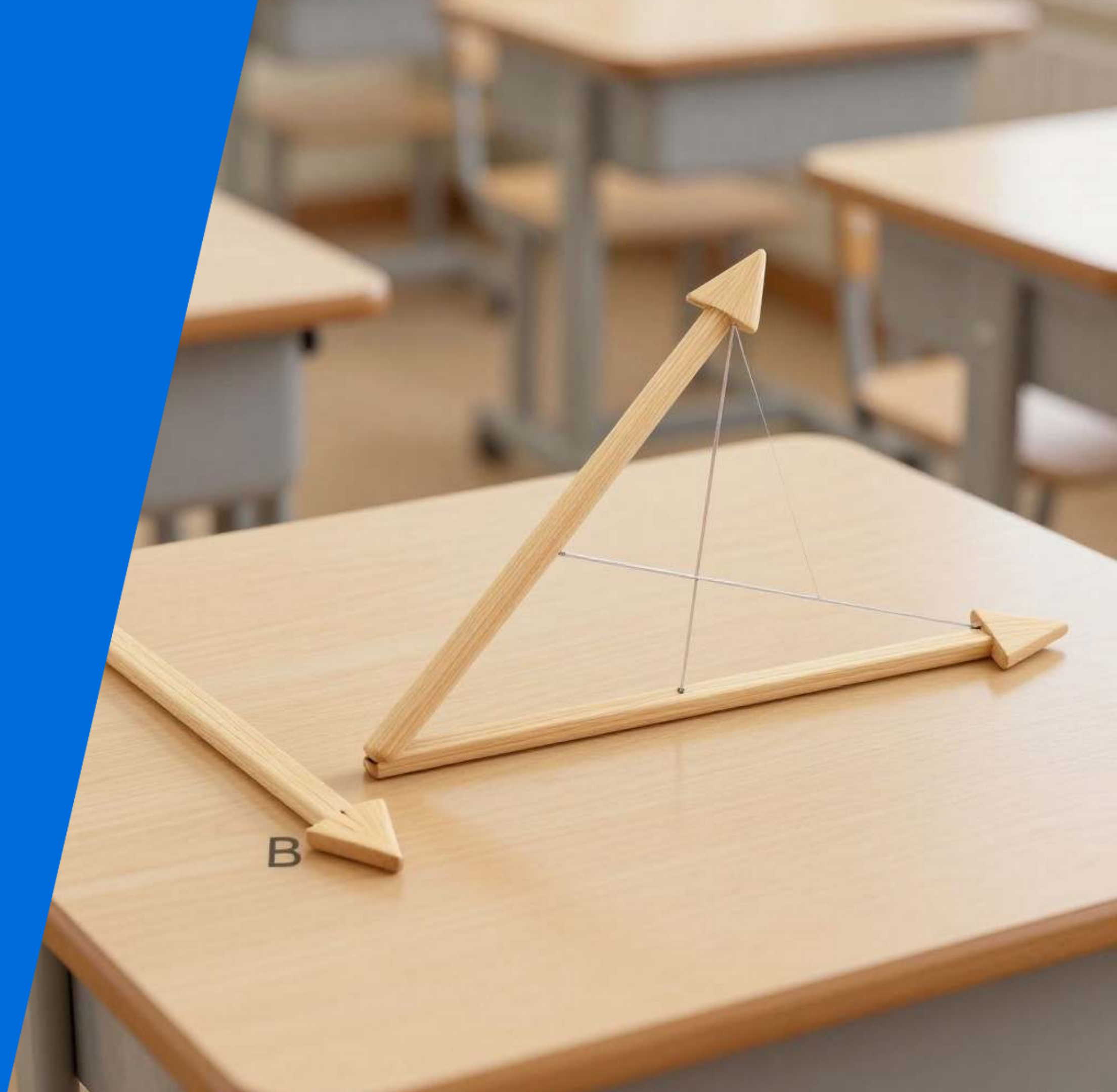


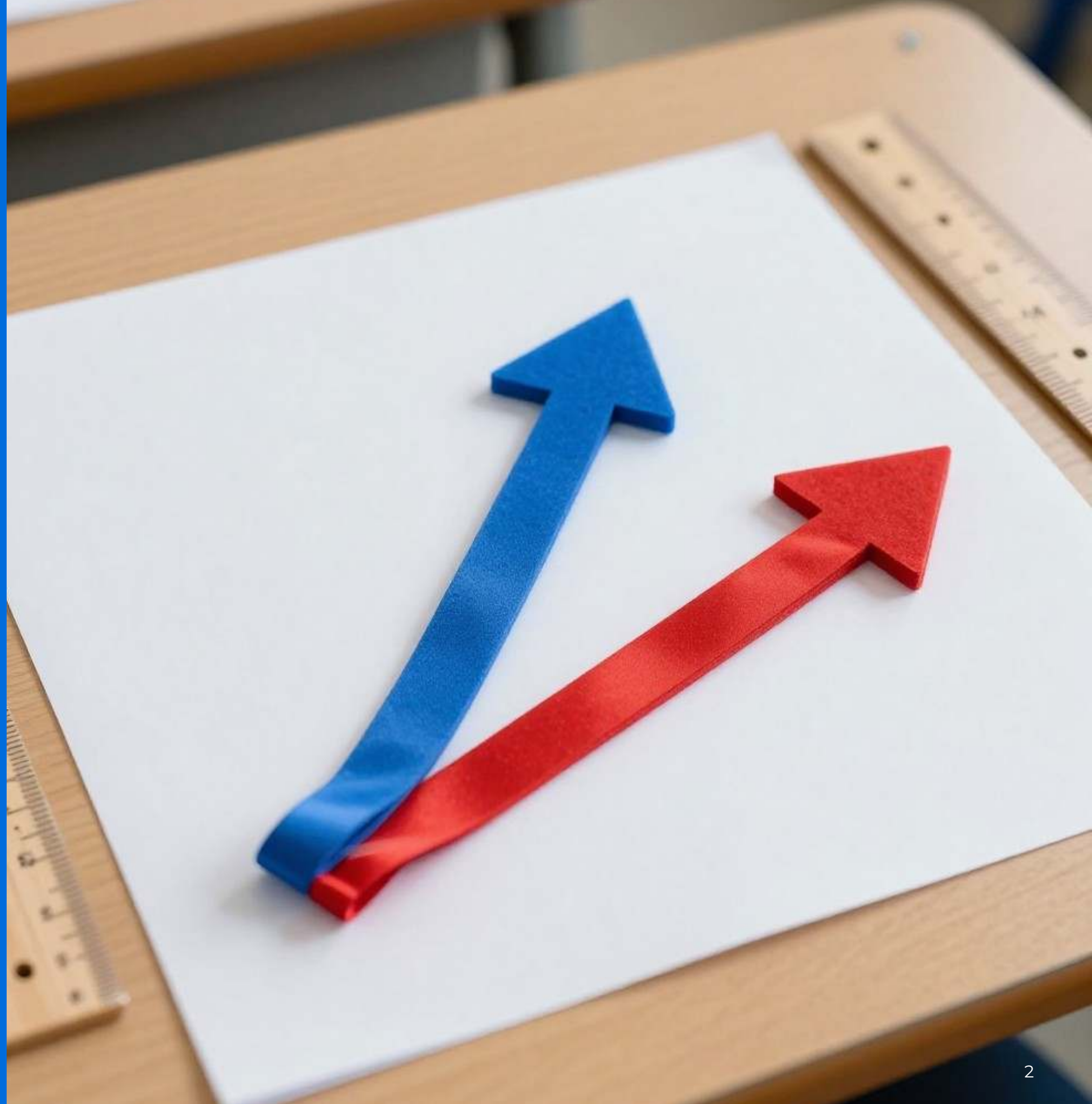
Законы сложения векторов и правило параллелограмма

Как найти общий результат нескольких векторов?



Сложение векторов вокруг нас

Векторы помогают описывать перемещение, скорость и силу. На уроках геометрии они показывают итоговое перемещение на плоскости, а в физике — направление и результат действия нескольких сил.



Что такое вектор

Направленный отрезок

Вектор изображают стрелкой: у него есть начало, конец, длина и направление. Именно сочетание этих признаков отличает его от обычного отрезка на чертеже.

Модуль вектора

Длина вектора называется модулем. Она показывает, насколько велико перемещение или действие, но без указания направления модуль не даёт полного ответа.

Равные векторы

Векторы считаются равными, если их длины одинаковы и они направлены в одну сторону. При этом место расположения на рисунке не имеет значения.

Противоположные векторы

Противоположные векторы имеют одинаковый модуль, но направлены в разные стороны. При сложении они частично или полностью взаимно компенсируют друг друга.



equt

Правило треугольника для сложения векторов

Первый вектор

Сначала строят первый вектор, сохраняя его длину и направление. Его конец станет опорной точкой для следующего шага сложения.

1

Второй вектор

Затем второй вектор откладывают так, чтобы его начало совпало с концом первого. Получается последовательное выполнение двух перемещений.

