

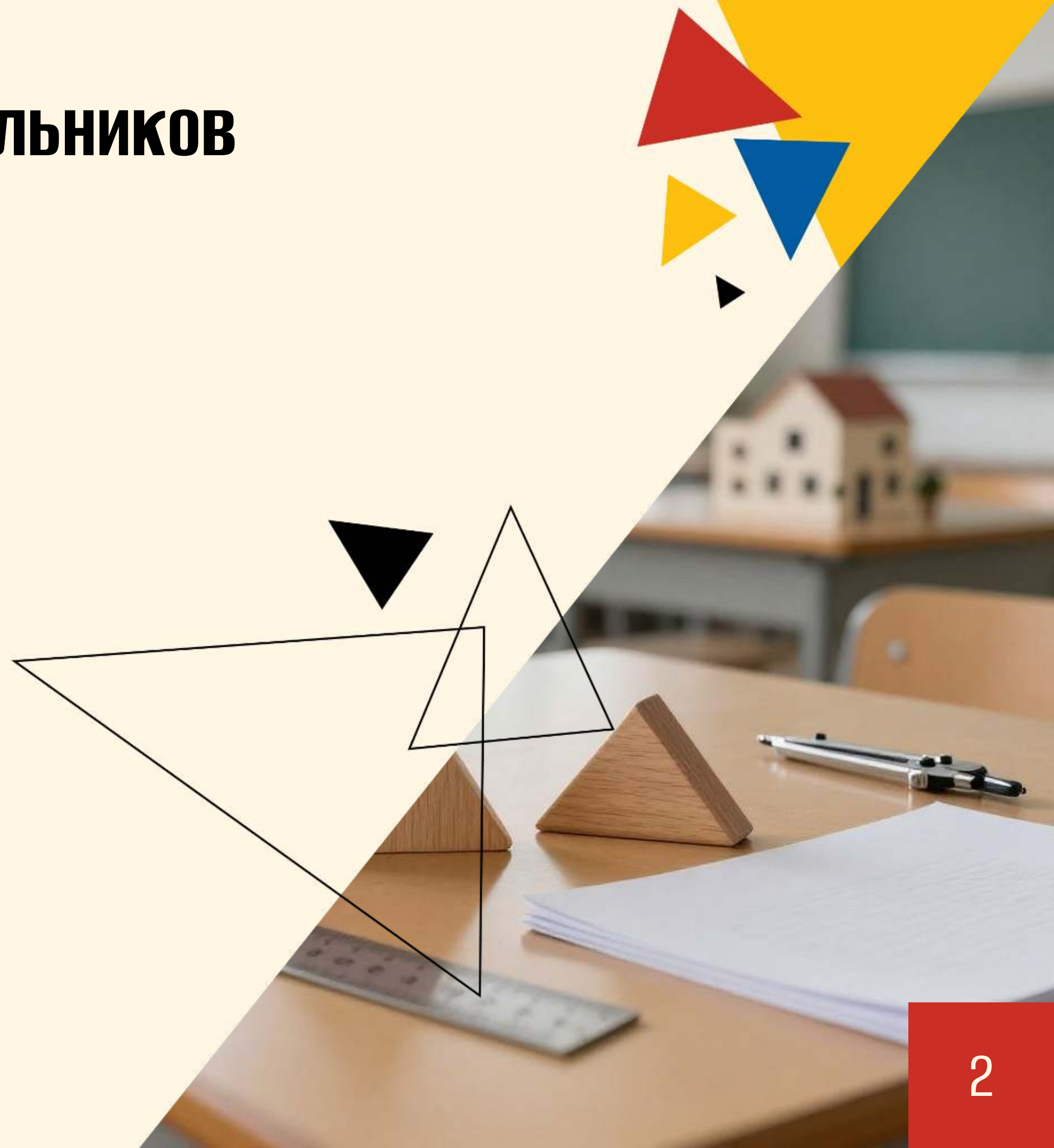
Признаки подобия треугольников

Три признака помогают быстро сравнивать треугольники
и находить неизвестные стороны.



Зачем изучать подобие треугольников

Эта тема помогает решать геометрические задачи, работать с масштабом, чертежами и измерять недоступные объекты без прямых измерений.



Что значит, что треугольники подобны

Одинаковая форма

Подобные треугольники имеют один и тот же вид: все соответствующие углы равны, а стороны отличаются только в одном и том же отношении.

Разный размер

Один треугольник может быть уменьшенной или увеличенной копией другого. При этом его форма сохраняется, а меняется лишь масштаб.

Соответствующие стороны

Если треугольники подобны, то длины их соответствующих сторон пропорциональны. Это позволяет находить неизвестные отрезки через отношение известных сторон.

Коэффициент подобия

Коэффициент подобия показывает, во сколько раз один треугольник больше или меньше другого. Он одинаков для всех пар соответствующих сторон.

