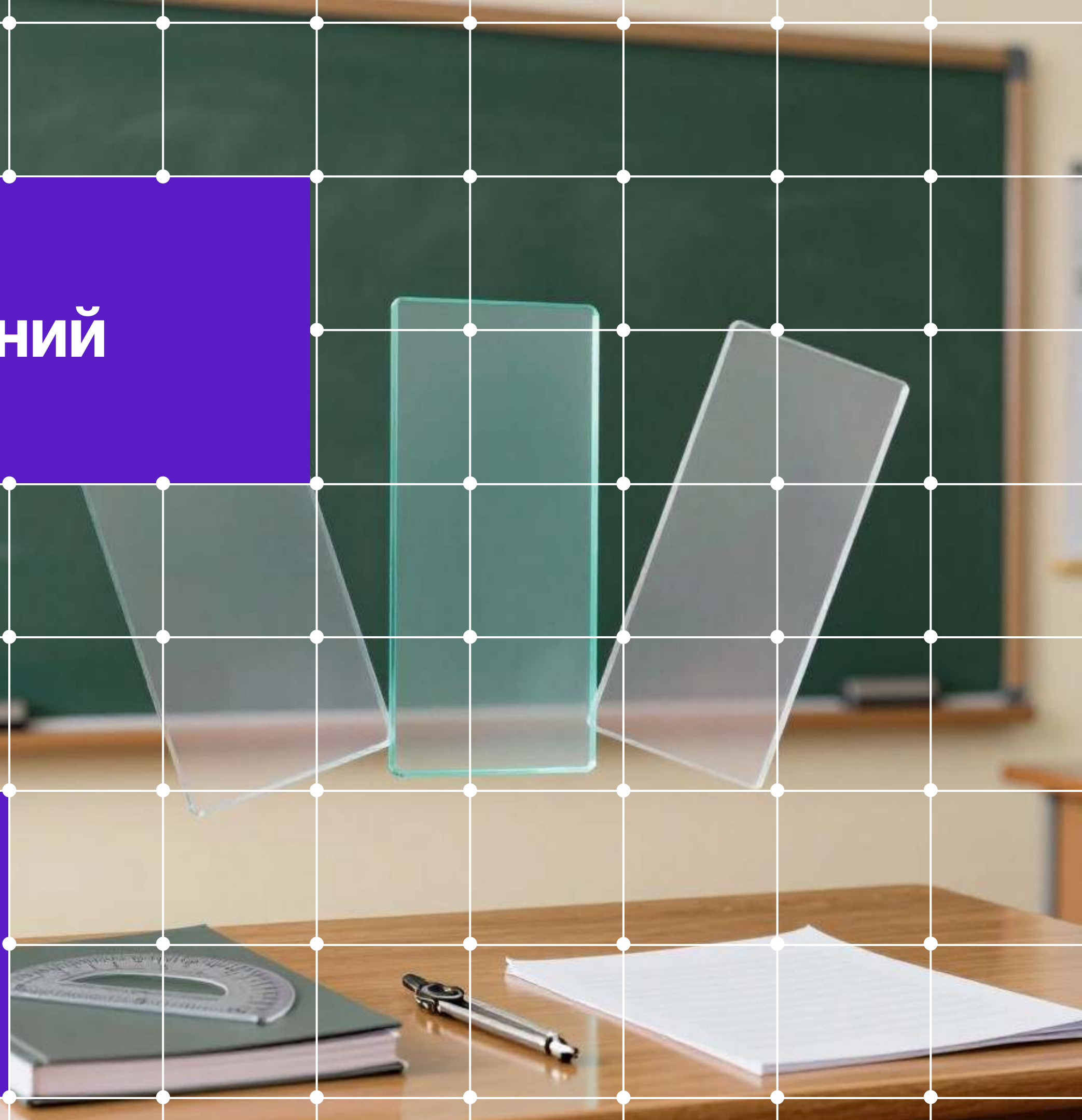


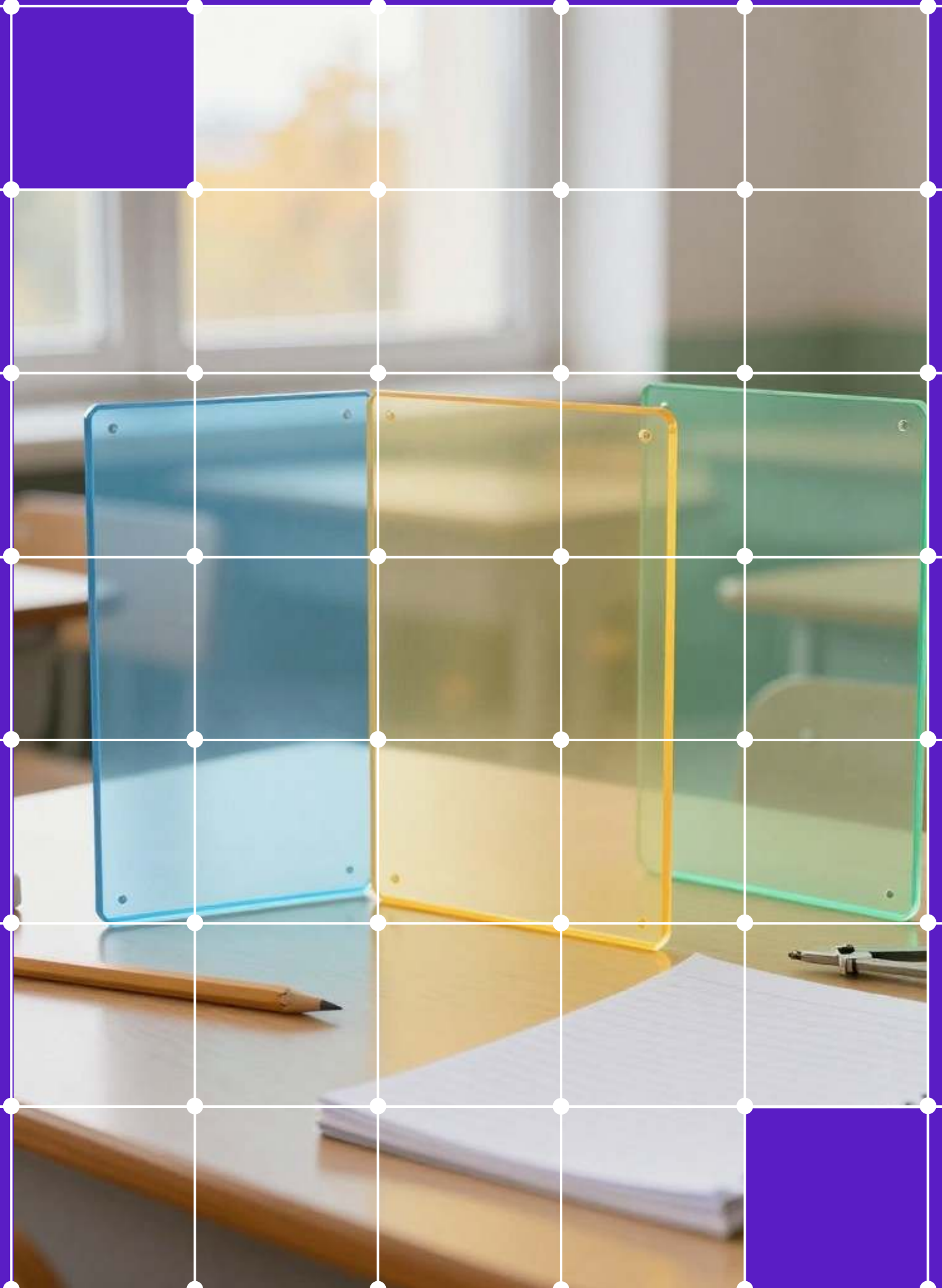
Системы линейных уравнений с тремя переменными

Научимся находить тройку чисел, подходящую всем уравнениям сразу.



Зачем изучать системы уравнений

Они помогают находить сразу несколько неизвестных и встречаются в задачах про покупки, движение, время и количество предметов. Это важная опора для дальнейшего изучения алгебры в 7 классе и старших темах.



Что такое система уравнений

Несколько уравнений вместе

Система — это набор уравнений, которые нужно рассматривать одновременно. Каждое из них задаёт своё условие, а ответ должен удовлетворять всем условиям сразу.

Три переменные

В таких системах обычно встречаются переменные x , y и z . Они обозначают неизвестные числа, которые нужно найти по данным из задачи или по самим уравнениям.

