

Решение задач на прямую и обратную пропорциональ ность

Учимся распознавать зависимости
и находить неизвестные значения
по условию.



Пропорциональности в задачах 7 класса

На уроке рассматривают ситуации, где одна величина зависит от другой: цена и количество, путь и время, число работников и срок выполнения. Важно узнать тип зависимости, выбрать формулу и проверить ответ по смыслу.



Прямая пропорциональность: главный признак

01

Двигутся в одном направлении

При прямой пропорциональности обе величины меняются одинаково: если одна растёт, другая тоже растёт; если одна уменьшается, другая тоже уменьшается. Это удобно заметить в жизненных и учебных задачах.

02

Постоянное отношение

Главный признак такой зависимости — отношение y/x остаётся неизменным. Если оно одинаково для всех пар чисел в таблице, значит, перед нами прямая пропорциональность.

03

Формула зависимости

Записывают её так: $y = kx$, где k — коэффициент пропорциональности. Он показывает, во сколько раз изменяется y при изменении x и остаётся постоянным для всей задачи.

04

Где встречается

Такую связь легко увидеть в покупках, когда цена одной вещи не меняется, в движении при постоянной скорости и в задачах на массу одинаковых предметов.

05

Как распознать быстро

Если величины увеличиваются или уменьшаются вместе, а при проверке в таблице получается одно и то же отношение, зависимость нужно считать прямой пропорциональностью.

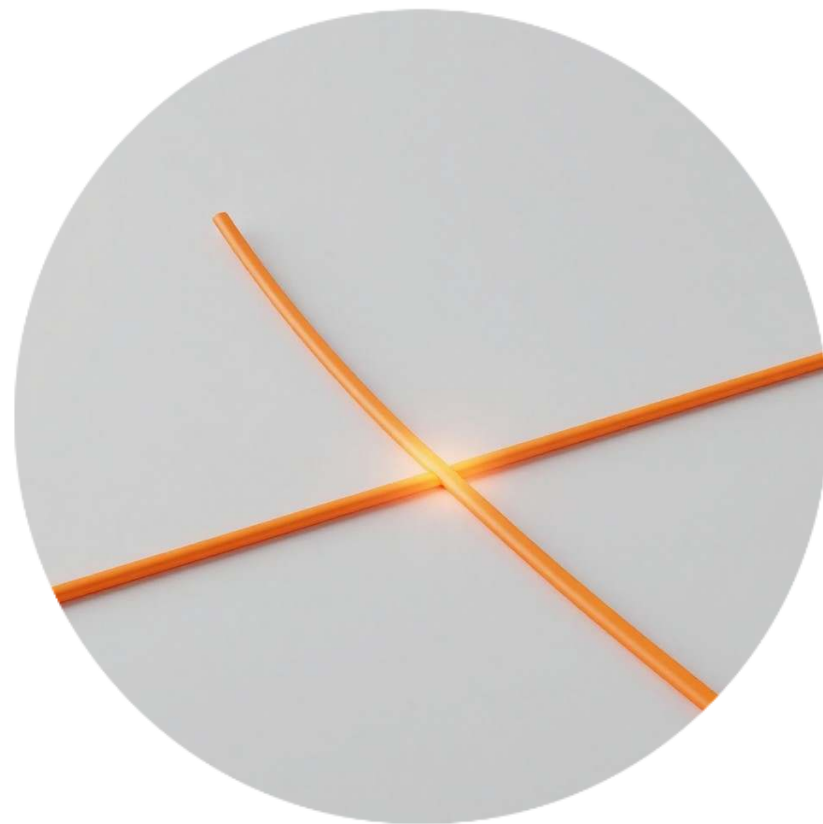
Сравнение прямой и обратной пропорциональности

Сравните формулы и признаки, чтобы быстро определить тип зависимости в задаче.

По формуле и тому, что остаётся постоянным, можно безошибочно определить тип зависимости.