2

Вектор суммы

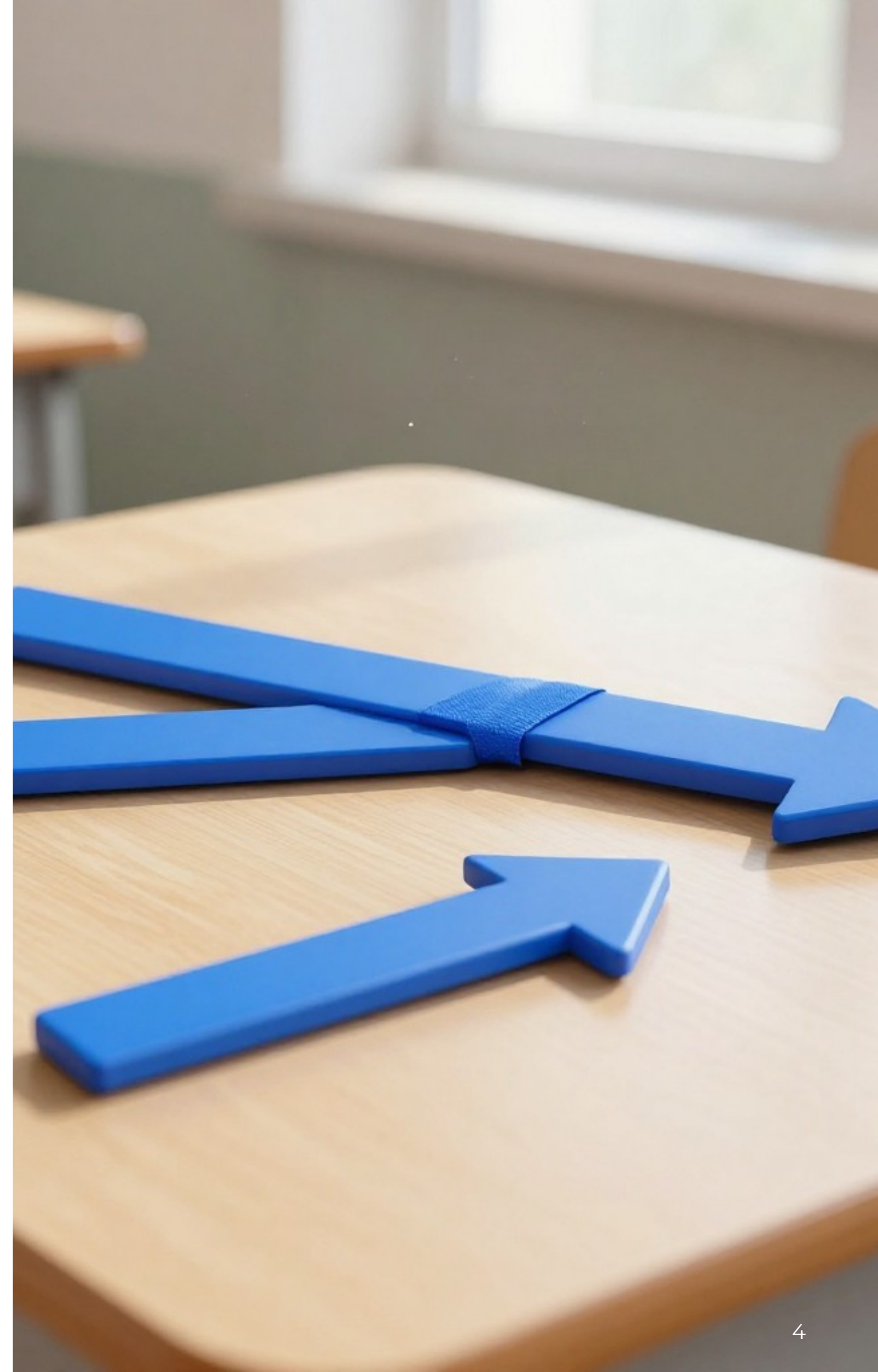
Суммой считают вектор, соединяющий начало первого вектора с концом второго. Он показывает общий результат обоих действий.

3

Практический смысл

Такое построение удобно в задачах о маршруте: сначала выполняется одно перемещение, затем другое, а итогом становится один общий вектор.

4



Правило параллелограмма

Общая точка

Если два вектора отложить из одной точки, они становятся сторонами будущего параллелограмма. Это позволяет сравнивать их направление и длину в одном чертеже.

Диагональ-сумма

Сумма векторов изображается диагональю, выходящей из общей точки. Она показывает результат одновременного действия двух векторов.

Удобство построения

Правило особенно полезно, когда нужно сложить именно два вектора. По готовому параллелограмму легко увидеть и направление, и длину суммы.