Что считается решением

Решением называют тройку чисел, при которой каждое уравнение системы становится верным равенством. Если хотя бы одно условие не выполнено, такая тройка не подходит.

Проверка обязательна

После нахождения ответа его подставляют обратно в исходные уравнения. Проверка помогает убедиться, что вычисления выполнены правильно и ошибок в знаках или преобразованиях нет.

Геометрический смысл уравнения

Одно уравнение — одна плоскость

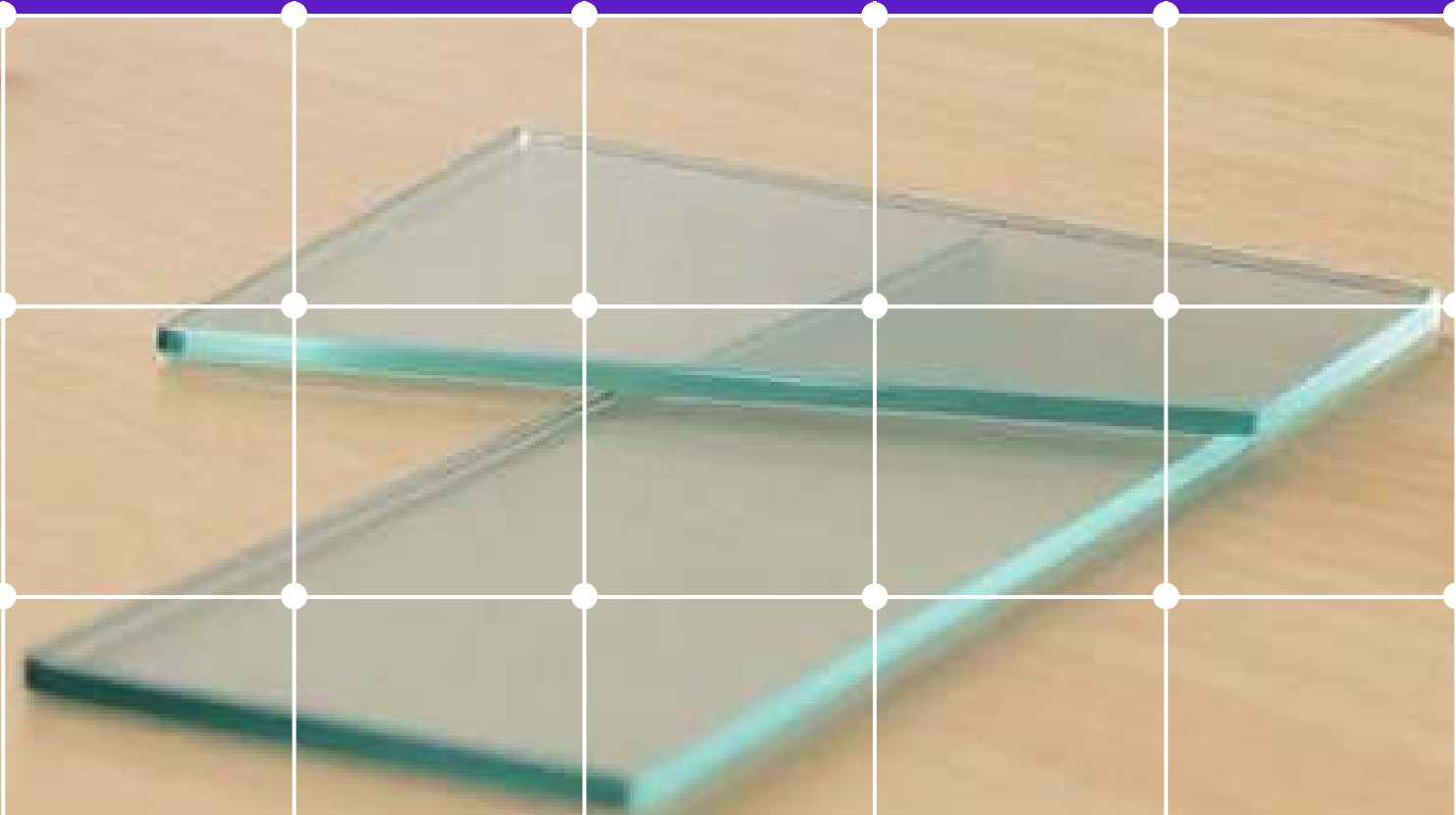
Каждое линейное уравнение с тремя переменными можно представить как плоскость в пространстве. Поэтому система уравнений связана не только с алгеброй, но и с геометрией.