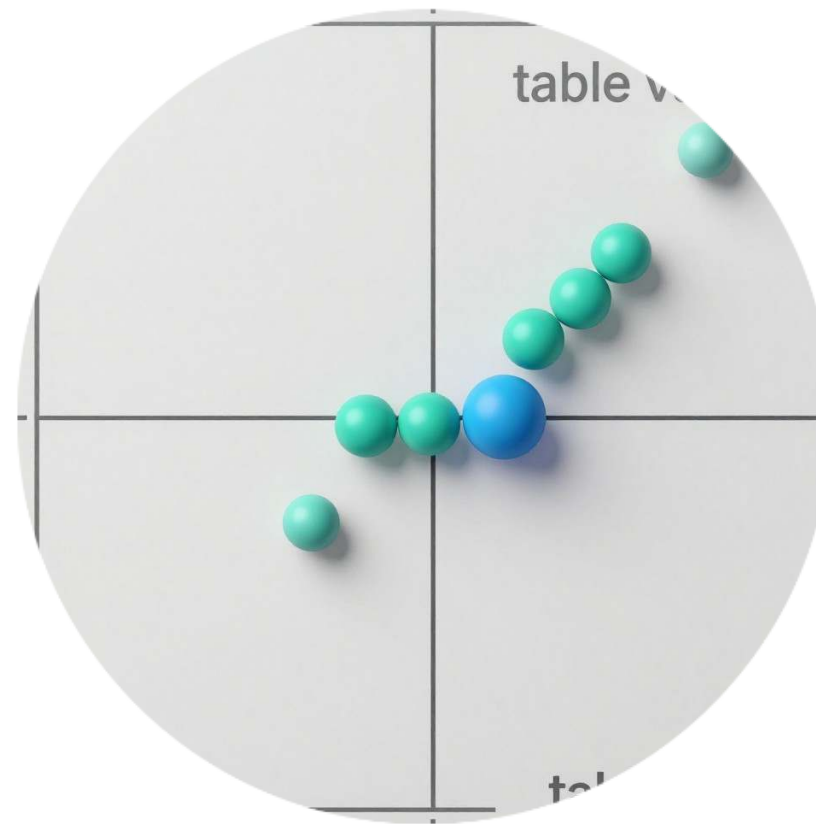
Вид	Формула	Постоянно	Пример
Прямая	$y = kx$	y/x	Тетради
Обратная	$y = k/x$	$x \cdot y$	Работа
Признак	Вместе	Вместе / навстречу	По смыслу

Как выглядит график прямой пропорциональности



Линия через начало координат

График прямой пропорциональности всегда проходит через точку $(0; 0)$. Это удобно: по одной линии сразу видно, что при нулевом значении одной величины другая тоже равна нулю. Такая форма помогает быстро проверять построение.



Точки из таблицы

Для изображения берут несколько пар чисел из одной таблицы значений и отмечают их на координатной плоскости. Если точки лежат на одной прямой, значит, зависимость выбрана верно, а вычисления выполнены аккуратно.