Два способа сложения векторов

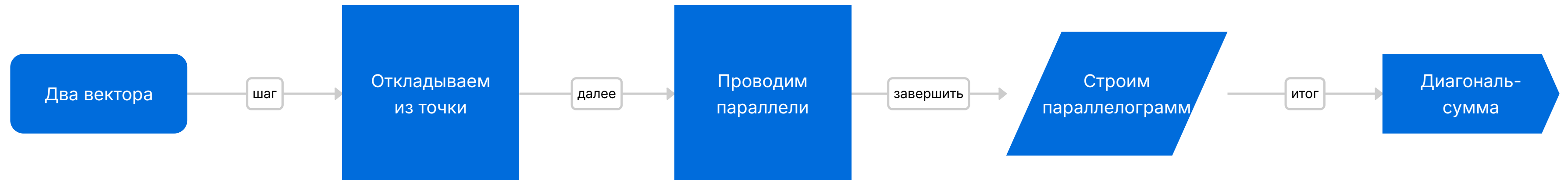
Способ	Построение	Когда удобно	Результат
Треугольник	Последовательно	Маршрут	Сумма
Параллелограмм	Из одной точки	Два вектора	Диагональ

Сравнение двух геометрических способов построения суммы векторов.

Оба способа приводят к одной и той же сумме; выбор зависит от того, как удобнее выполнять построение.

Алгоритм построения суммы по правилу параллелограмма

Последовательность геометрического построения на плоскости



Как угол между векторами влияет на длину суммы

При одинаковых модулях векторов итог особенно заметен, когда меняется именно направление, а не длина каждого вектора.

Чем больше угол между векторами, тем меньше длина суммы; при противоположных направлениях она может стать нулевой.

*Геометрическая зависимость для двух равных векторов,
школьный курс*

Почему направление так важно



Одна сторона

Если два одинаковых вектора направлены одинаково, они усиливают друг друга. Суммарный вектор получается длиннее каждого из них и сохраняет то же направление.



Навстречу друг другу

Когда векторы направлены противоположно, их действия частично или полностью взаимно уменьшаются. Поэтому итоговый вектор становится короче или исчезает совсем.



Нужны оба признака

При сложении нельзя смотреть только на длины. Важны и направление, и угол между векторами, иначе невозможно верно определить результат сложения.

Геометрический смысл равнодействующей

1. Что означает равнодействующая

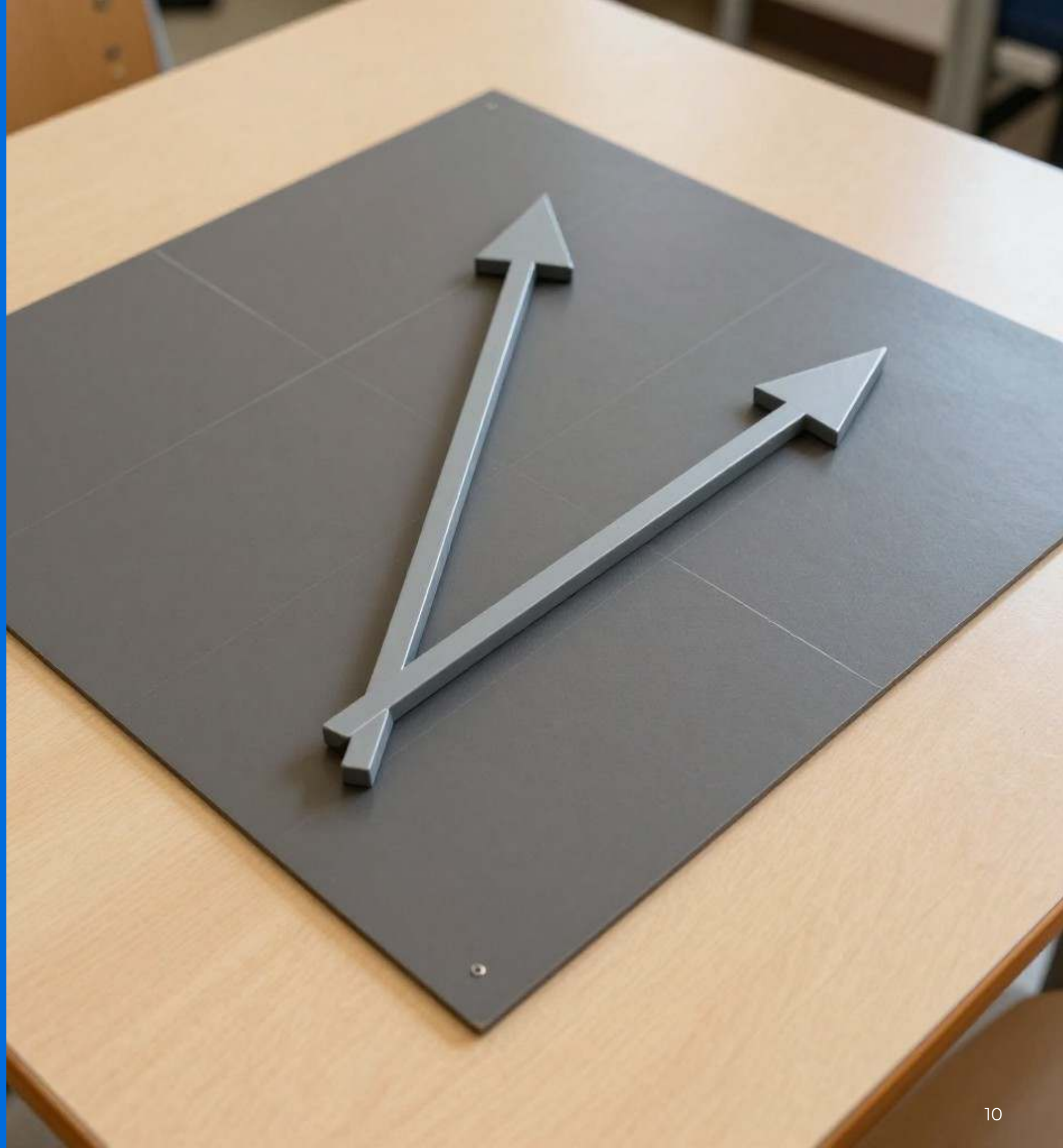
В физике так называют один вектор, который заменяет действие нескольких сил. Он показывает общий эффект, который испытывает тело в данной ситуации.

