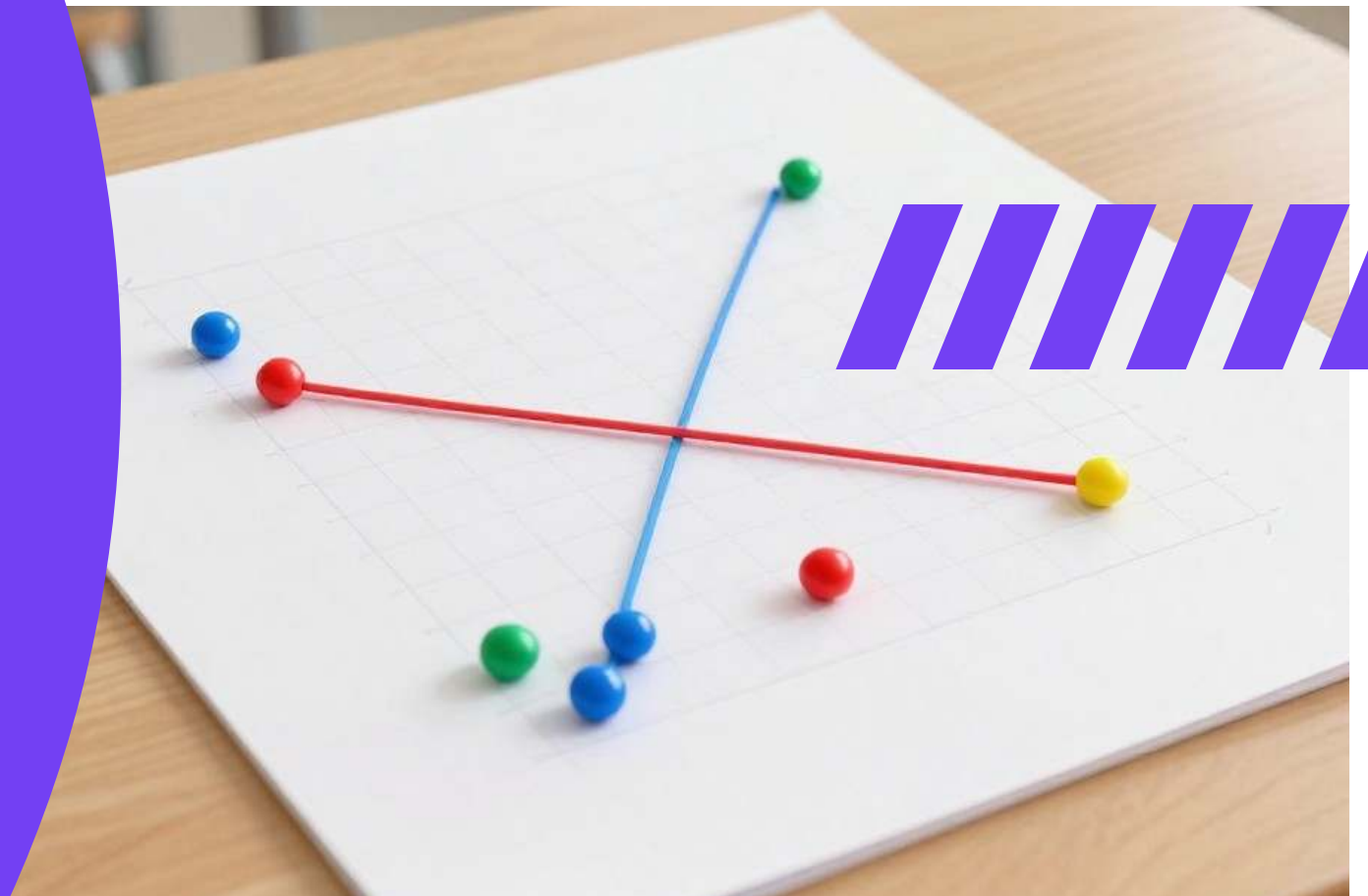


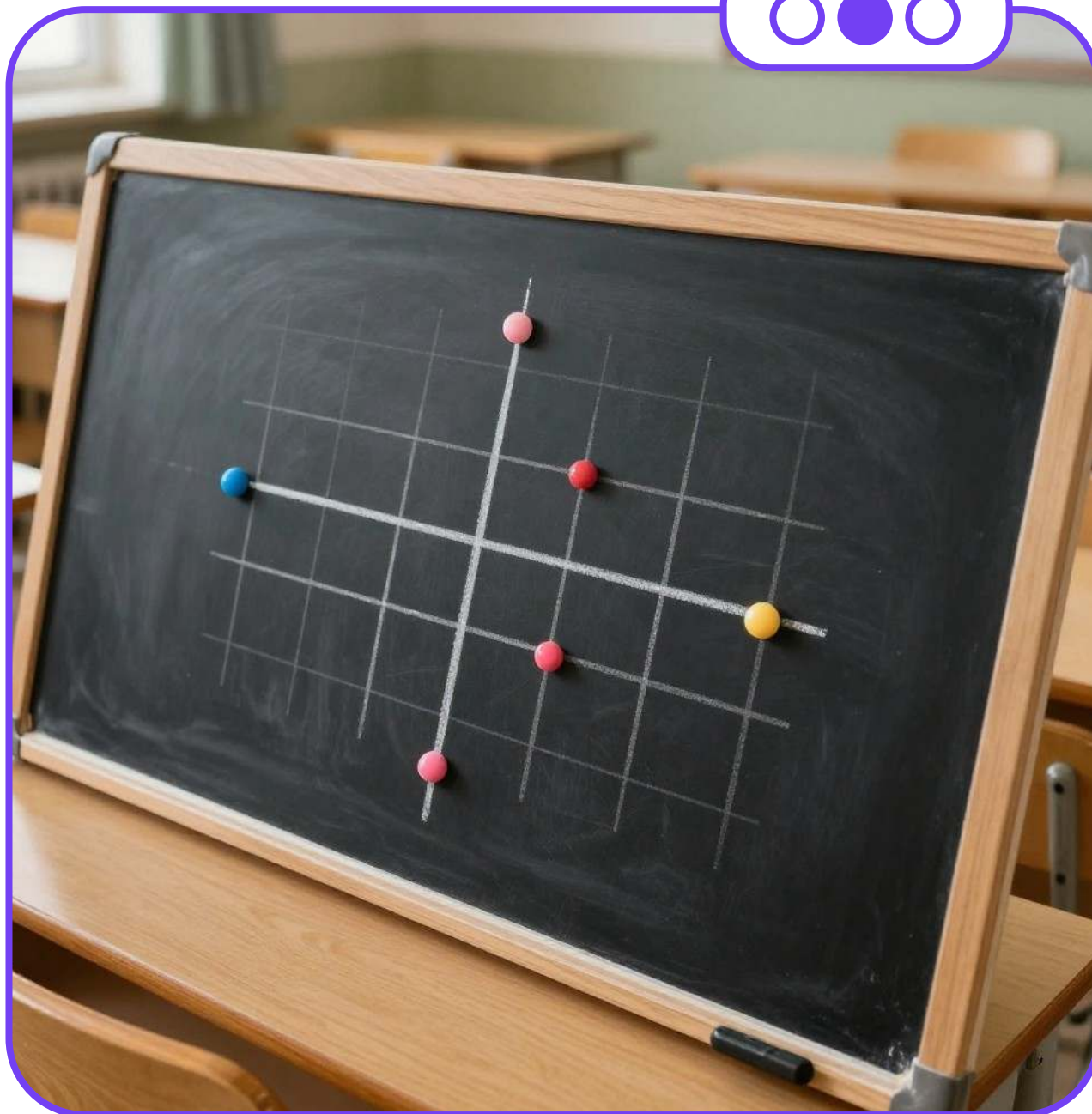
Множества точек на координатно й плоскости



Точки, линии и области на плоскости
задаются координатами.



Как координаты связывают алгебру и геометрию



Координатная плоскость позволяет изображать числа как точки и описывать фигуры формулами. Это делает алгебру наглядной, а геометрию — точной и удобной для сравнения зависимостей.

Как задаётся точка на плоскости

01

Две координаты

Каждая точка на плоскости определяется парой чисел: абсциссой x и ординатой y . Вместе они показывают точное положение точки относительно начала координат.

02

Запись точки

Если записано $A(3; -2)$, это значит: сначала откладываем 3 единицы вправо, затем 2 единицы вниз. Такой порядок записи всегда сохраняется и не меняется.

03

Почему порядок важен

Точки $(3; -2)$ и $(-2; 3)$ имеют одинаковые числа, но расположены по-разному. Перестановка координат меняет место точки на плоскости, поэтому знак и порядок нужно проверять.



Четверти координатной плоскости



○ I четверть

В первой четверти обе координаты положительные: $x > 0$ и $y > 0$. Здесь находятся точки справа от оси Oy и выше оси Ox .

○ II четверть

Во второй четверти абсцисса отрицательная, а ордината положительная: $x < 0$ и $y > 0$. Такие точки расположены слева от оси Oy и выше оси Ox .

○ III четверть

В третьей четверти обе координаты отрицательные: $x < 0$ и $y < 0$. Точки находятся слева и ниже начала координат, в нижней левой части плоскости.

○ IV четверть

В четвёртой четверти $x > 0$ и $y < 0$. Это нижняя правая часть координатной плоскости, где точки находятся справа от оси Oy и ниже оси Ox .