Как меняется наклон

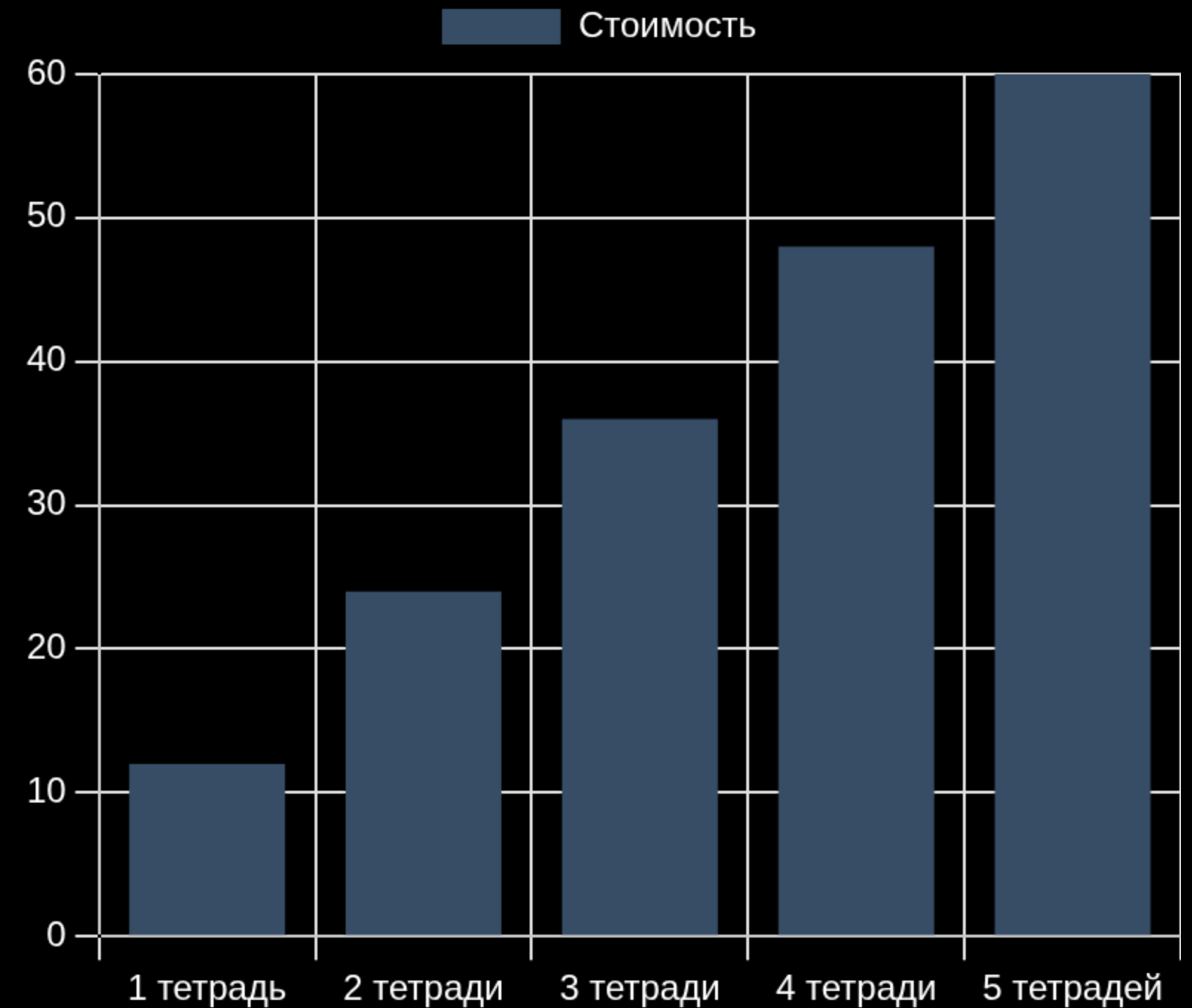
При положительном коэффициенте к линия поднимаются вправо вверх. Чем больше коэффициент, тем круче наклон. Это показывает, что одна величина растёт быстрее другой и связь между ними остаётся устойчивой.

Сколько стоят тетради при одинаковой цене

Цена одной тетради не меняется, поэтому каждая следующая покупка увеличивает общую стоимость на 12 рублей.

Стоимость растёт прямо пропорционально количеству: удвоение числа тетрадей удваивает цену.

Учебный пример для 7 класса



Обратная пропорциональность: главный признак

01

Величины меняются навстречу

При обратной пропорциональности одна величина увеличивается, а другая уменьшается. Если первая становится меньше, вторая, наоборот, возрастает. Такой тип связи часто встречается в задачах о совместной работе и движении.

02

Постоянное произведение

Главный признак обратной пропорциональности — постоянное произведение $x \cdot y$. Если в таблице значений произведение одинаково, значит, величины связаны именно так, а не по прямой зависимости.

