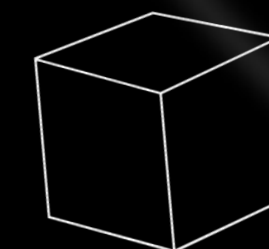
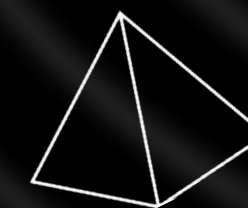
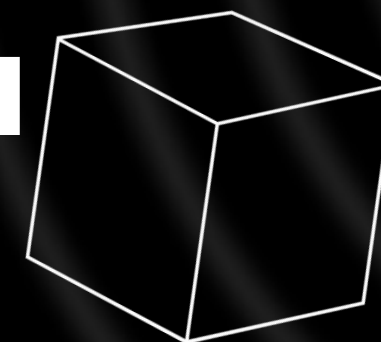


Вынесение общего множителя за скобки

Короткий путь к удобной записи выражений и уравнений.



Зачем нужен этот приём в алгебре

В 7 классе одинаковые множители встречаются постоянно: в числах, буквах и смешанных выражениях. Это помогает короче записывать выражения, быстрее их преобразовывать и лучше понимать структуру алгебраических записей.



Что называют общим множителем

Общее основание

Общий множитель — это число, буква или их произведение, которое входит в каждое слагаемое выражения и может быть вынесено за скобки без остатка.

Только числовая часть

В выражении $15x + 10$ общий множитель равен 5, потому что оба слагаемых делятся на 5. После вынесения остаются $3x$ и 2.

Одинаковые буквы

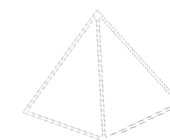
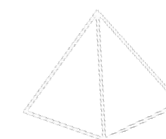
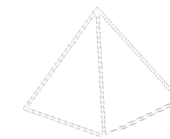
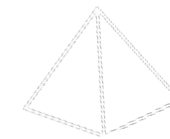
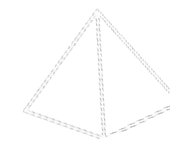
В выражении $7a + 7b$ общий множитель — 7. Буквы разные, поэтому буквенная часть не выносится, а общим остаётся только число.

Число и буква вместе

В выражении $4m^2 + 6m$ общий множитель — $2m$. Оба слагаемых делятся на $2m$, а буква m присутствует в каждом из них.

Проверка смысла

Если множитель подходит не каждому слагаемому, он не может быть общим. Поэтому сначала проверяют делимость чисел, а потом — буквенную часть.



Связь с распределительным свойством

1

Прямое действие

Распределительное свойство записывают так: $a(b + c) = ab + ac$. Оно показывает, как число или буква умножается на каждое слагаемое в скобках.

2

Обратное действие

Вынесение общего множителя — это обратный ход: $ab + ac = a(b + c)$. Из двух записей получается одна и та же сумма, но в другой форме.

3

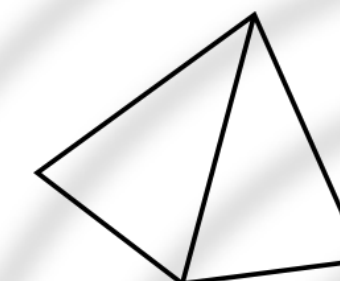
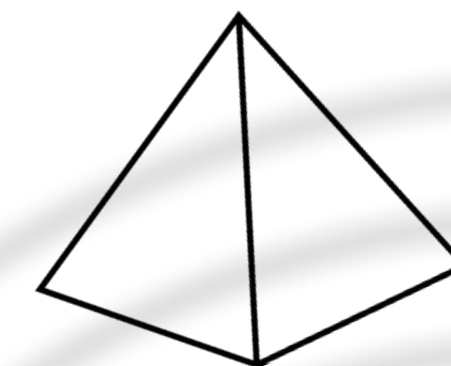
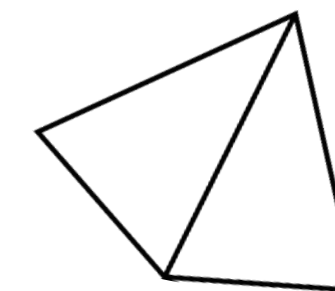
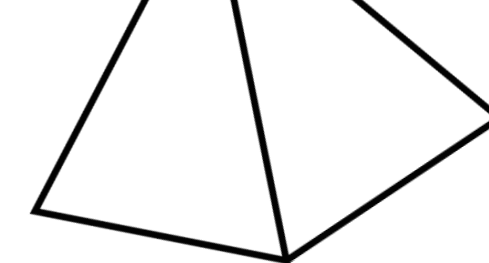
Почему это работает

Если раскрыть скобки после вынесения множителя, исходное выражение должно вернуться без изменений. Это главный способ проверить правильность преобразования.

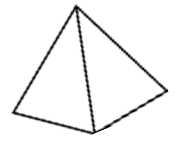
4

Один смысл, две записи

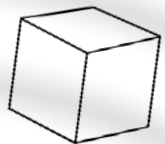
Обе формы равны по значению. Меняется только внешний вид записи, а не само выражение, поэтому приём удобен для преобразований и упрощения.