Примеры точек и их положение



Примеры из темы «Координатная плоскость»



По знакам координат можно быстро определить, где расположена точка: в четверти или на оси.

Точка	Положение
A(2; 3)	I четверть
B(-4; 1)	II четверть
E(0; 4)	ось Oy
F(-3; 0)	ось Ox

Положительный или отрицательный знак координат указывает четверть, а ноль означает, что точка лежит на оси.



Где находятся точки на плоскости



Диаграмма помогает увидеть, как распределяются точки в примерах: часть лежит внутри четвертей, а часть — прямо на осях.

Примеры точек из задания; дата не требуется



Точек в четвертях больше, чем на осях, значит большинство положений описывается сочетанием двух ненулевых координат.

Множество точек как прямая



$$x = 3$$

Уравнение $x=3$ задаёт все точки, у которых абсцисса равна 3. Это вертикальная прямая, проходящая через все возможные значения y .



$$y = -1$$

Уравнение $y=-1$ задаёт все точки с одинаковой ординатой -1 . Получается горизонтальная прямая, а абсцисса может принимать любые значения.



Бесконечно много точек

Если одна координата не меняется, а другая может быть любой, точек получается бесконечно много. Поэтому прямая — это целое множество точек, а не одна точка.

График уравнения как множество точек



▮ Все точки графика

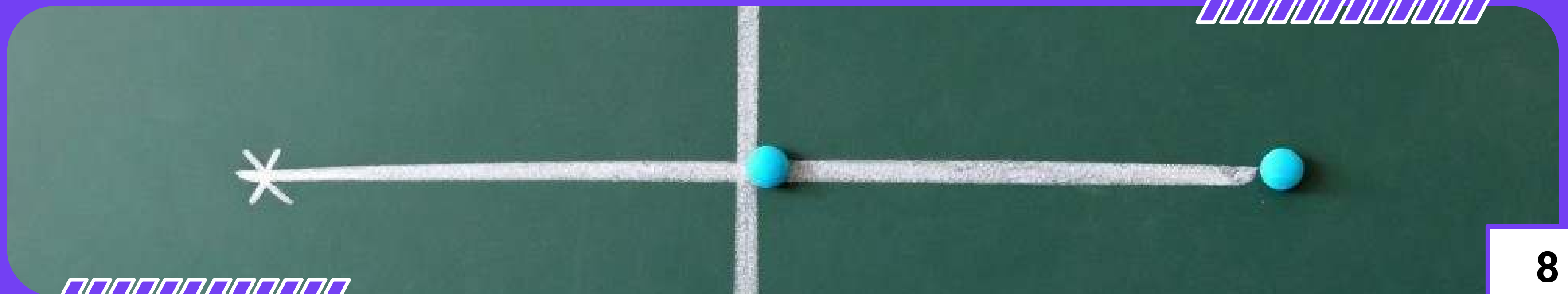
График уравнения $y=2x+1$ состоит из всех точек, которые удовлетворяют этому равенству. Каждая точка на линии проходит проверку подстановкой своих координат.

▮ Подходящие примеры

Точки $(0; 1)$, $(1; 3)$ и $(-1; -1)$ принадлежат графику, потому что при подстановке координат равенство выполняется без остатка и ошибок.

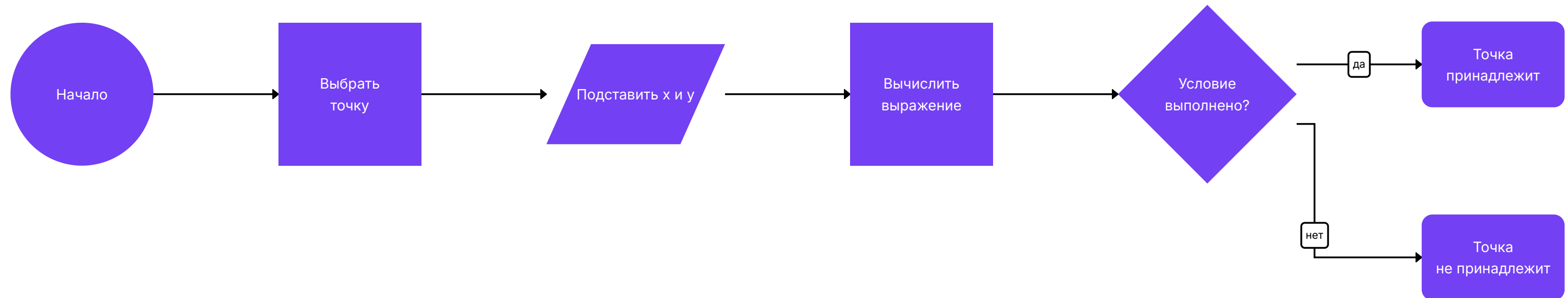
▮ Связь формулы и рисунка

Прямая на координатной плоскости наглядно показывает, как одна формула задаёт целое множество точек. По рисунку легче заметить общий закон зависимости y от x .