Общая точка плоскостей

Если три плоскости пересекаются в одной точке, то система имеет единственное решение. Эта точка и есть тройка чисел, которая подходит всем уравнениям.

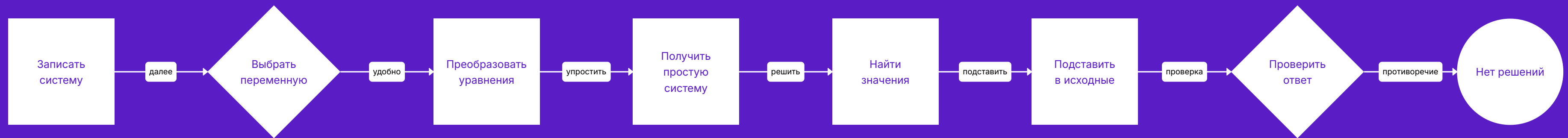
Нет общей точки

Когда плоскости не имеют общей точки, система решений не имеет. Такой случай показывает, что условия задачи могут оказаться несовместимыми.



Порядок решения системы

Типичная схема решения системы линейных уравнений с тремя переменными



Вид линейного уравнения с тремя переменными

1.

Общий вид

Линейное уравнение с тремя переменными записывают в форме $ax + by + cz = d$. Здесь a , b , c и d — числа, которые задают конкретное условие.

2. Коэффициенты могут меняться

Коэффициенты при переменных бывают положительными, отрицательными или равными нулю. От их значений зависит, насколько удобно преобразовывать уравнение и сравнивать его с другими.

3.

Переменная может отсутствовать

Если один коэффициент равен нулю, соответствующая переменная в этом уравнении не участвует. Тогда выражение становится короче, но всё равно остаётся линейным.

4

Удобство преобразований

Такую запись легко использовать для сложения, вычитания и подстановки. Именно поэтому общий вид помогает быстрее искать решение системы и следить за вычислениями.

Метод подстановки

1. Выразить переменную

Сначала из одного уравнения выражают одну переменную через две другие. Особенно удобно, когда её коэффициент равен 1 или -1 , потому что запись получается короче и понятнее.

2. Подставить в остальные

Затем найденное выражение заменяет эту переменную в других уравнениях. В системе остаётся меньше неизвестных, а задача постепенно сводится к более простому виду.

3. Решить и вернуть ответ

После нахождения двух переменных их подставляют обратно и получают третью. Затем обязательно проверяют, выполняются ли все исходные уравнения без ошибок.

Метод сложения

Убрать одну переменную

Этот способ используют, чтобы исключить одну переменную из двух уравнений. Для этого уравнения могут умножать на числа, после чего складывают или вычитают.

Получить более простую систему

Когда одна переменная исчезает, остаётся система с двумя переменными. Её решать проще, потому что число неизвестных уменьшается, а вычисления становятся короче.