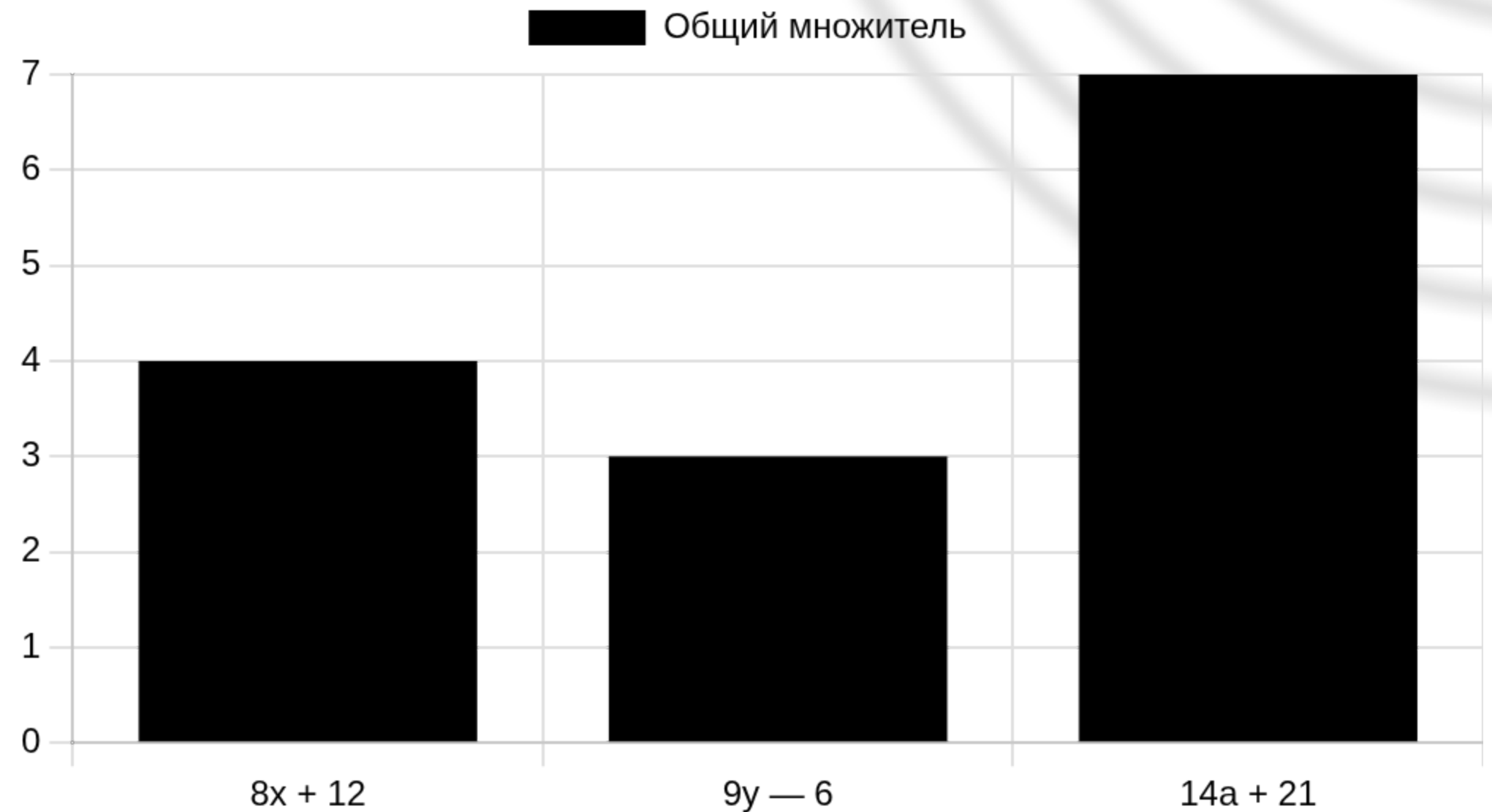
Как меняется запись выражения



На каждом примере общий множитель становится основой новой записи и помогает увидеть одинаковую часть выражения сразу.

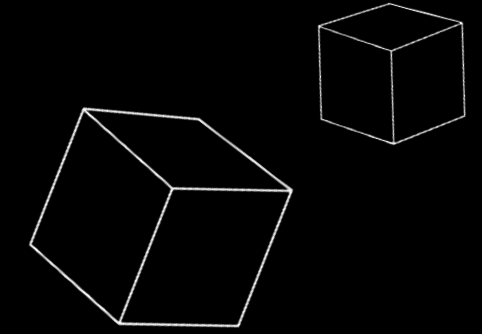


Во всех трёх случаях запись упрощается за счёт общего множителя; сама сумма не меняется, меняется способ её представления.



Составлено по учебным примерам: $8x + 12 = 4(2x + 3)$, $9y - 6 = 3(3y - 2)$, $14a + 21 = 7(2a + 3)$.

Как находят общий множитель



1

Сравнивают коэффициенты

Сначала смотрят на числа перед буквами и находят их наибольший общий делитель. Это помогает определить, какое число можно вынести за скобки сразу.

2

Проверяют буквы

Затем ищут общие буквы в каждом слагаемом. Если буква есть не везде, она не входит в общий множитель и не выносится.

3

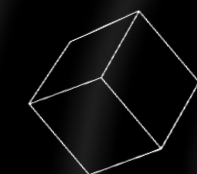
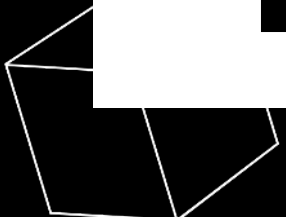
Берут меньшую степень

Если одна и та же буква повторяется с разными степенями, выбирают меньшую степень. Так множитель подходит ко всем слагаемым без остатка.