2. Как найти на чертеже

Если силы направлены под углом, их откладывают из одной точки и строят параллелограмм. Диагональ показывает направление и величину равнодействующей.

3. Почему это полезно

Так можно быстро понять, куда будет двигаться тело и насколько сильным окажется результат действия сил без сложных вычислений.



Сложение перпендикулярных векторов

Для перпендикулярных векторов сумма находится как диагональ прямоугольного треугольника. Длина результата вычисляется по теореме Пифагора.

Чем больше стороны прямоугольного треугольника, тем длиннее диагональ. При таком сложении направление результата определяется сразу по построению.

Пример на перемещение по клетчатой сетке

Первое перемещение

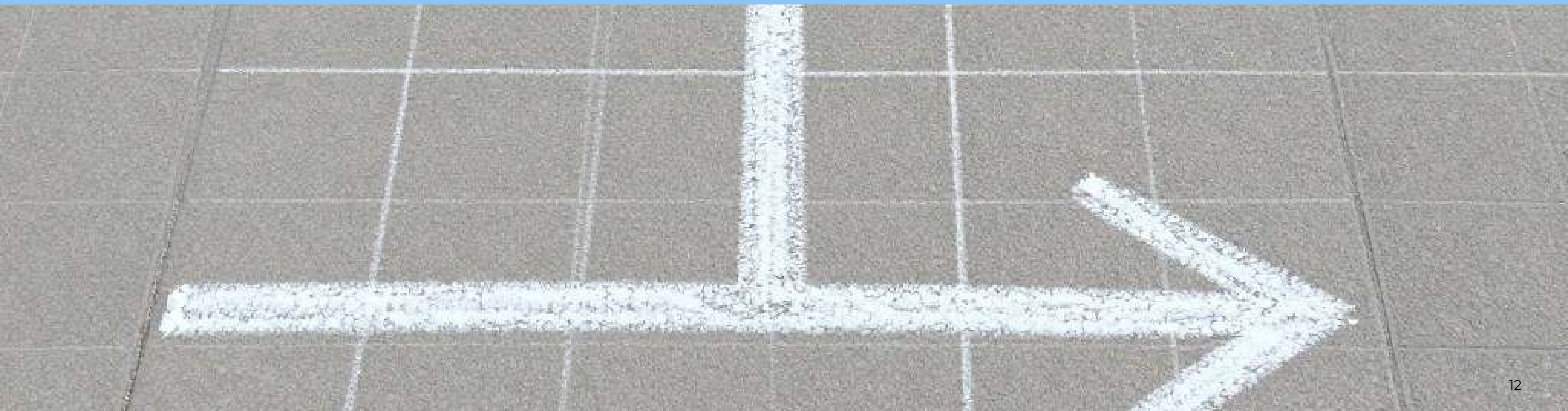
Сначала изображают движение на 2 км на восток. На клетчатой сетке это удобно показать стрелкой вправо от исходной точки, сохраняя точное число клеток и направление.

Второе перемещение

Затем из конца первого вектора откладывают 3 км на север. Такое последовательное построение помогает увидеть, как одно перемещение переходит в следующее без потери направления.

Итоговый путь

Сумма векторов соединяет начальную точку с конечной. Она показывает кратчайшее перемещение между ними и позволяет сразу понять, где окажется объект после двух шагов.



Типичные случаи сложения векторов

Случай	Результат	Пример
Одинаковое	Складываются	$2 + 3$
Противоположное	Вычитаются	5 и 2
Перпендикулярное	Диагональ	3 и 4
Угол 60°	Между случаями	больше 90°

Школьная геометрия, тема сложения векторов

В таблице показано, как меняется результат в зависимости от направления векторов.

Направление влияет не меньше длины: один и тот же модуль может дать разный результат в зависимости от угла между векторами.