Первый признак подобия: два угла

1 Сравнение углов

Если два угла одного треугольника равны двум углам другого, то треугольники подобны. Этого достаточно, потому что сумма углов треугольника всегда равна 180° .

2 Третий угол тоже совпадает

Когда совпадают два угла, третий автоматически становится равным. Значит, форма треугольников полностью определяется уже по двум углам.

3 Где встречается признак

Этот признак часто используют в задачах с параллельными прямыми, где равные углы получают как накрест лежащие или соответственные.



Почему двух углов достаточно

Форма уже задана

- Два равных угла фиксируют форму треугольника: третий угол и общий вид фигуры уже не могут измениться, меняется только размер.

Нужны именно соответствующие углы

- Для вывода о подобии важно сравнивать одинаковые по положению углы. Если совпадает только один угол, этого недостаточно для доказательства.

Без лишних измерений

- Когда известны два угла, не нужно измерять все стороны. Это делает решение короче и удобнее в задачах на построение и сравнение фигур.

Проверка условия

- Если хотя бы одно из двух нужных равенств не выполняется, первый признак не работает. Тогда нужно искать другой способ доказать подобие.

Второй признак подобия: две стороны и угол между ними

Пропорции сторон

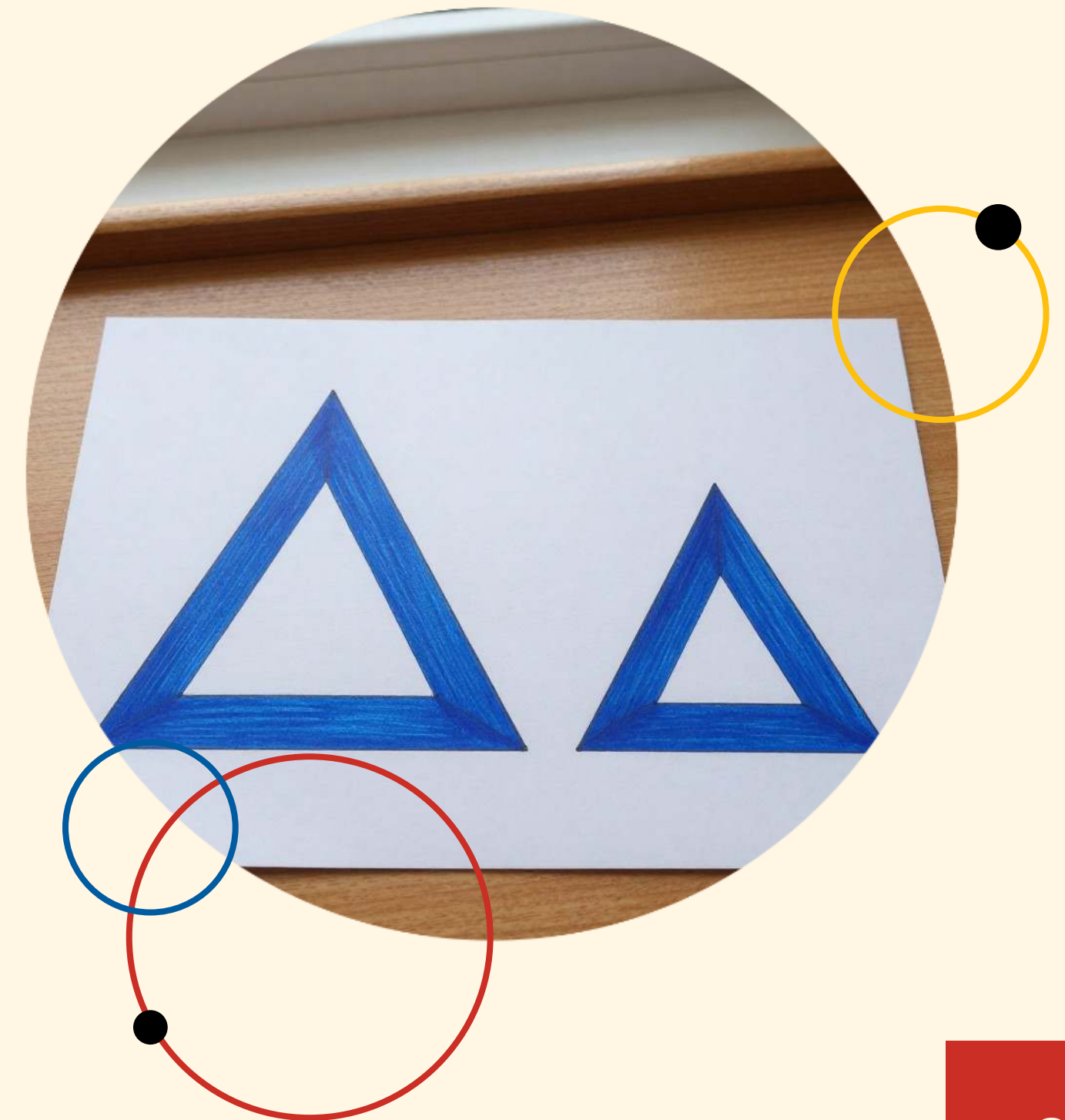
Если две стороны одного треугольника относятся так же, как две стороны другого, начинается проверка второго признака подобия.