4

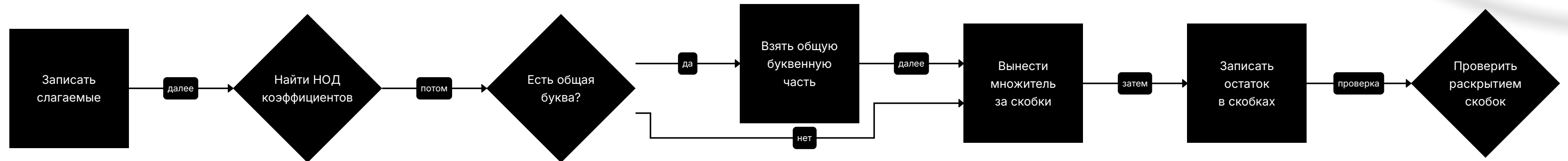
Смотрят на пример

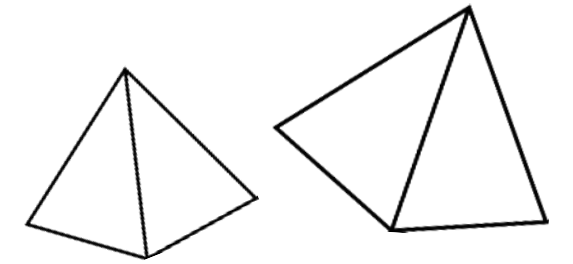
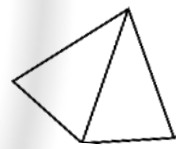
В выражении $18x^2 + 24x$ общий множитель равен $6x$: число 6 делит оба коэффициента, а буква x присутствует в каждом слагаемом.



Алгоритм вынесения общего множителя

Последовательность действий при разложении выражения на множители





Пример с числовым множителем

Исходная запись

Выражение $24 + 36$ содержит два числа, которые удобно рассмотреть как части одной общей группы. Здесь можно выделить один и тот же числовой множитель.

Общий множитель

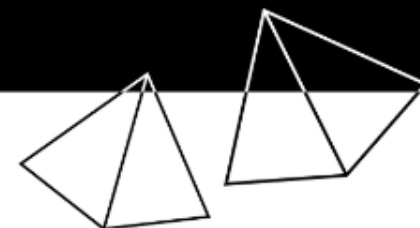
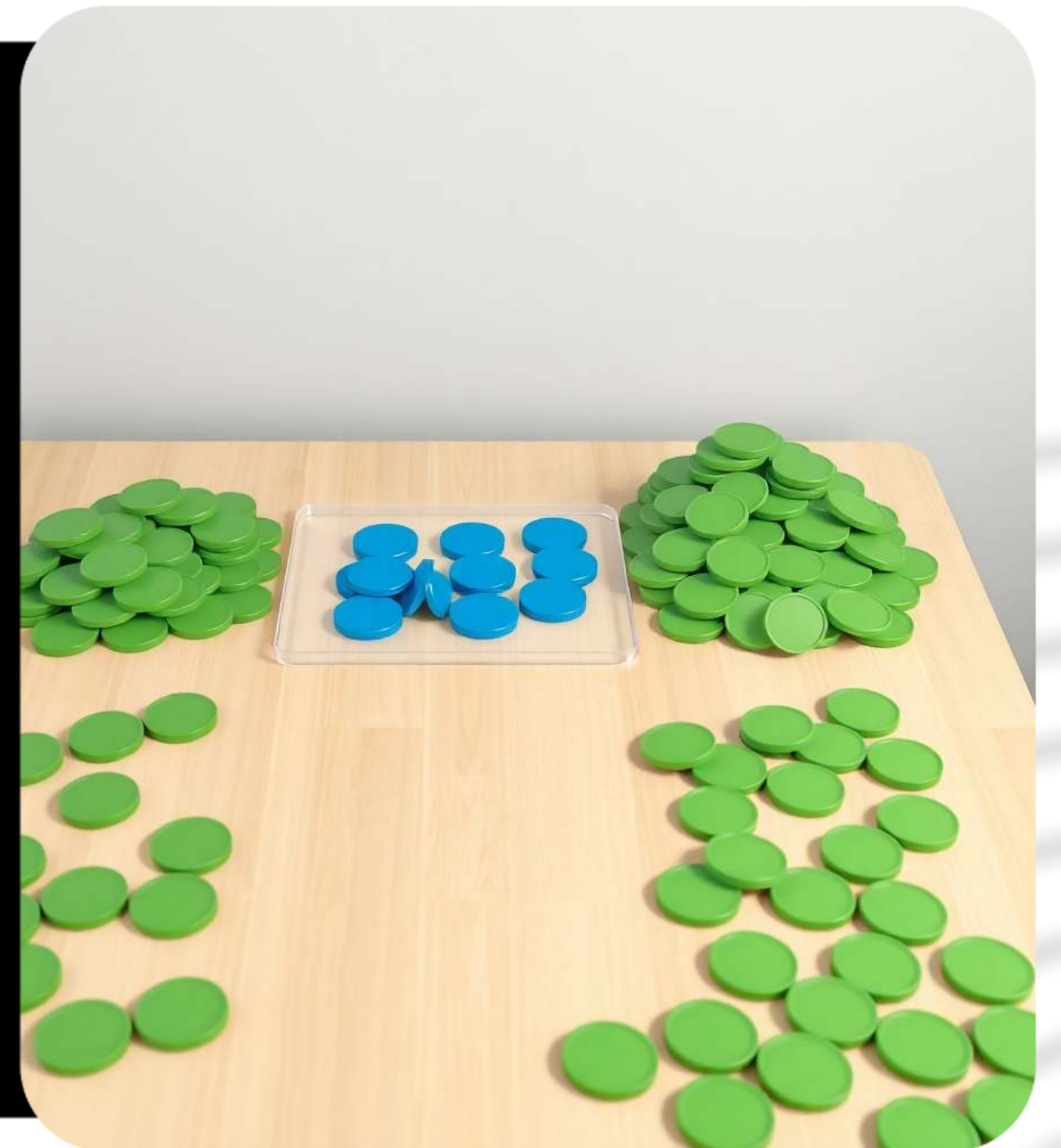
Наибольший общий делитель чисел 24 и 36 равен 12. Именно его выносят за скобки, потому что он делит оба слагаемых без остатка.

Что остаётся в скобках

После деления получаем 2 и 3, поэтому запись становится $12(2 + 3)$. Скобки показывают, сколько таких одинаковых частей было в каждом числе.