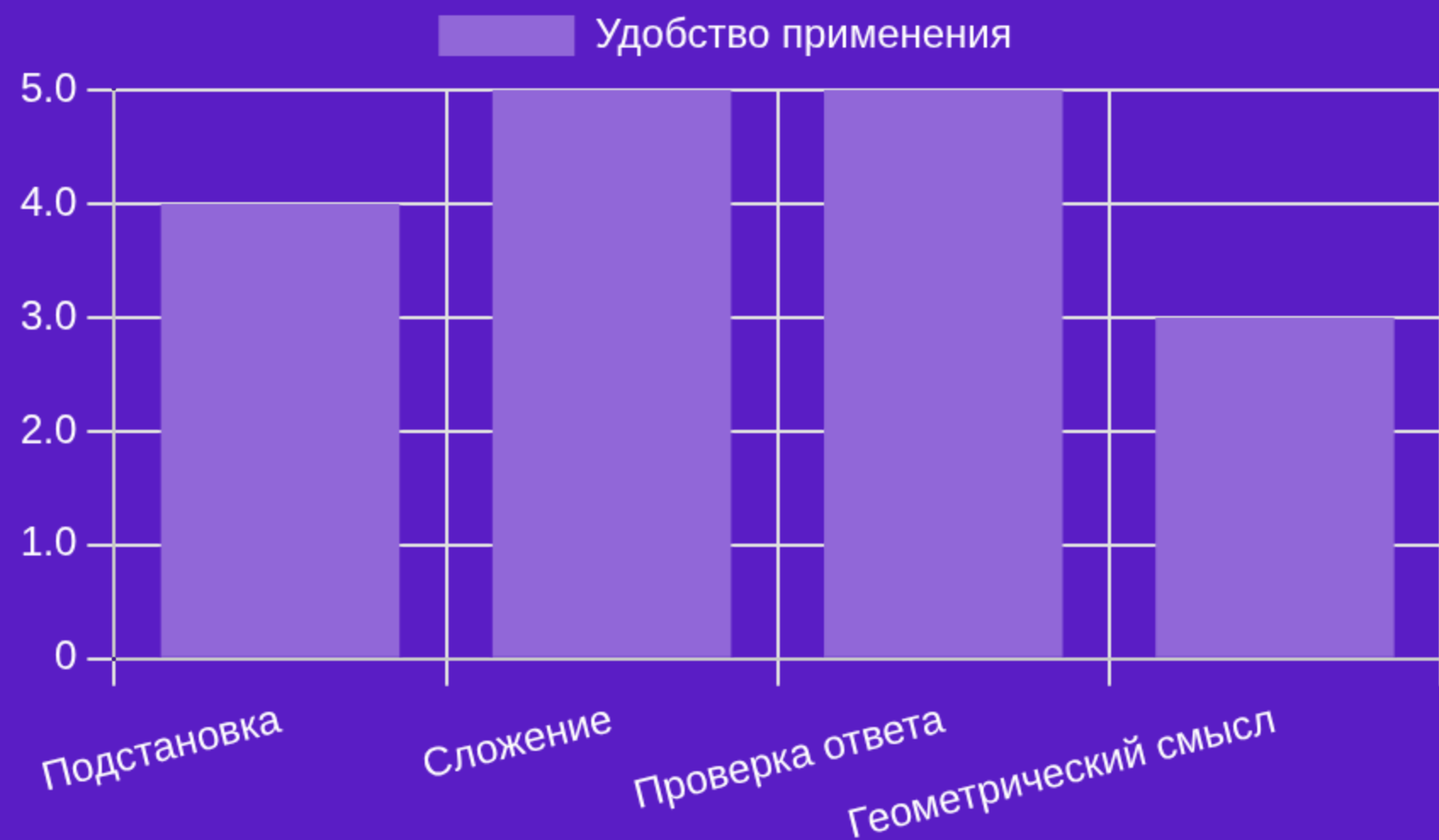
Подходит не всегда одинаково

Метод особенно удобен, если коэффициенты при одной переменной уже равны или легко делаются равными. Тогда исключение происходит быстро и без лишних преобразований.

Сравнение способов решения

Каждый способ полезен в своей ситуации: выбор зависит от вида уравнений и того, насколько быстро можно упростить запись.

Самыми универсальными остаются сложение и проверка ответа, а подстановка особенно удобна при простом выражении одной переменной.



Учебная сравнительная схема по способам решения систем линейных уравнений.

Алгоритм решения системы

Шаг	Действие
1	Записать систему
2	Исключить переменную
3	Найти две переменные
4	Подставить назад
5	Проверить ответ

Короткая последовательность действий помогает не пропустить ни одного шага и сохранить точность вычислений.

Сначала систему упрощают, затем последовательно находят неизвестные и обязательно проверяют результат по исходным уравнениям.

Алгоритм решения системы линейных уравнений с тремя переменными

Сколько решений может быть у системы



Одно решение

Три плоскости могут пересечься в одной точке. Тогда существует единственная тройка чисел x , y и z , которая подходит всем уравнениям одновременно.



Бесконечно много решений

Иногда уравнения описывают одну и ту же плоскость или линию пересечения. В этом случае подходит не одна тройка, а целое множество ответов.



Решений нет

Если плоскости расположены так, что не имеют общей точки, ни одна тройка чисел не удовлетворяет всем уравнениям сразу. Тогда система не имеет решений.