03

Формула зависимости

Записывают её так: $y = k/x$. Коэффициент k сохраняется для всей задачи и помогает находить неизвестное значение, когда известна одна пара связанных величин.

04

Школьные примеры

В задачах 7 класса это число рабочих и время выполнения работы, скорость и время на одном и том же пути, а также количество упаковок и масса одной упаковки.

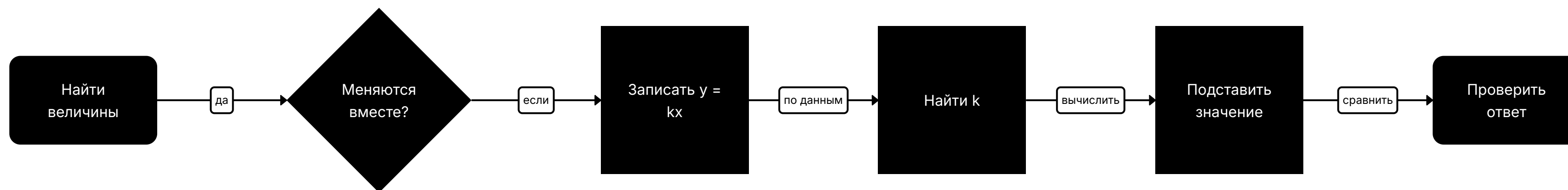
05

Как распознать быстро

Если по смыслу задачи увеличение одной величины должно уменьшать другую, а в таблице получается одинаковое произведение, зависимость следует считать обратной пропорциональностью.

Как решать задачу на прямую пропорциональность

Последовательность действий по условию и таблице значений



Как решать задачу на обратную пропорциональность

01

Проверить смысл связи

Сначала выясняют, действительно ли при увеличении одной величины другая должна уменьшаться. Если это так, задача относится к обратной пропорциональности, и можно переходить к формуле.

02

Записать формулу

Используют запись $y = k/x$ или $x \cdot y = k$. Затем по известным данным находят коэффициент k , который остаётся постоянным для всей задачи и помогает вычислить неизвестную величину.

03

Выполнить вычисление

После нахождения k подставляют нужное значение в формулу и получают ответ. Важно не перепутать умножение и деление, потому что при обратной зависимости величины связаны иначе, чем при прямой.

04

Проверить результат

Ответ обязательно сравнивают со смыслом задачи: если работников стало больше, время должно стать меньше; если скорость выросла, время на тот же путь должно уменьшиться. Единицы измерения тоже сохраняют.

Слова-подсказки в текстовых задачах

► Некоторые выражения в условии сразу подсказывают тип зависимости и помогают выбрать нужную формулу.

► Ключевые слова в условии часто позволяют определить тип зависимости ещё до вычислений.

Фраза	Зависимость	Смысл
по 8 рублей	прямая	цена постоянна
за каждый килограмм	прямая	растёт вместе
при постоянной скорости	прямая	путь и время
чем больше рабочих	обратная	времени меньше

Подсказки из текстовых задач 7 класса

Задача о покупке: количество и стоимость



■ Постоянная цена

Если одна ручка стоит 15 рублей, то каждая следующая добавляет к сумме те же 15 рублей. Поэтому стоимость меняется вместе с количеством одинаковых предметов и подчиняется прямой пропорциональности.

■ Таблица значений

Для 2 ручек получаем 30 рублей, для 3 — 45 рублей, для 4 — 60 рублей. По таблице легко увидеть, что при увеличении количества в несколько раз стоимость меняется так же.

■ Коэффициент k

Коэффициент пропорциональности равен 15, потому что именно столько стоит одна ручка. Это число не меняется, пока цена за единицу товара остаётся постоянной.