Наглядный смысл

Этот пример удобно связывать с равными наборами: 24 и 36 можно представить как несколько одинаковых групп по 12. Тогда разложение становится понятным и по смыслу.



Пример с одной буквой

1

Находим число

В выражении $5x + 15$ общий числовой множитель равен 5. Он делит оба слагаемых, поэтому его можно вынести за скобки.

2

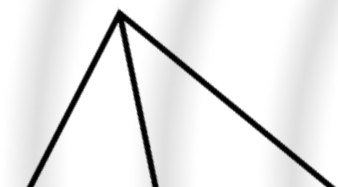
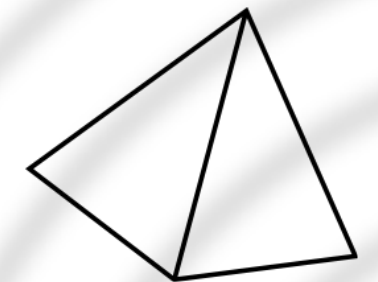
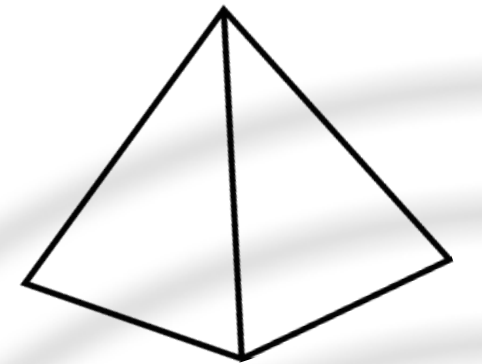
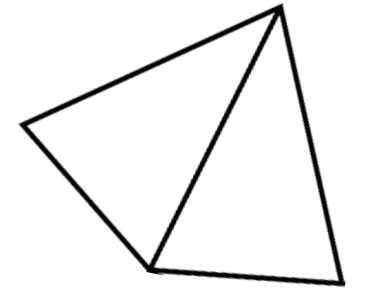
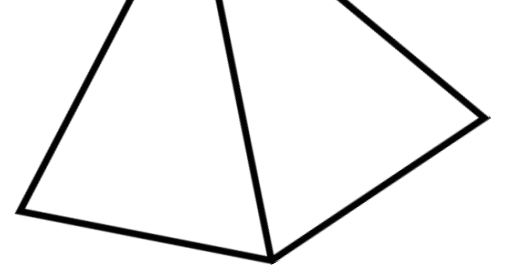
Проверяем букву

Буква x есть только в первом слагаемом, значит она не входит в общий множитель. За скобками остаётся x в первом члене и 3 во втором.

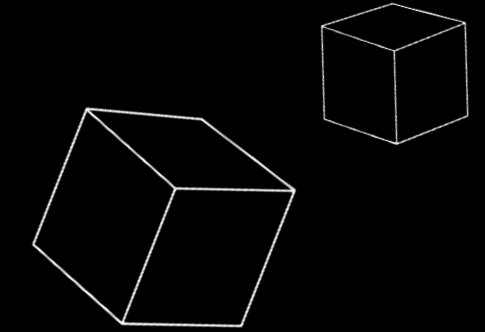
3

Получаем запись

Итоговое разложение выглядит так: $5(x + 3)$. Такая форма показывает, что исходная сумма состоит из одинаковых частей, умноженных на 5.



Пример с числом и буквой



1

Общий множитель целиком

В выражении $18a + 12a$ общий множитель содержит и число, и букву: $6a$. Это возможно, потому что a есть в каждом слагаемом.

2

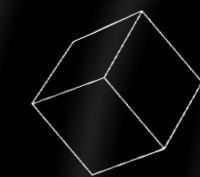
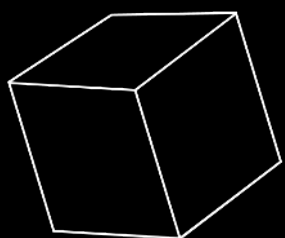
Делим каждое слагаемое

Числа 18 и 12 делятся на 6 без остатка. После деления остаются 3 и 2, которые записывают в скобках после вынесения множителя.

3

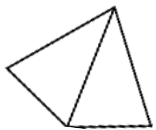
Итоговая запись

Получаем $18a + 12a = 6a(3 + 2)$. Такое преобразование показывает, как числовая и буквенная части объединяются в один общий множитель.

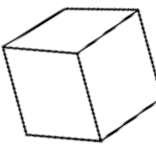


Нахождение общего множителя в разных выражениях

Выражение	Множитель	Результат
$10x + 20$	10	$10(x + 2)$
$6a + 9a$	3a	$3a(2 + 3)$
$12\text{ m} - 8\text{ m}$	4 m	$4m(3 - 2)$
$21p + 14$	7	$7(3p + 2)$



В таблице показано, как одно и то же выражение можно переписать короче, если вынести общий множитель за скобки.



Общий множитель может быть числом или произведением числа и буквы; после вынесения форма записи становится короче, а значение выражения не меняется.

Когда выносят отрицательный множитель

1

Определить знак

Если общий множитель отрицательный, его удобно вынести за скобки вместе с минусом. Тогда в скобках у каждого слагаемого знаки меняются на противоположные.