Перенос вектора и равенство



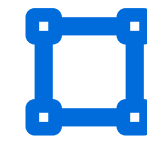
Параллельный перенос

Вектор можно сдвигать параллельно самому себе, не меняя длину и направление. Поэтому его можно изображать в любом месте чертежа, если сохранены все основные признаки.



Равные векторы

Векторы считают равными, когда их длины и направления совпадают. Их положение на листе не важно, потому что вектор задаёт не место, а способ движения.

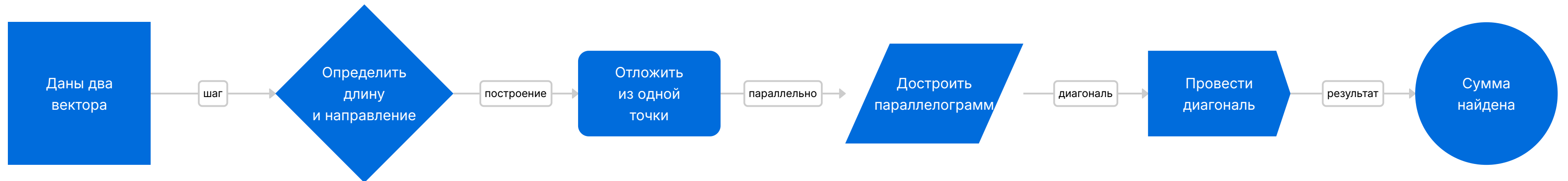


Построение суммы

Именно возможность переноса делает удобным правило параллелограмма. Оба вектора откладывают из одной точки, а затем по ним строят диагональ, показывающую сумму.

Как решается задача на сложение векторов

Последовательность построения суммы двух векторов по правилу параллелограмма



Как меняется длина суммы при равных модулях

При одинаковых длинах векторов особенно заметно, что угол между ними определяет и длину, и направление результата.

С увеличением угла сумма становится короче, а при противоположных направлениях исчезает. Значит, геометрия сложения зависит не только от модулей.

Частые ошибки при сложении векторов

Путают действие

Иногда вместо сложения выполняют вычитание или наоборот. Чтобы не ошибиться, нужно заранее понять, в какую сторону направлен каждый вектор и какой результат требуется найти.

Не учитывают направление

Если смотреть только на длину, ответ может оказаться неверным. У векторов важны не только размеры, но и ориентация, поэтому одинаковые числа не всегда дают одинаковую сумму.

Выбирают неверную диагональ

При построении параллелограмма сумма всегда соединяет общую точку с противоположной вершиной. Другая диагональ не является искомым вектором и показывает совсем другое направление.