■ Вывод по задаче

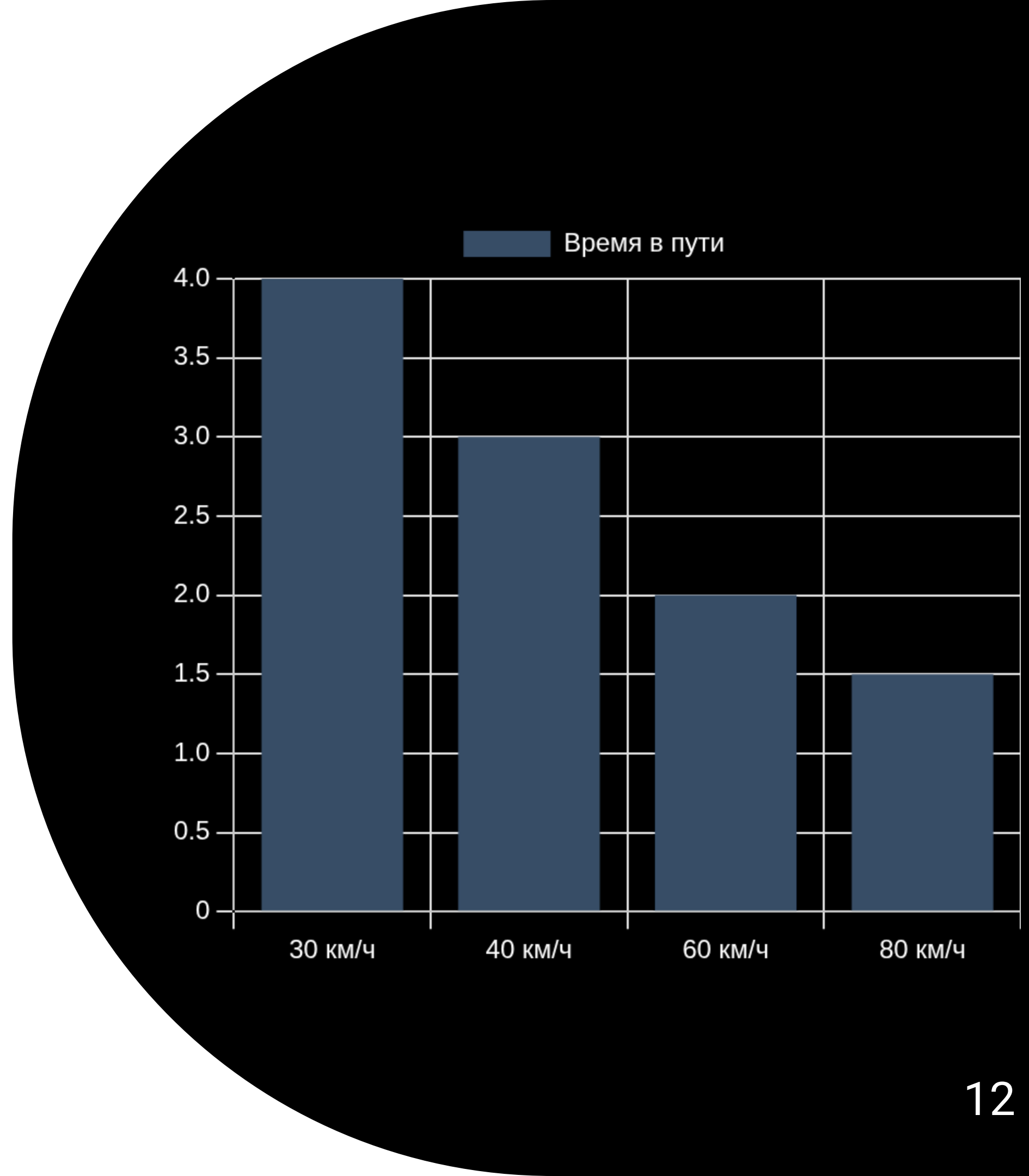
Такие примеры помогают быстро определить тип зависимости: чем больше одинаковых предметов покупают, тем выше общая стоимость. Значит, здесь удобно использовать формулу $y = kx$.