2

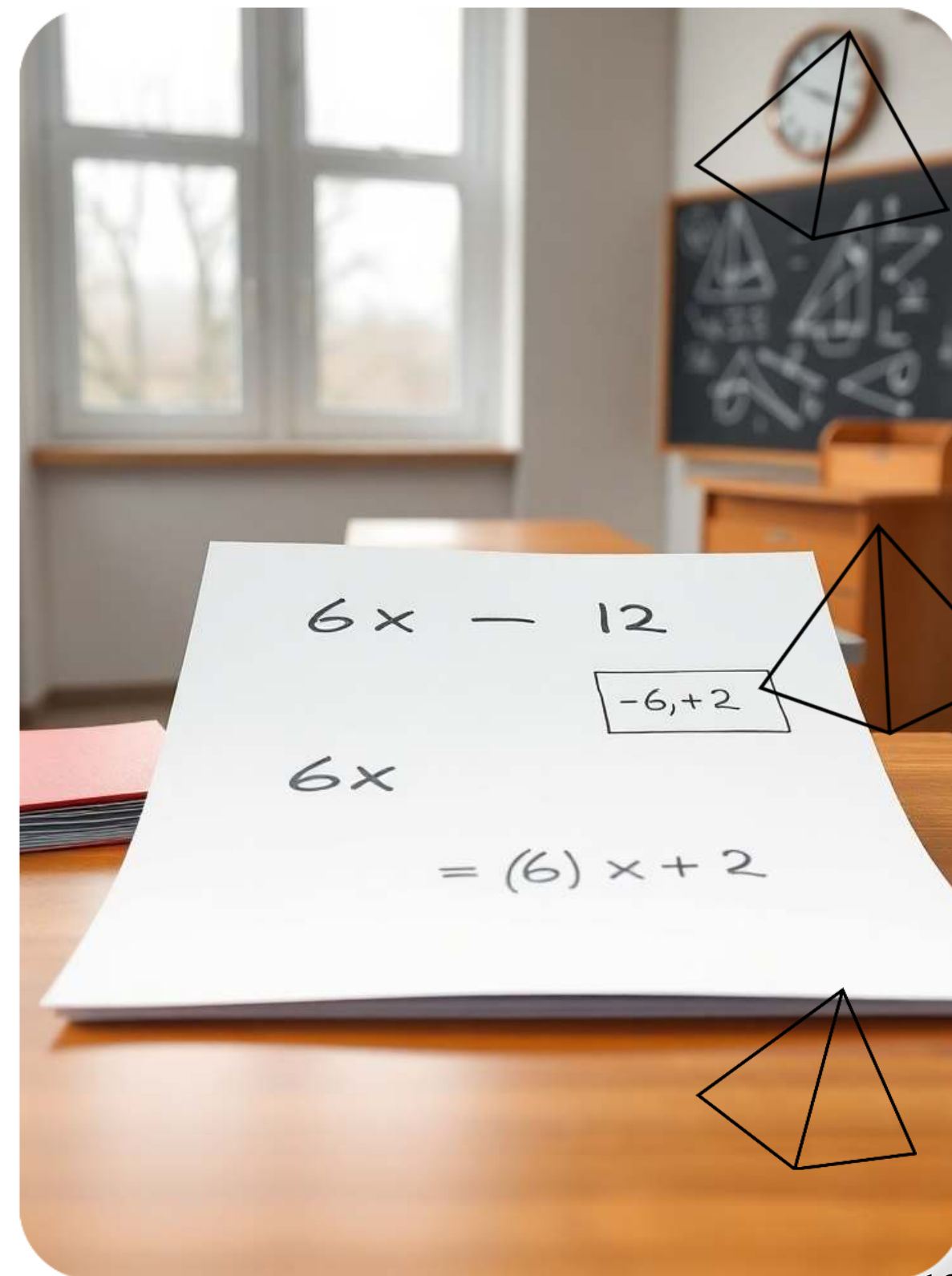
Проверить пример

В записи $-6x - 12$ можно вынести -6 и получить $-6(x + 2)$. При раскрытии скобок снова выходит исходное выражение, значит преобразование верно.

3

Запомнить правило

Минус перед скобками действует на все слагаемые внутри. Поэтому при вынесении отрицательного множителя особенно важно внимательно менять знаки в скобках.



Типичные ошибки учеников

Не весь общий множитель

Иногда выносят только часть общего множителя и забывают о числовом или буквенном компоненте. Тогда выражение уже не равно исходному и ответ становится неверным.