Как проверить, принадлежит ли точка множеству

Алгоритм проверки точки по уравнению или неравенству



Области, заданные неравенствами

$$x > 1$$

Неравенство $x > 1$ задаёт все точки, которые расположены правее прямой $x = 1$. Сама прямая не входит в множество, потому что знак строгий.

1

$$y \leq 2$$

Неравенство $y \leq 2$ описывает точки на прямой $y = 2$ и все точки ниже неё. Здесь граница входит в множество, потому что используется знак «меньше или равно».

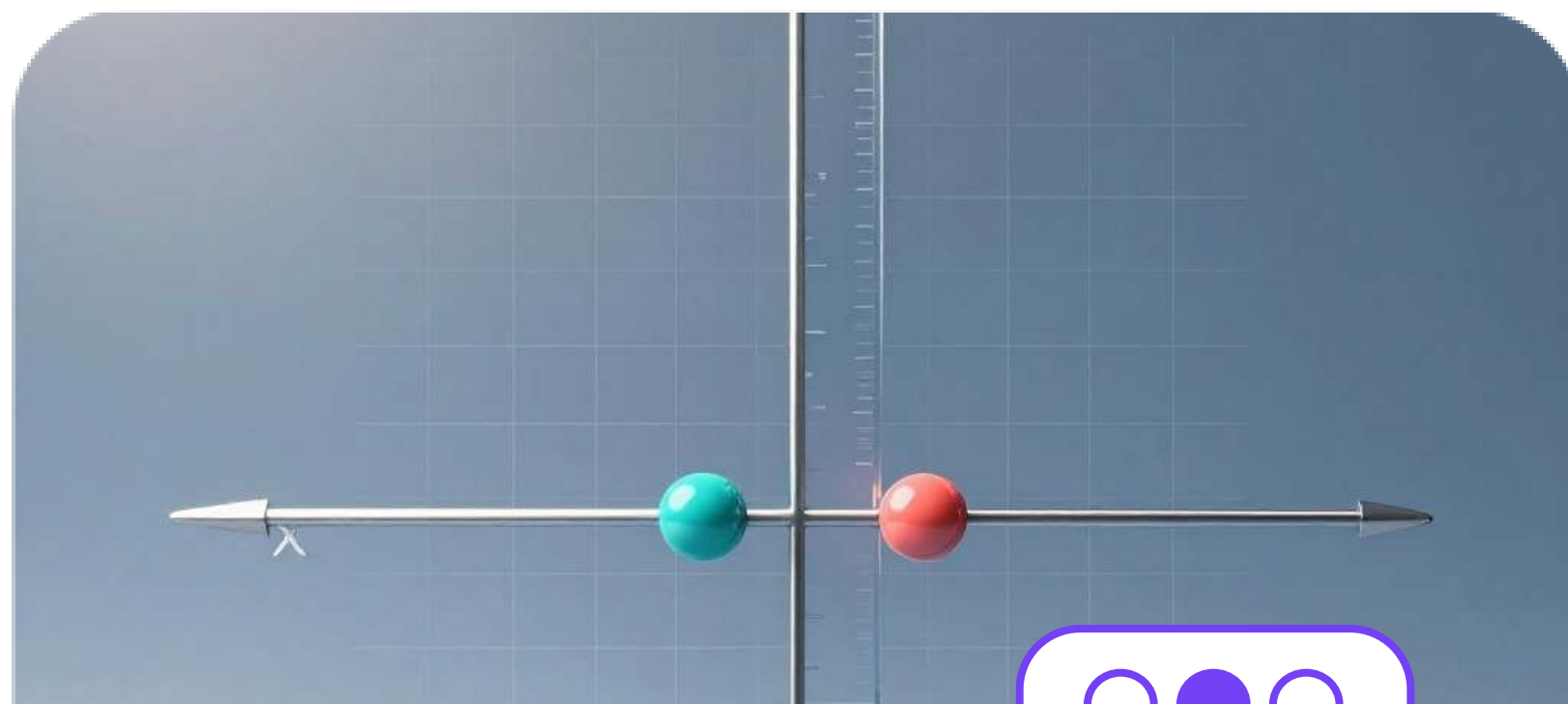
2

Не только линии

Неравенства часто задают целые области плоскости: полуплоскости, полосы и другие части рисунка. Поэтому множество точек может быть не только линией, но и большой областью.