Как меняется время при одинаковом пути

Путь во всех случаях одинаковый, поэтому сравнивается только скорость и затраченное время. Это удобно для наблюдения за обратной зависимостью.

Чем выше скорость, тем меньше время. Произведение скорости на время остаётся постоянным, значит, это обратная пропорциональность.

Данные составлены по условию задачи: путь 120 км.



Типичные ошибки в задачах

● Путают вид зависимости

Иногда ученик выбирает прямую зависимость там, где величина должна уменьшаться, или наоборот. Чтобы избежать ошибки, нужно сначала понять, как изменяются обе величины.

● Неверная формула

Часто вместо умножения используют деление или забывают, что для обратной пропорциональности работает произведение. Формулу следует выбирать только после анализа условия задачи.

● Без единиц измерения

Если в ответе не указать рубли, часы, километры или штуки, решение выглядит незавершённым. Единицы помогают проверить, что вычисления выполнены верно и ответ понятен.

● Не проверяют смысл

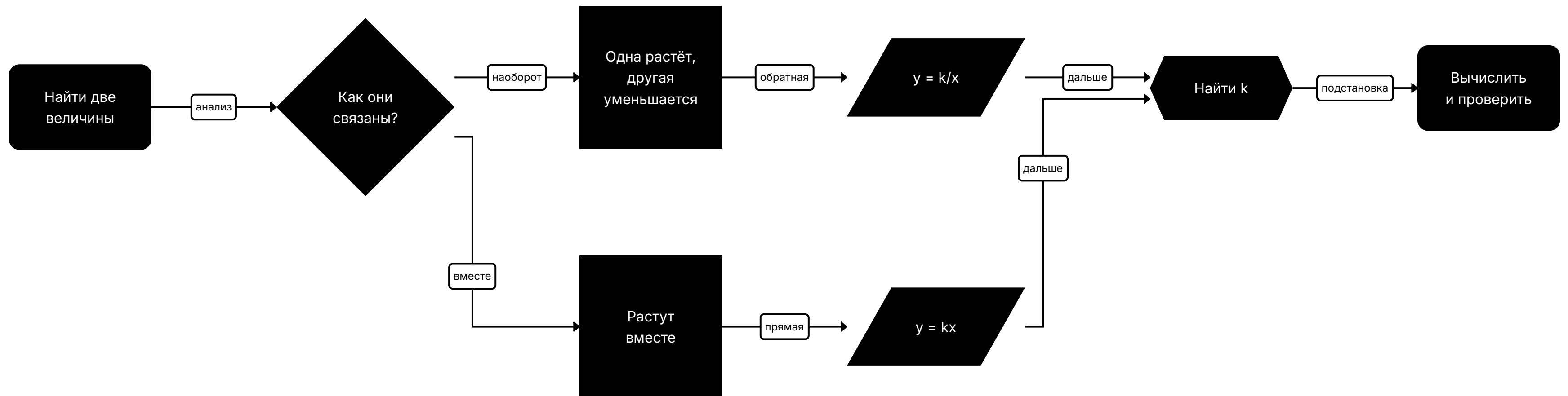
После вычислений важно сравнить ответ с условием. Например, если работников стало больше, время не может вырасти. Такая проверка сразу показывает неверный результат.

● Ошибки в коэффициенте

Неверно найденный коэффициент приводит к неправильному ответу даже при правильной формуле. Поэтому сначала нужно аккуратно использовать известную пару значений, а потом выполнять вычисление.

Выбор формулы по условию задачи

Алгоритм помогает определить тип зависимости и не ошибиться в вычислениях.



Совместная работа: почему это обратная пропорциональность



Одна работа — разное время

Бригада из 8 одинаковых рабочих завершает дело за 6 часов. Когда к ним присоединяются ещё люди, та же работа распределяется между большим числом исполнителей, поэтому время выполнения уменьшается. Объём работы при этом не меняется.



