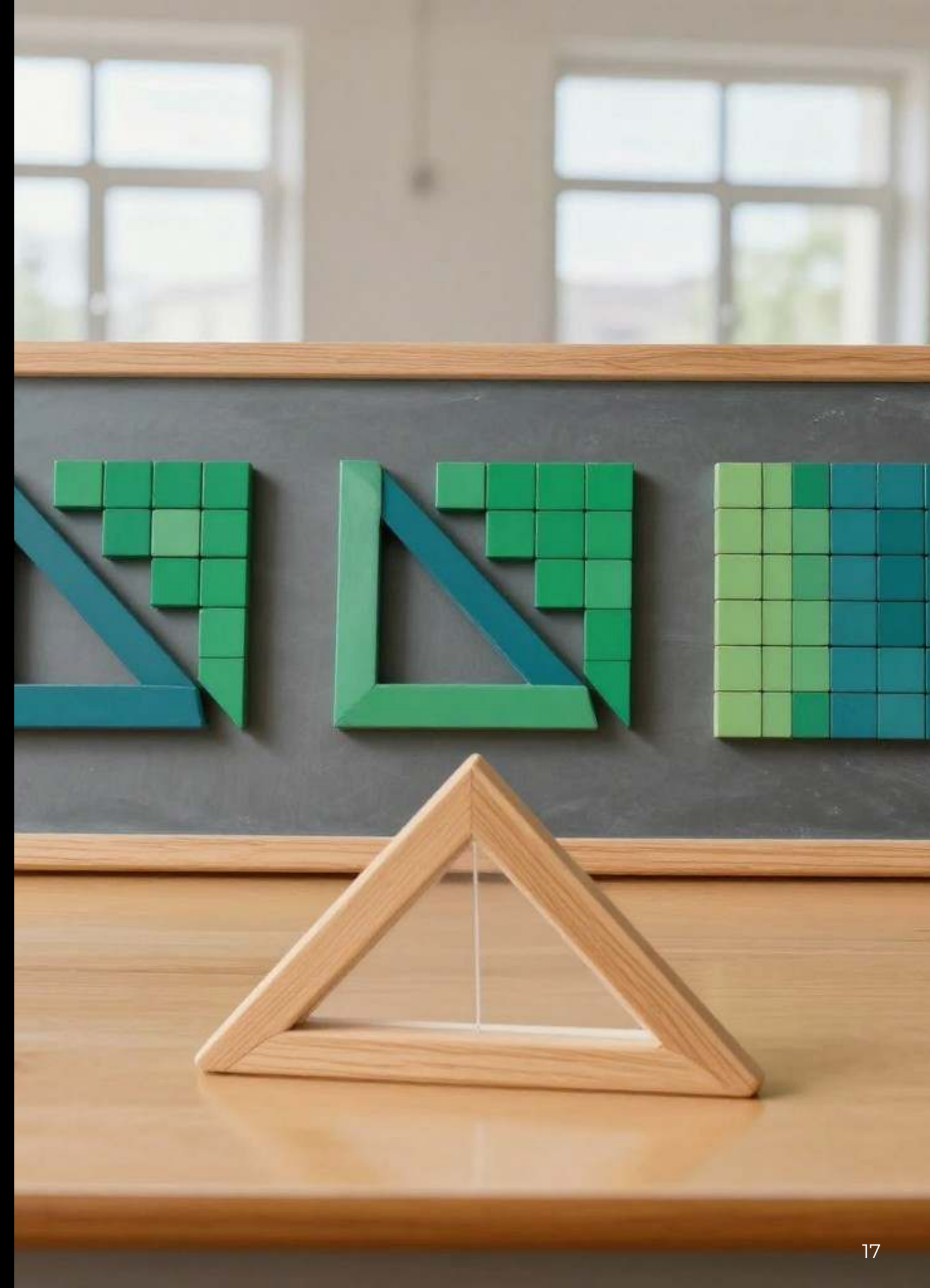
В приведённых примерах катеты увеличиваются пропорционально, поэтому и гипотенуза тоже растёт по той же шкале.

Точки показывают устойчивую закономерность: при увеличении обоих катетов гипотенуза увеличивается, сохраняя связь $c^2 = a^2 + b^2$.

Расчёт по примерам: (3,4→5), (6,8→10), (9,12→15); опора на теорему Пифагора.

Типичные ошибки при использовании формулы

- Часто путают катет и гипотенузу: если неверно выбрать наибольшую сторону, подстановка в формулу приводит к ошибочному ответу даже при правильных вычислениях.
- Другие ошибки встречаются в самом ходе: складывают не квадраты, а длины; забывают извлечь квадратный корень после вычисления. Ещё одна проблема — проверка обратной теоремы с неправильной «гипотезой» наибольшей стороны.