3

Как отражаются точки относительно осей



Одинаковая абсцисса, разные ординаты

Если точка и её образ лежат по разные стороны от оси Ox , их абсциссы совпадают, а ординаты имеют противоположные знаки. На рисунке это легко увидеть по одинаковой вертикали и одинаковому расстоянию до оси.



Зеркало относительно оси Oy

При отражении относительно оси Oy меняется знак абсциссы, а ордината остаётся прежней. Поэтому пары точек расположены на одной горизонтали и одинаково удалены от оси. Такая симметрия помогает быстро строить чертежи и проверять ответы.

Сравнение расстояний между точками на одной прямой

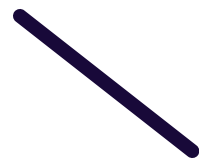
Данные примеров из условия задания

Точки	Расстояние
A(1; 1), B(4; 1)	3
A(2; 2), C(2; 6)	4
D(-1; -1), E(2; 3)	5

В таблице показаны примеры, где расстояние удобно находить по разности одной координаты, так как точки лежат на одной горизонтали или вертикали.

Если одна координата у точек одинакова, расстояние равно разности другой координаты по модулю. Это самый быстрый способ для горизонтальных и вертикальных отрезков.

Что можно считать множеством точек



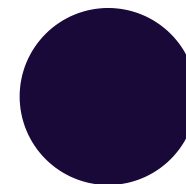
Отрезок

Отрезок состоит из всех точек между двумя концами. Каждая из них принадлежит одной линии, поэтому отрезок удобно описывать через координаты его крайних точек.



Луч

Луч начинается в одной точке и продолжается бесконечно в одном направлении. На координатной плоскости он задаётся началом и правилом, по которому движутся все его точки.



Окружность

Окружность объединяет точки, которые находятся на одинаковом расстоянии от центра. Это расстояние называют радиусом, и именно оно определяет форму всей линии.