Больше рабочих — быстрее результат

Если работников становится 12, они справляются быстрее, чем 8 человек. А при 16 рабочих время сокращается ещё сильнее. Такое изменение хорошо видно в таблице значений и помогает понять обратную пропорциональность.



Почему связь обратная

Число работников и время выполнения задачи связаны произведением, которое остаётся постоянным. Поэтому при увеличении одной величины другая обязательно уменьшается, если объём работы и условия не меняются.

Коэффициент пропорциональности в числовых примерах

В таблице показано, что коэффициент зависит от смысла задачи, но внутри одной задачи остаётся постоянным.

Коэффициент помогает связать известные и неизвестные величины. Если условие не меняется, значение k остаётся тем же и позволяет быстро получить ответ.

Задача	Формула	Данные	k
Тетради	$y=12x$	1 шт. = 12 руб.	12
Путь и время	$t=150/v$	Путь 150 км	150
Работа	$x \cdot y=48$	6 рабочих, 8 ч	48

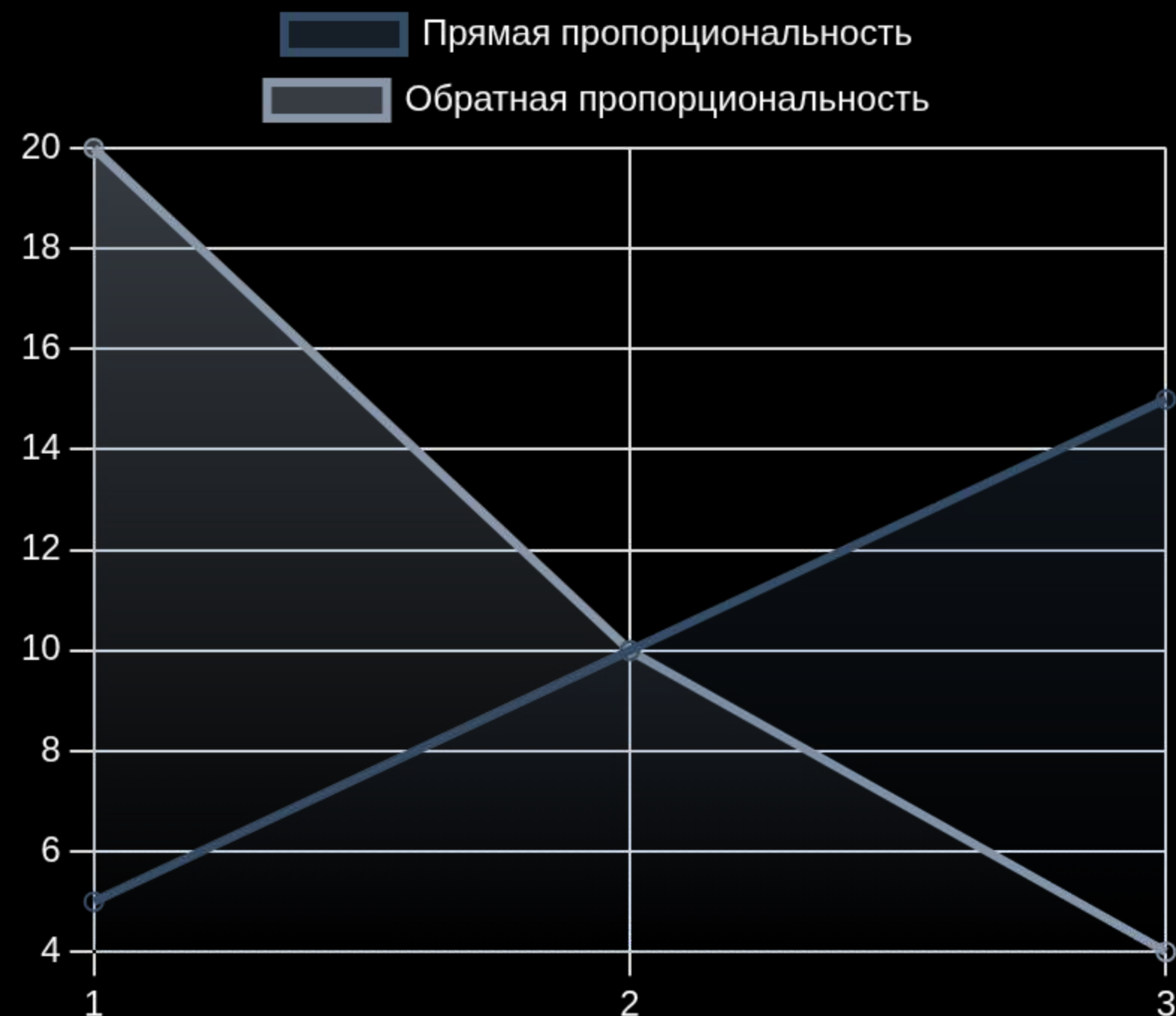
Примеры составлены по условиям учебных задач.