Ошибка в знаках

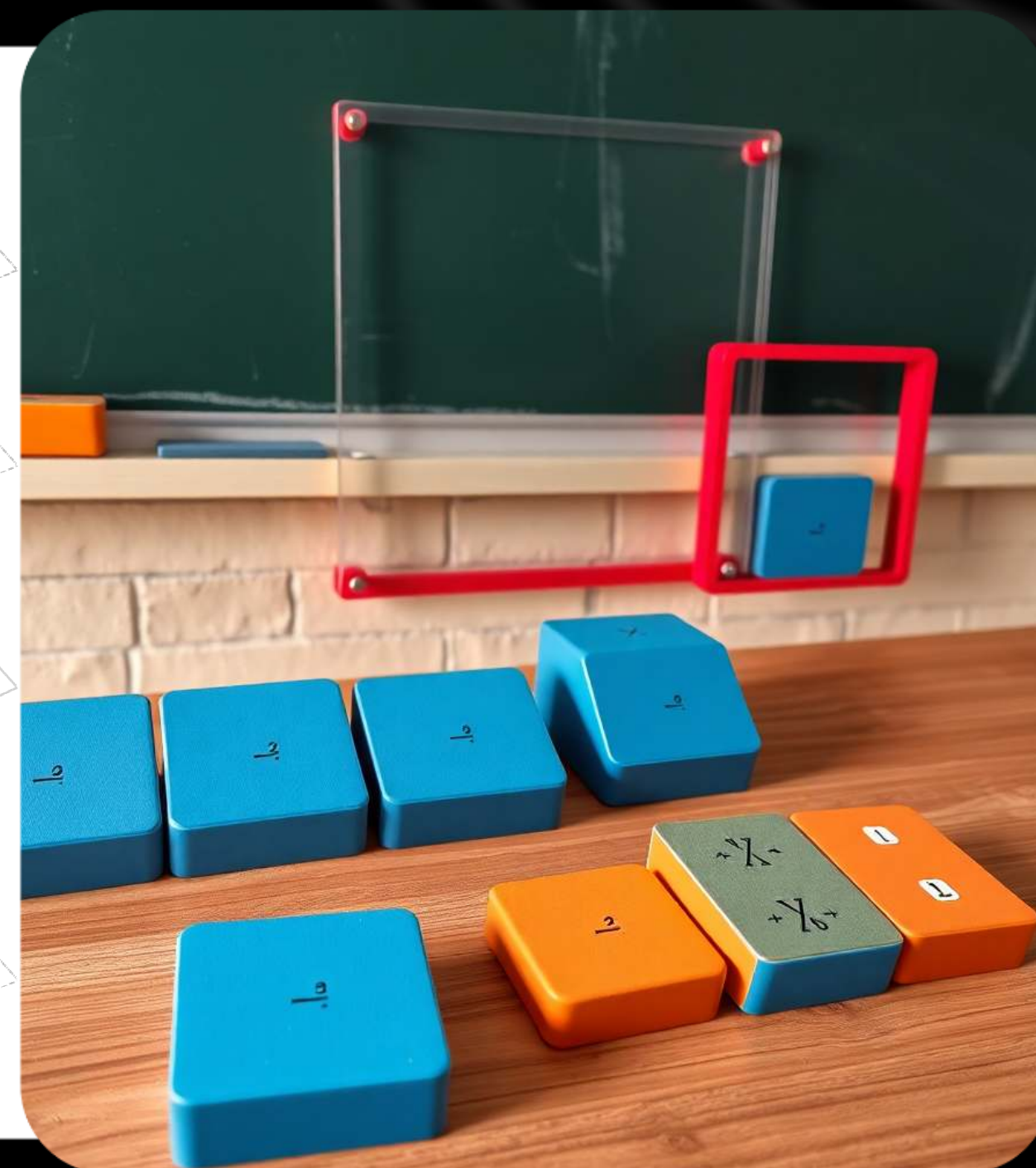
Особенно часто путают знаки при выносе минуса. Если в скобках не изменить знаки на противоположные, раскрытие скобок не вернёт исходную запись.

Неверный выбор множителя

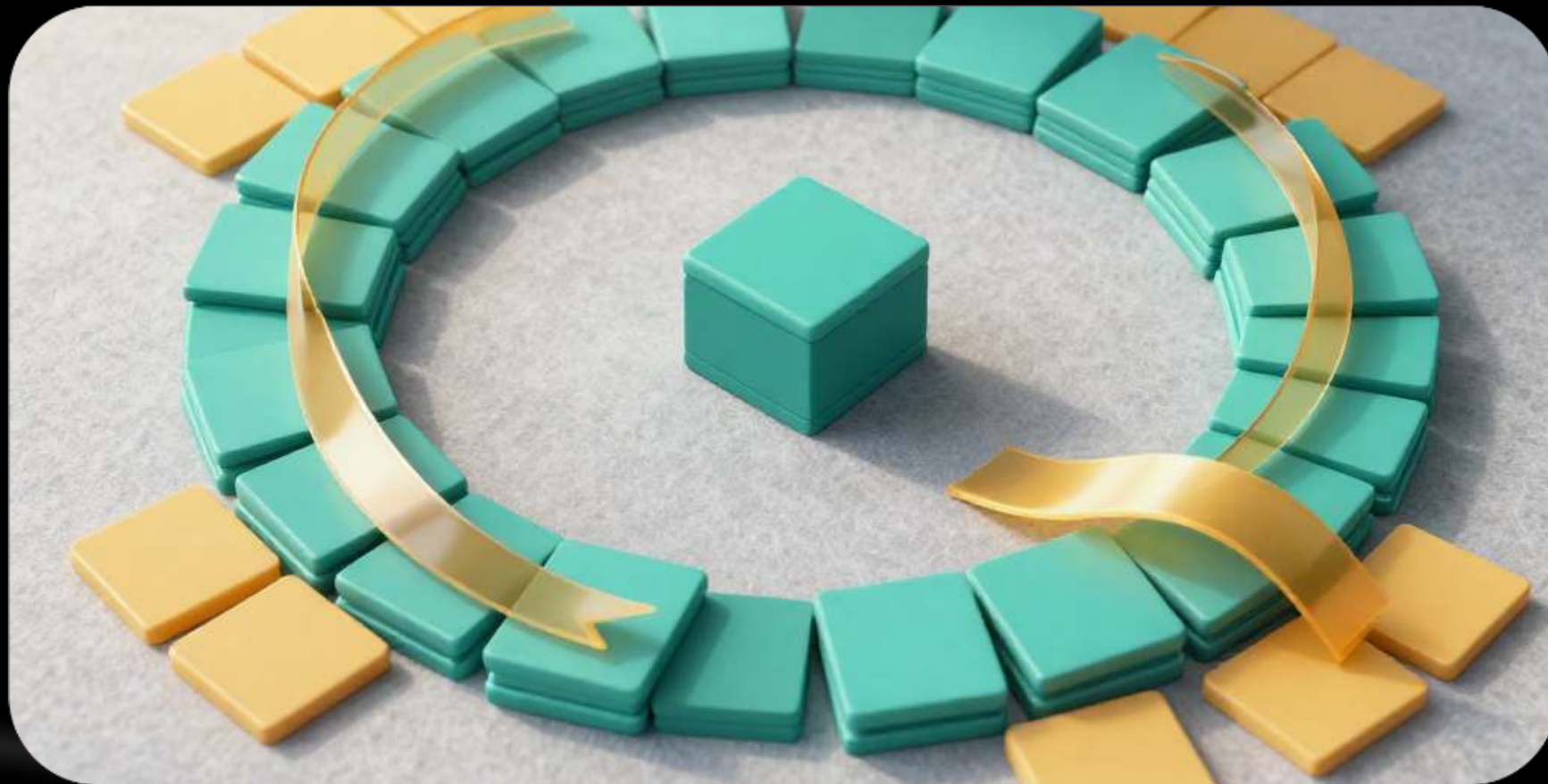
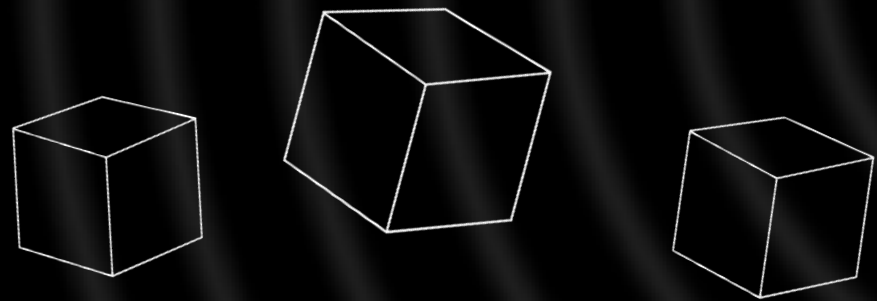
Нельзя брать множитель, который не делится на каждое слагаемое без остатка. Он должен быть общим для всех частей выражения.