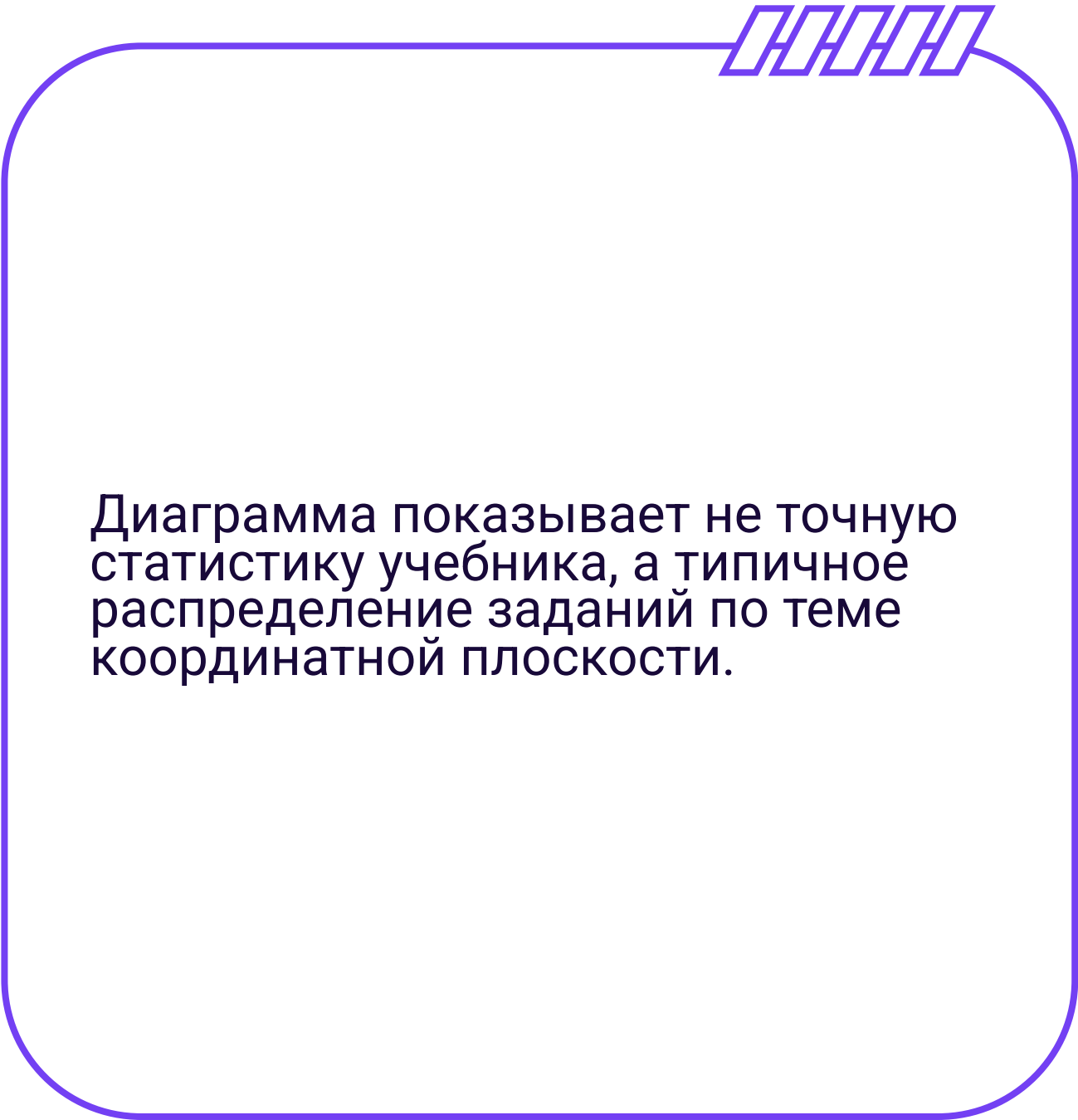


Прямоугольник

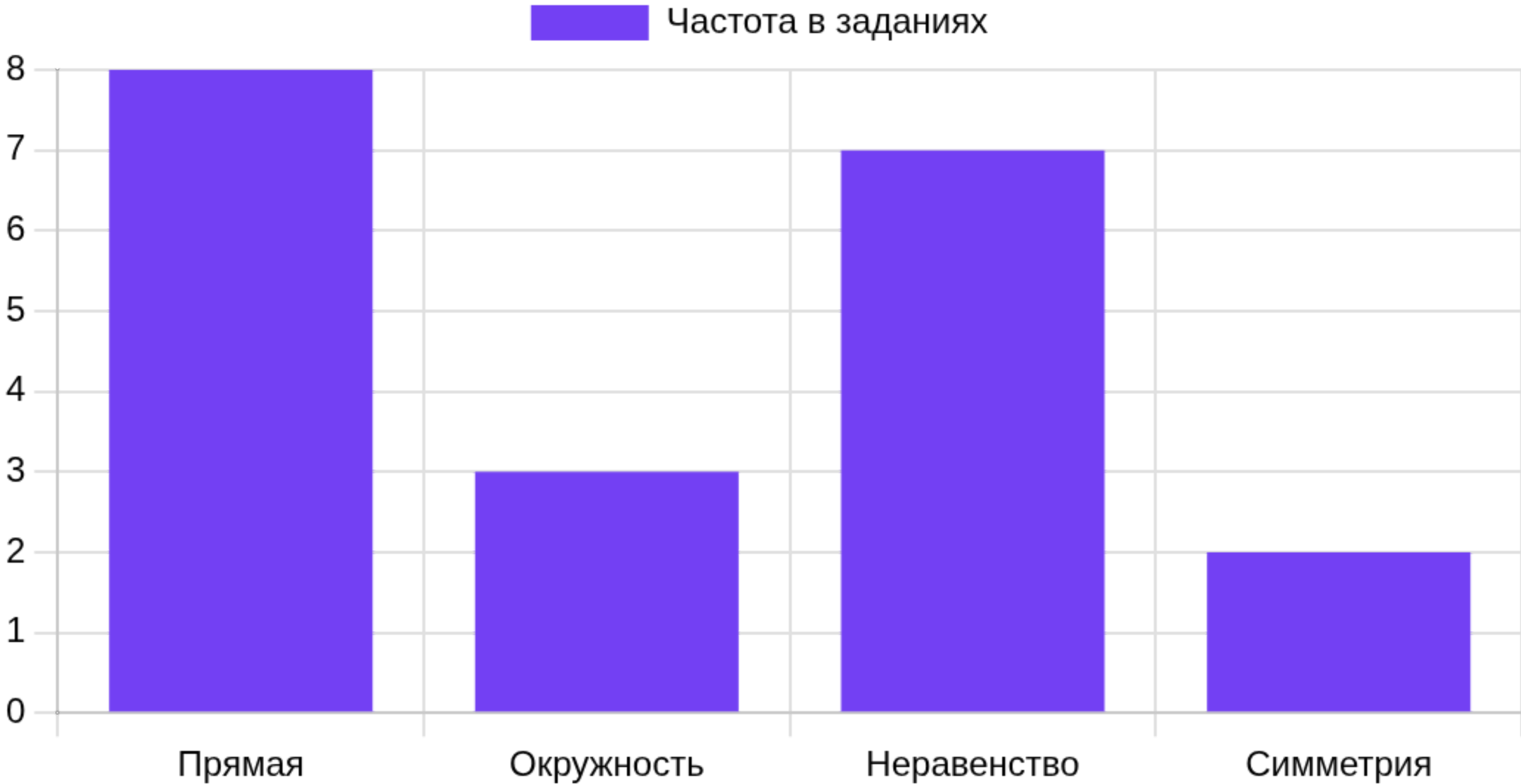
Прямоугольник можно рассматривать как множество точек внутри фигуры и на её границе. Его удобно описывать вершинами и сторонами, связанными с координатами.