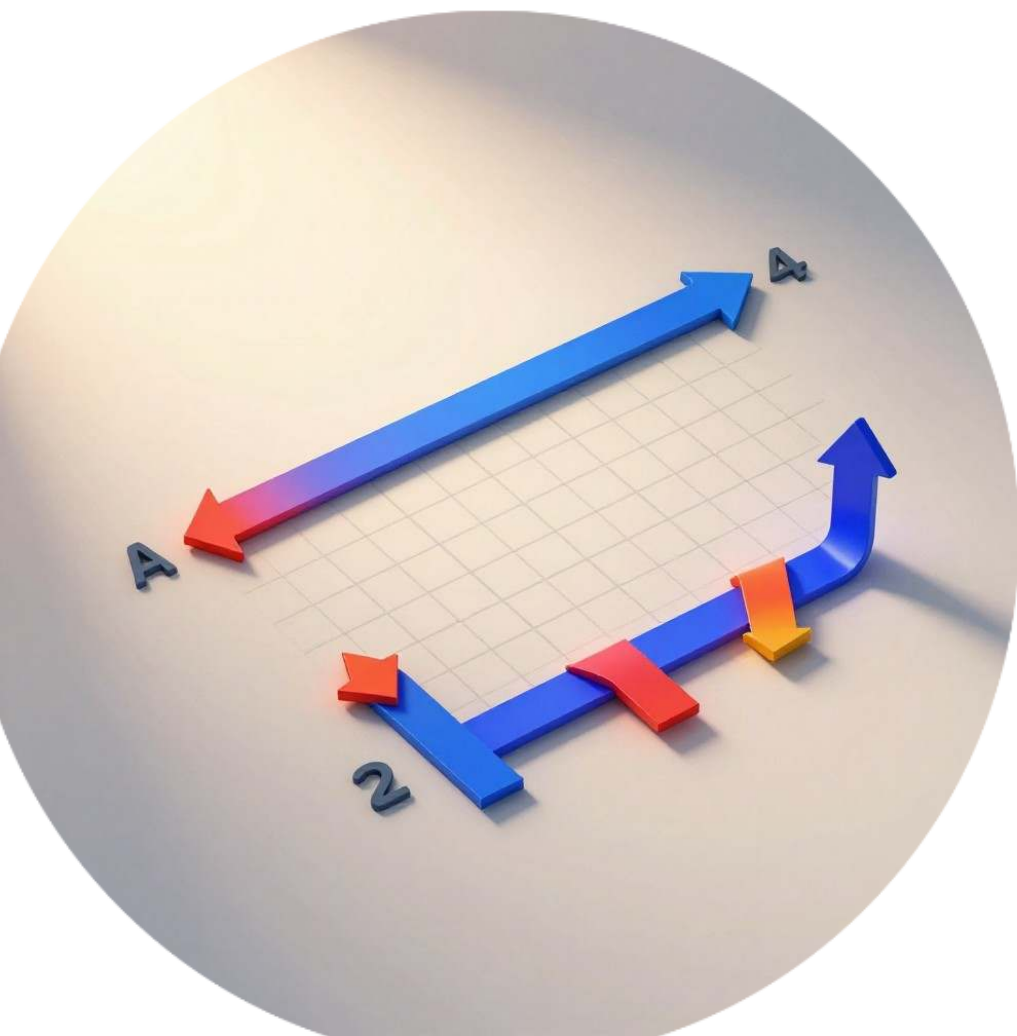
Забывают общую точку

Перед построением оба вектора нужно перенести в одну начальную точку. Без этого параллелограмм не получается, а правило параллелограмма применить нельзя.

Задача на координатной сетке

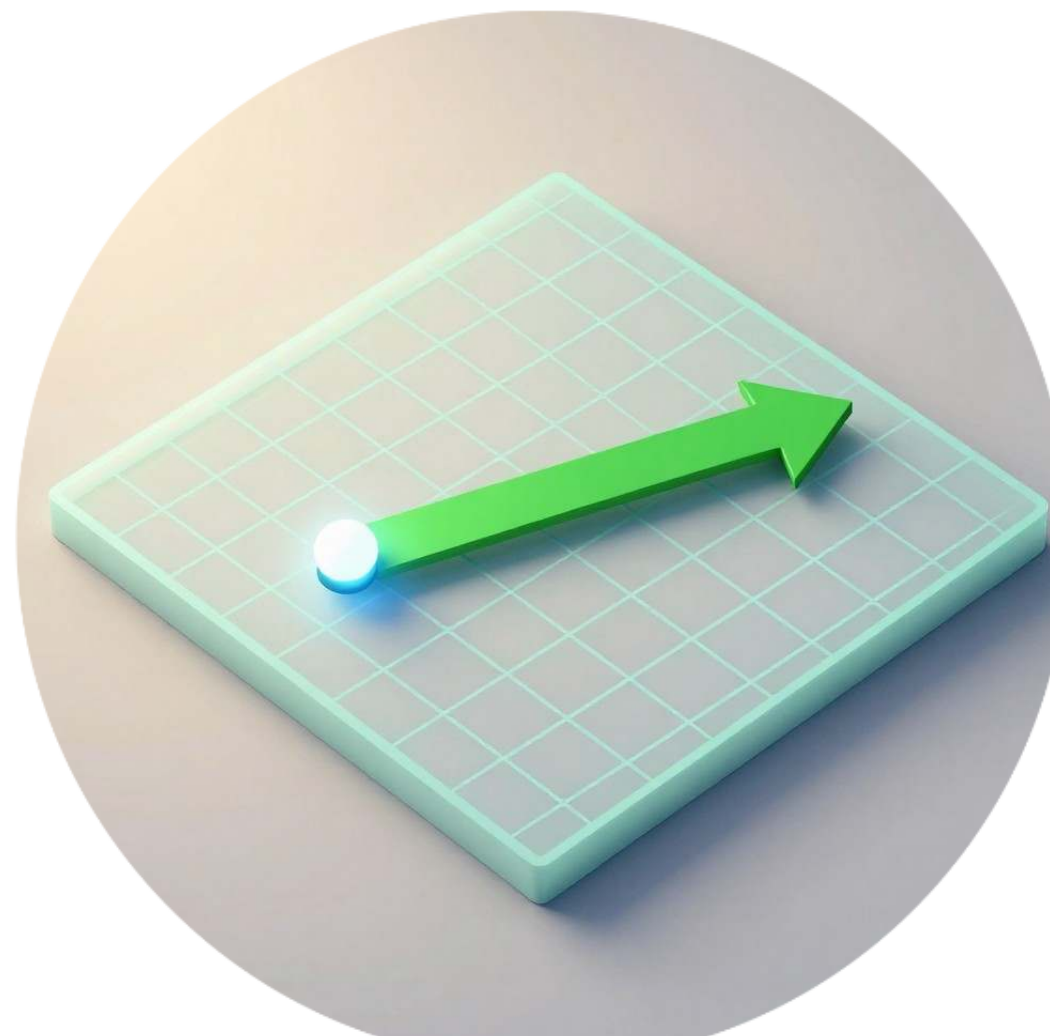
Шаги по клеткам

На сетке удобно считать векторы по клеткам: 4 вправо и 1 вверх, затем ещё 2 вправо и 3 вверх. Каждый отрезок легко проверить по направлению, а рисунок остаётся наглядным и точным.