Нет проверки

Самый надёжный способ заметить ошибку — раскрыть скобки и сравнить результат с исходным выражением. Несовпадение сразу показывает, где допущена неточность.



Зачем приём нужен при решении уравнений

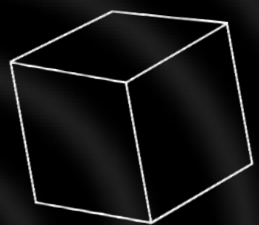


Удобнее увидеть одинаковые части

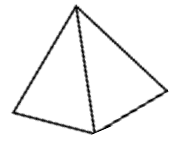
Когда в уравнении есть повторяющийся множитель, его можно вынести за скобки и сделать запись короче. Например, $3x + 6$ превращается в $3(x + 2)$, и сразу видно, что обе части связаны одним множителем. Это помогает быстрее находить решение.

Быстрее приводить к нужному виду

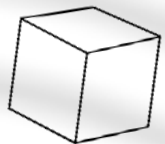
Если уравнение содержит похожие слагаемые слева или справа, вынесение общего множителя упрощает дальнейшие действия. Вместо длинной записи остаётся компактная форма, с которой легче работать. На рисунке можно показать одну и ту же ситуацию до и после преобразования.



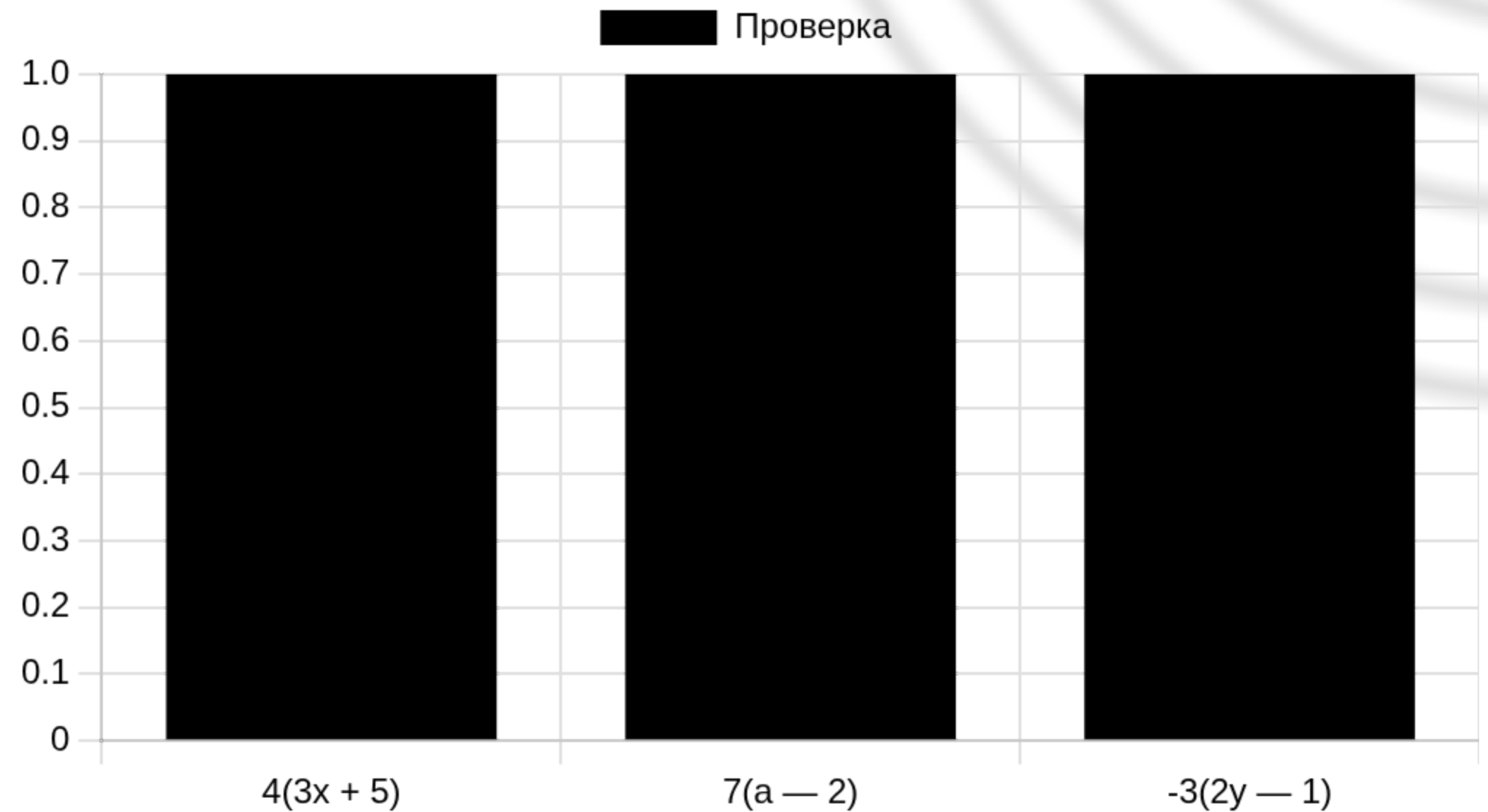
Проверка разложения раскрытием скобок



Во всех примерах раскрытие скобок возвращает исходную сумму или разность, поэтому запись с множителем составлена правильно.