Пример системы с одним решением

Три уравнения — одна точка

Рассмотрим систему: $x + y + z = 6$, $x - y + z = 2$, $2x + y - z = 5$. По отдельности эти уравнения выглядят просто, но вместе образуют одну общую задачу. Последовательное исключение переменных приводит к единственному ответу.

Как увидеть ответ геометрически

Такой пример удобно представлять как три плоскости в пространстве. Они не совпадают, но пересекаются в одной точке. Именно координаты этой точки и являются решением системы, поэтому алгебраический ответ имеет наглядный геометрический смысл.



Проверка найденного ответа

1.

Подставь значения

Возьми найденные x , y и z и подставь их в каждое исходное уравнение. Все вычисления нужно делать аккуратно, чтобы не потерять знак и не перепутать порядок действий.

2.

Сравни обе части

Если после подстановки левая часть каждого уравнения равна правой, ответ верный. Совпадение должно быть во всех уравнениях системы, а не только в одном из них.

3.

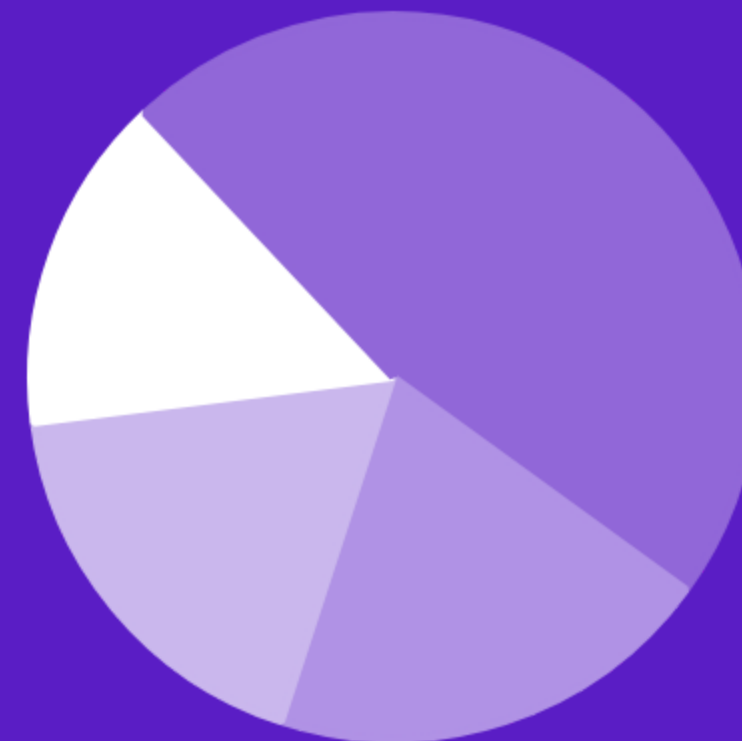
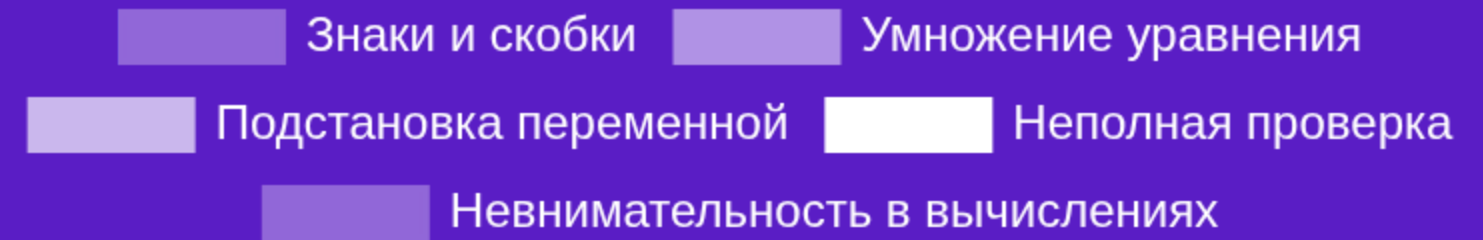
Оцени смысл результата

После вычислений проверь, подходят ли числа по смыслу задачи. Если искалось количество предметов, отрицательный ответ обычно невозможен, а дробные значения тоже могут быть подозрительными.