Таблицы значений для двух типов зависимостей

Сравнение таблиц удобно делать по одному признаку: одинаковому отношению или одинаковому произведению. Это позволяет не путать два типа зависимости.

У первой зависимости сохраняется отношение y/x , у второй — произведение $x \cdot y$. По таблице значений можно быстро определить вид пропорциональности.

Учебные числовые примеры, составленные для сравнения двух зависимостей.



Проверка ответа и самоконтроль

01

Сверить с условием

Сначала нужно перечитать задачу и убедиться, что ответ относится именно к тем величинам, которые были найдены. Это помогает не перепутать числа и смысл.

02

Проверить единицы

В ответе обязательно должны быть правильные единицы: рубли, часы, километры, штуки или другие. Без них результат выглядит неполным и может быть неправильно понят.

03

Оценить смысл результата

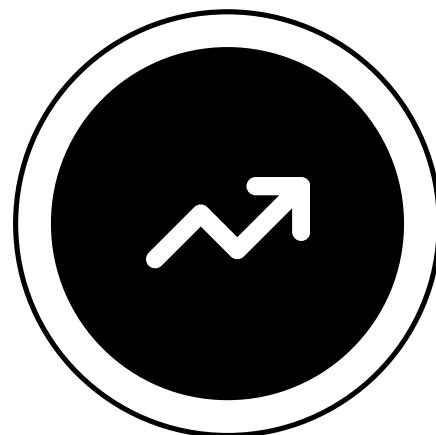
Для прямой пропорциональности большее значение одной величины обычно ведёт к большему ответу. Для обратной пропорциональности увеличение первой величины, наоборот, уменьшает вторую.

04

Пересчитать при сомнении

Если ответ кажется слишком большим или слишком маленьким, стоит заново проверить формулу, коэффициент и арифметические действия. Такой самоконтроль часто исправляет ошибку до записи решения.

Опорные правила для запоминания



Прямая зависимость

Если величины меняются вместе, используйте формулу $y = kx$. В таблице значений отношение y/x остаётся постоянным, поэтому удобно проверять ответ именно этим способом.



Обратная зависимость

Когда одна величина растёт, а другая уменьшается, подходит формула $y = k/x$. Здесь важно помнить, что постоянным остаётся произведение $x \cdot y$.



Слова-подсказки

Фразы «по цене», «за каждый», «при постоянной скорости» обычно указывают на прямую пропорциональность. Они помогают быстрее заметить нужную формулу в тексте задачи.



Проверка по смыслу

Выражения «чем больше... тем меньше...», «на одинаковую работу» и «на одинаковый путь» часто означают обратную пропорциональность. Такие подсказки экономят время при решении.

Пропорциональность: видеть связь и решать быстрее

Научившись замечать, как связаны две величины, легче выбрать нужную формулу, найти коэффициент и проверить ответ. Эти правила помогают уверенно решать задачи о покупках, движении и работе.