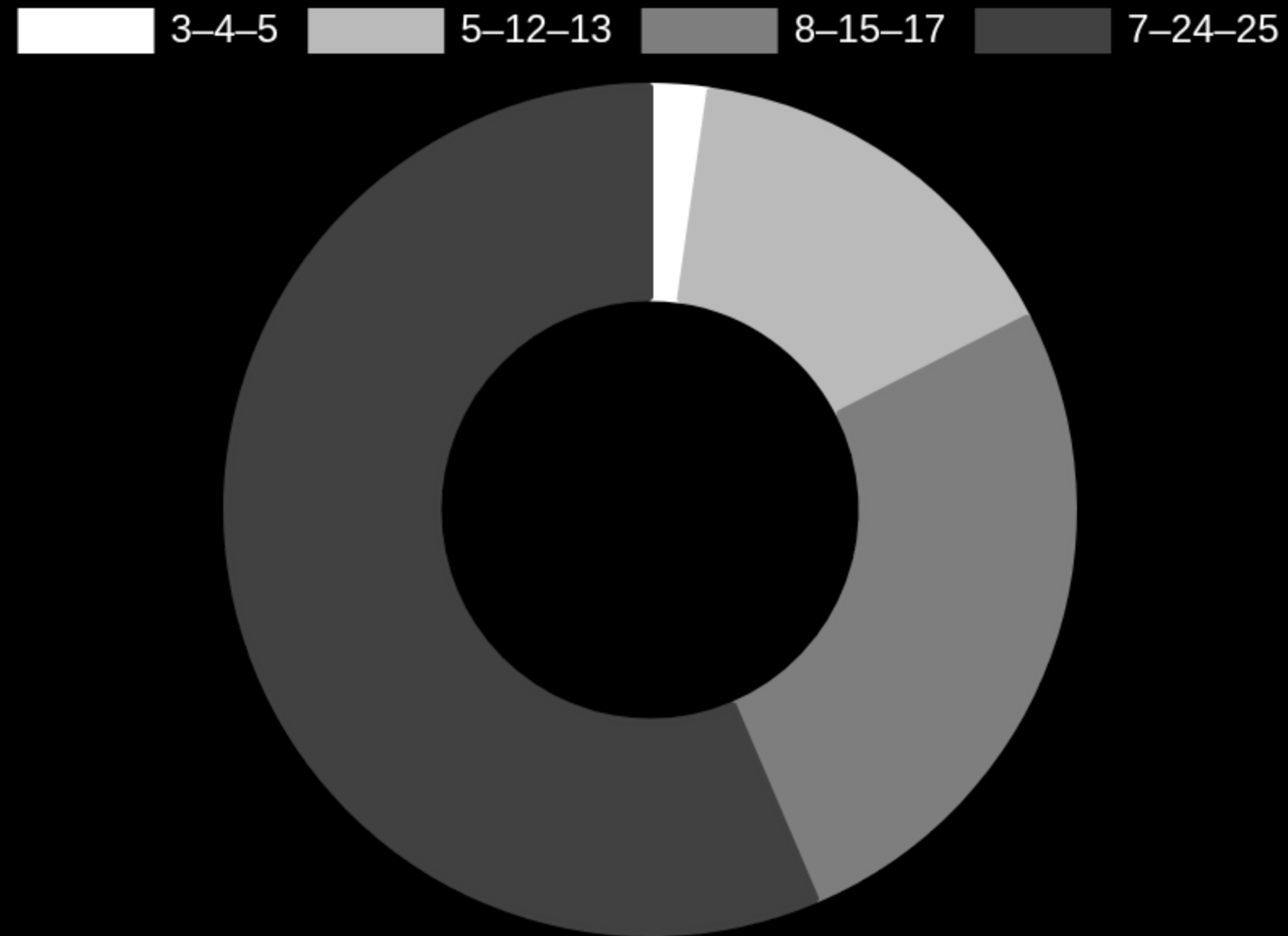
Связь с координатной плоскостью

На координатной плоскости расстояние между двумя точками удобно находить через прямоугольный треугольник: разности x и y играют роль катетов.

Если точки $A(x_1, y_1)$ и $B(x_2, y_2)$, то катеты равны $|x_2 - x_1|$ и $|y_2 - y_1|$, а искомое расстояние AB соответствует гипотенузе этого треугольника.

Поэтому теорема Пифагора работает не только в задачах по чертежам: она лежит в основе формулы расстояния в аналитической геометрии.

Пифагоровы тройки как числовые закономерности



В этих тройках числа подобраны так, что при возведении в квадрат одна сторона (с) всегда равна сумме квадратов двух других.

Диаграмма наглядно показывает: существуют целочисленные сочетания, которые автоматически дают прямоугольный треугольник, поэтому проверки становятся регулярными и быстрыми.

Числовые данные трёх троек приведены в условии; значения взяты из c^2 для отображения на диаграмме.

Главный вывод: точное правило для прямоугольного треугольника

Теорема Пифагора даёт правило: квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов. Она помогает находить неизвестные стороны, проверять прямой угол и решать практические задачи в курсе 9 класса.