Типичные ошибки при решении

Диаграмма показывает, на каких этапах ученики чаще всего теряют точность. Особенно важно внимательно работать со знаками и скобками при преобразованиях.

Большая часть ошибок связана с преобразованием уравнений, поэтому аккуратность на первых шагах важнее, чем быстрый переход к ответу.



Обобщение типичных учебных ошибок при решении систем линейных уравнений

Связь с координатами в пространстве



Точка в пространстве

Тройка чисел x , y и z задаёт положение точки в пространстве. Поэтому решение системы можно понимать как координаты одной общей точки, подходящей всем условиям.



Три оси

Каждая переменная связана со своей осью: X , Y и Z . Когда значения известны, точка на координатной модели становится полностью определённой и легко изображается.



Алгебра и геометрия

Одно и то же решение можно записать формулой и показать на рисунке. Такая связь помогает лучше понимать смысл уравнений и видеть, как числа описывают пространство.

Задачи из жизни с тремя неизвестными

Покупка товаров

В задачах о покупке часто неизвестны цены трёх предметов. По общей стоимости нескольких наборов можно составить систему и найти цену каждого товара отдельно.

Движение и время

В задачах о движении могут быть связаны расстояние, время и скорость. Если данных несколько, система помогает определить неизвестную величину без догадок и случайных предположений.

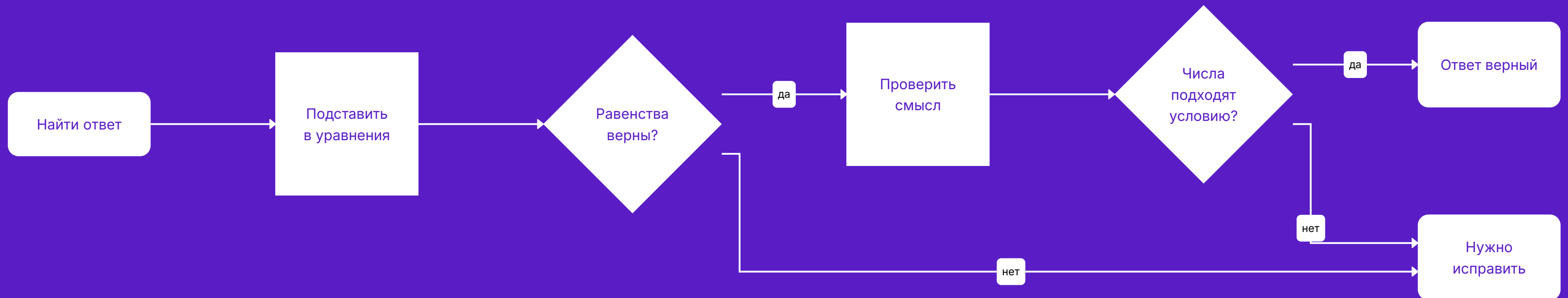
Практические измерения

Системы с тремя переменными встречаются и при работе с массой, количеством билетов или другими измеряемыми величинами. Такие примеры показывают, что алгебра нужна в реальных ситуациях.



Как оценить, подходит ли ответ по смыслу

Проверка ответа начинается с вычислений и заканчивается смысловой оценкой результата.



Основные термины темы

Термин	Смысл	Пример
Переменная	Неизвестное число	x, y, z
Коэффициент	Число перед буквой	$3x$
Решение	Подходящая тройка	$(2,1,3)$
Проверка	Подстановка ответа	в исходные уравнения

Учебные определения темы «Системы линейных уравнений»

Краткие определения помогают не путать смысл переменных, уравнений и ответа при решении системы.

Точные термины помогают правильно читать условие, записывать преобразования и объяснять полученный ответ без путаницы.

Что нужно запомнить по теме

1. Ищем тройку чисел

Система с тремя переменными помогает найти значения x , y и z , которые одновременно удовлетворяют всем уравнениям. Именно это и является решением задачи.