Какие множества точек встречаются чаще



Сравнительная учебная схема по теме «Множества точек на координатной плоскости»



Наиболее заметны прямые и области, связанные с неравенствами. Задачи на окружности и симметрию встречаются реже, но требуют более внимательной геометрической работы.

Координаты в жизни и на экране



○ Городская карта

На карте каждая точка может быть найдена по координатной сетке. Это помогает быстро определить район, маршрут и взаимное расположение объектов без лишних описаний.

○ Навигация и игры

В навигации и компьютерных играх координаты показывают, где находится объект и куда он движется. Благодаря этому удобно задавать положение персонажа, цели или препятствия.

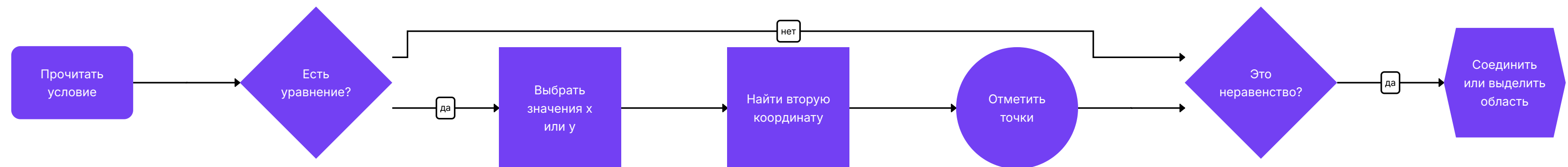
○ Графика и редакторы

В графических редакторах положение точки на холсте тоже определяется числами x и y . Такая система позволяет точно рисовать линии, фигуры и элементы изображения.



Построение множества точек по условию

Последовательность показывает, как из текста условия получить график, линию или область на координатной плоскости.



Типичные ошибки при работе с координатами



01

Путаница в порядке

Часто путают абсциссу и ординату, особенно когда точка записана в скобках. Из-за этого на плоскости появляется совсем другое положение, хотя число координат кажется верным.

02

Неверная четверть

Ошибка возникает, если не учитывать знаки координат. По сочетанию плюсов и минусов сразу видно, в какой четверти находится точка, а значит, можно быстро проверить ответ.

03

Забывтый минус

Неправильно прочитанный знак меняет направление от начала координат. Одна пропущенная черта может перенести точку из одной части плоскости в противоположную.

04

Точка на оси

Точки, лежащие на оси, имеют нулевую одну из координат. Если не заметить это, легко определить их как обычные точки четверти и ошибиться в построении.