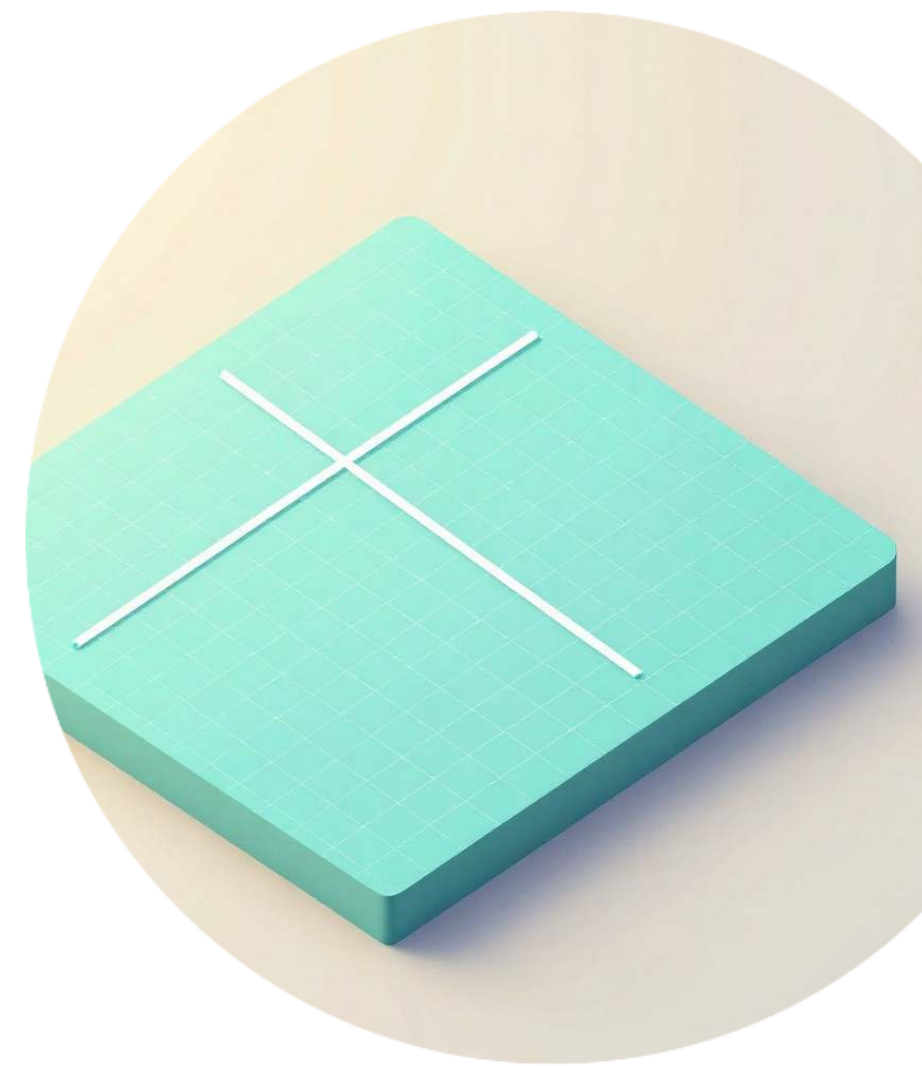
Одна точка старта

Оба перемещения начинаются из одной начальной точки, поэтому их можно сложить как последовательные шаги. Конечная точка показывает, куда придёт объект после двух движений по клеткам.



Диагональ как ответ

Итоговый вектор проводят от начала первого перемещения к последней точке. Он показывает кратчайший путь и помогает увидеть общую величину и направление всего маршрута на плоскости.



Основные свойства сложения векторов

Сначала одно свойство

Если поменять местами слагаемые, сумма не изменится. Это переместительное свойство помогает складывать векторы в любом удобном порядке.

Потом второе

Несколько векторов можно группировать по-разному, и результат останется тем же. Благодаря сочетательному свойству длинную цепочку удобно разбивать на части.

Практический вывод

Обе идеи упрощают построения и вычисления: можно складывать перемещения по шагам и не бояться изменить итог, если порядок записи меняется.



Главный вывод о сложении векторов

Сложение векторов позволяет точно находить результат движения и сил. Если помнить о длине, направлении и угле, а также уметь строить параллелограмм, ответ получается быстро и наглядно.