2. Выбираем удобный способ

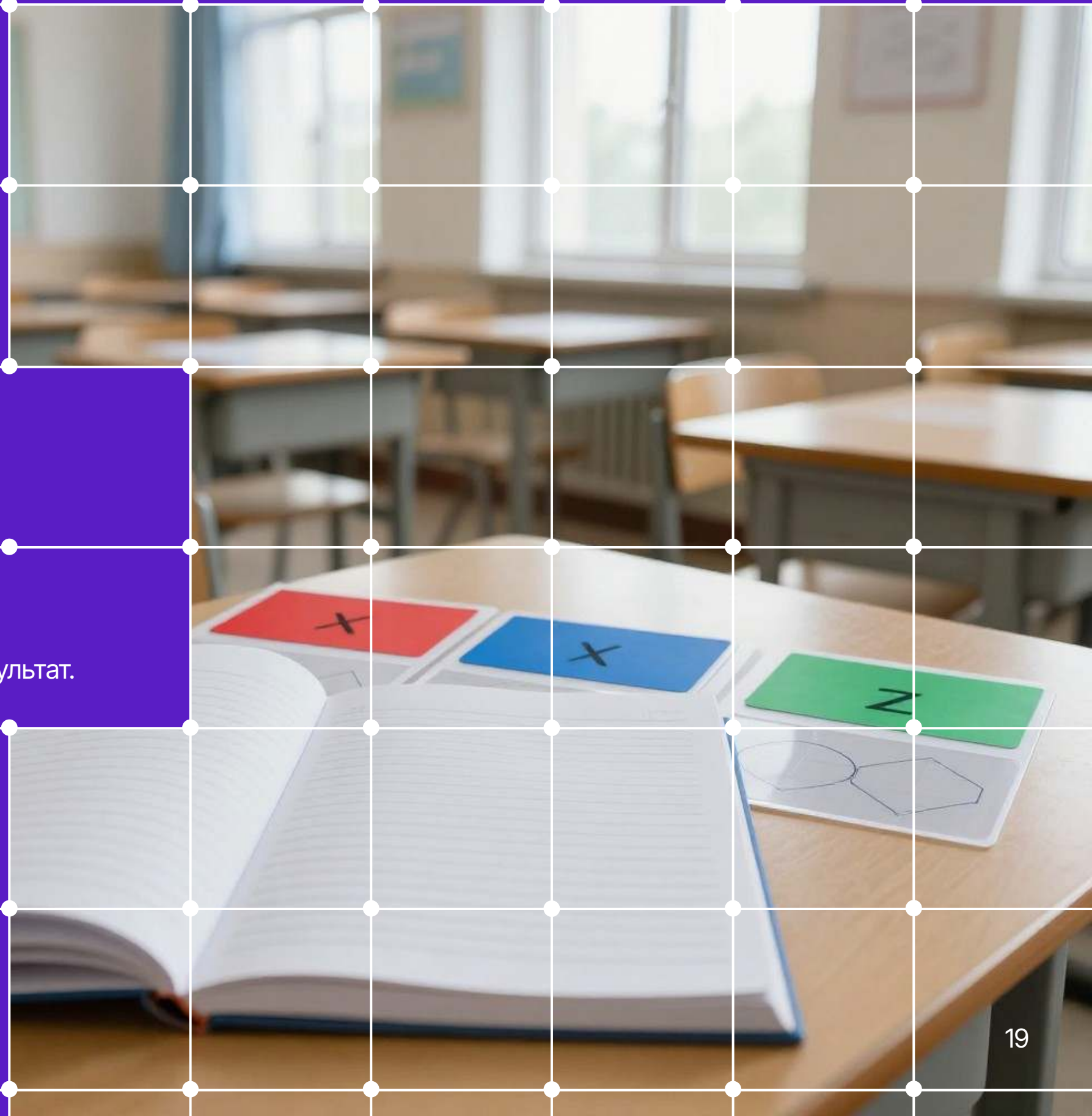
Чаще всего используют подстановку или сложение. Выбор зависит от того, какие коэффициенты стоят при переменных и какую из них легче убрать.

3. Работаем аккуратно

При переносе членов, умножении и раскрытии скобок легко ошибиться со знаком. Поэтому каждый шаг лучше выполнять медленно и проверять промежуточный результат.

4. Проверяем ответ

После вычислений обязательно подставь найденные числа в исходные уравнения. Проверка показывает, верно ли выполнены вычисления и подходит ли ответ по смыслу.



Главное о системах с тремя переменными

Системы линейных уравнений с тремя переменными учат находить единственную тройку чисел, которая подходит сразу нескольким условиям. Успех зависит от выбора способа, точных вычислений и обязательной проверки ответа.