05

Подстановка не всех данных

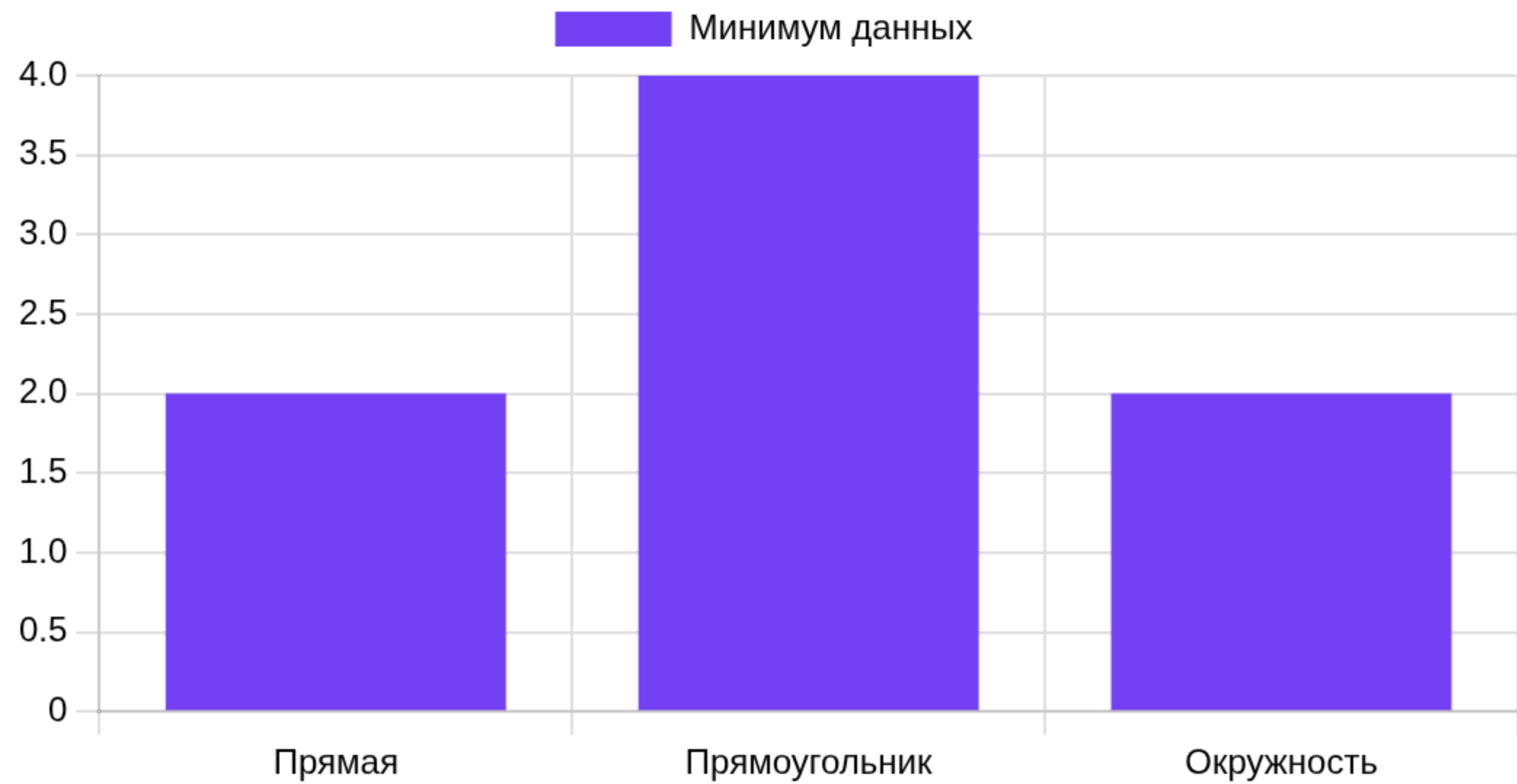
При проверке принадлежности множества нужно подставлять обе координаты сразу. Если использовать только одну, условие может показаться выполненным, хотя на самом деле это не так.

Сколько данных нужно, чтобы узнать фигуру

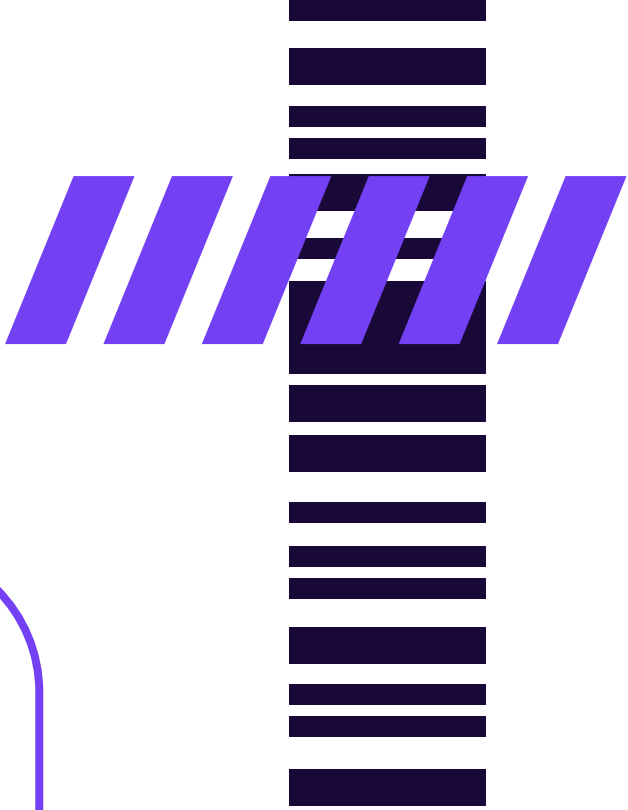


Для каждой фигуры важно найти именно те данные, которые однозначно её задают, а не просто описывают внешний вид.

Учебное сравнение минимальных данных для задания фигур



Чем проще фигура, тем меньше исходных данных нужно. Прямая и окружность задаются компактно, а прямоугольнику требуется больше опорных точек.



1

уравнение может задавать целое
множество точек и проверяться
подстановкой координат.

Учебный пример: $y=2x+1$

Одна формула связывает запись
на языке алгебры с рисунком
на плоскости. Благодаря этому
можно сразу увидеть, какие точки
подходят, а какие нет.



Координаты помогают видеть математику на плоскости



Координатная плоскость превращает формулы в рисунки, а рисунки — в точные записи. С её помощью удобно находить точки, строить фигуры, проверять условия и замечать связи между объектами.