Если после раскрытия скобок получается исходное выражение, разложение выполнено верно; проверка работает и для положительного, и для отрицательного множителя.



Как приём помогает считать быстрее



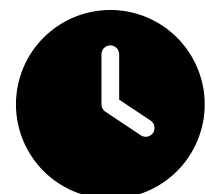
Меньше действий

Вместо нескольких одинаковых вычислений остаётся один общий множитель и короткая запись в скобках. Это экономит время и делает преобразование понятнее.



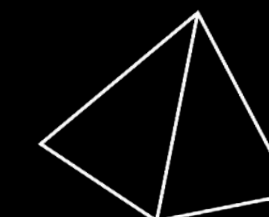
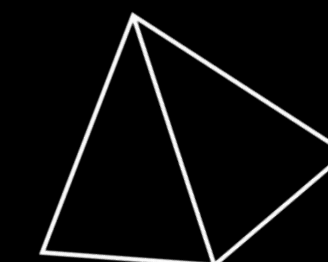
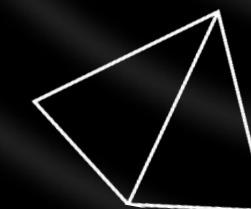
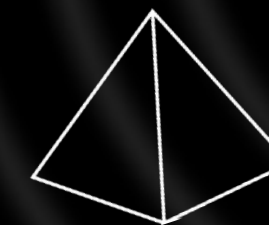
Видны повторения

Приём помогает сразу заметить одинаковые части выражения. Когда слагаемые похожи, их легче объединить и записать в более компактной форме.



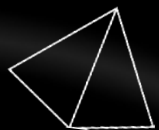
Скорость в длинных выражениях

Чем длиннее выражение, тем полезнее выносить общий множитель. Так проще сократить запись и не потерять важные детали при вычислениях.

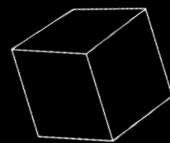


Пошаговые примеры разложения на множители

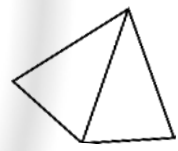
Выражение	Множитель	Результат
$16b + 20b$	$4b$	$4b(4 + 5)$
$15k - 25$	5	$5(3k - 5)$
$28p + 14q$	14	$14(2p + q)$



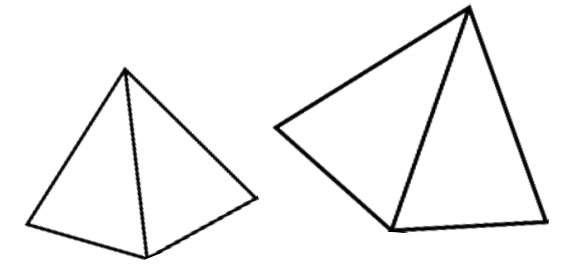
В таблице видно, как сначала находят общий множитель, а затем делят на него каждое слагаемое и записывают выражение в скобках.



Во всех примерах общий множитель определяется по коэффициентам и буквенной части, а затем каждое слагаемое удобно переписывается через деление на этот множитель.



Где встречается этот приём



Упрощение выражений

Если в выражении есть повторяющиеся множители, их выносят за скобки, чтобы запись стала короче и понятнее. Это помогает быстрее выполнять преобразования.

Решение уравнений

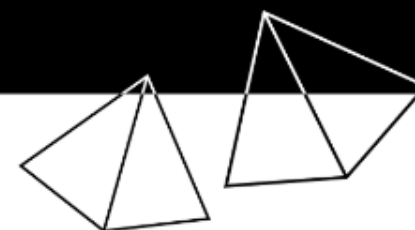
При вынесении общего множителя уравнение часто приобретает более удобный вид. После этого легче заметить одинаковые части и выполнить дальнейшие шаги.

Преобразование формул

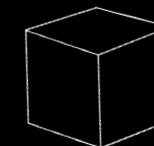
В формулах общий множитель позволяет выделить общую часть записи. Благодаря этому формулу проще анализировать и использовать в вычислениях.

Разложение многочленов

Этот приём является первым шагом к более сложным преобразованиям. Он помогает разбирать многочлен на множители и готовит к изучению новых способов в алгебре.



Мини-памятка для проверки ответа



1

Раскрой скобки

После вынесения множителя обязательно вернись к исходной форме. Раскрытие скобок показывает, действительно ли полученное выражение совпадает с тем, что было сначала.

2

Сравни коэффициенты

Проверь числовые коэффициенты в каждом слагаемом. Если хотя бы одно число не совпадает, разложение выполнено неточно и его нужно исправить.

3

Посмотри на буквы

Убедись, что буквенная часть после раскрытия скобок полностью совпадает с исходным выражением. Ошибка в букве меняет смысл всего преобразования.

4

Проверь знаки

Особое внимание уделяй плюсам и минусам. Именно они чаще всего меняются при вынесении отрицательного множителя и чаще всего приводят к ошибке.

Вынести множитель — значит увидеть смысл выражения

Этот приём делает алгебраические записи короче, помогает замечать структуру выражения и уверенно проверять преобразования. Он станет надёжной основой для дальнейшего изучения алгебры.