Нужен именно включённый угол

Сравнивают не любой угол, а тот, который находится между указанными сторонами. Только в этом случае условие признака будет верным.

Простой пример

Например, отношения 3:6 и 4:8 дают один и тот же коэффициент 1:2. Если при этом равны углы между этими сторонами, треугольники подобны.



Три признака подобия: сравнение условий

Чем больше условий нужно проверить, тем внимательнее приходится выбирать данные из условия задачи.

Первый признак самый быстрый для проверки, а второй и третий требуют больше информации и аккуратности.

Третий признак подобия: три стороны

1 Сравнение всех сторон

Если три стороны одного треугольника пропорциональны трём сторонам другого, треугольники подобны. Здесь достаточно проверить только длины сторон.

2 Углы искать не нужно

При выполнении этого условия углы измерять не обязательно. Отношение сторон уже полностью определяет форму треугольника и подтверждает подобие.

3 Пример отношений

Наборы 2, 3, 4 и 4, 6, 8 пропорциональны: каждая соответствующая сторона увеличена в два раза. Значит, треугольники подобны.

4 Одинаковый коэффициент

Для всех пар соответствующих сторон должен сохраняться один и тот же коэффициент. Если хотя бы одно отношение отличается, признак не выполняется.

Какой признак применять в задаче

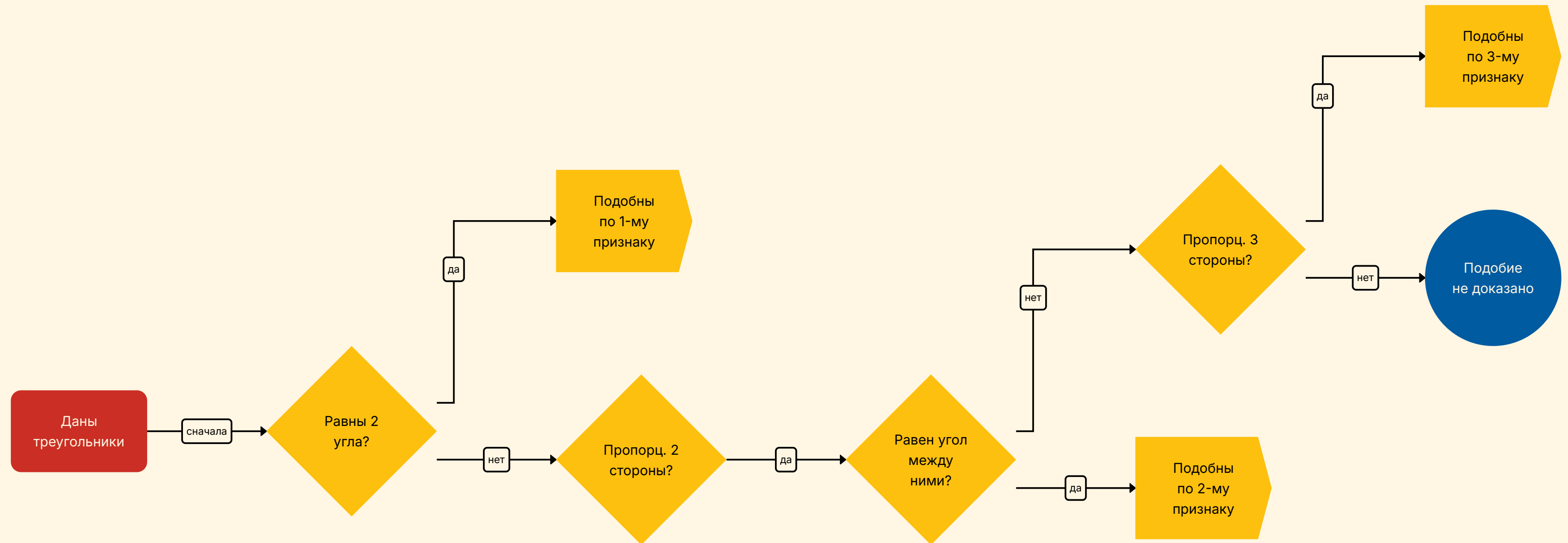
Выбор признака зависит от того, какие элементы треугольников даны в условии. Таблица помогает быстро сориентироваться.

Если известны углы, ищут первый признак; если стороны и угол — второй; если только стороны — третий.

Дано	Признак	Действие
2 угла	1-й	Сравнить углы
2 стороны + угол	2-й	Проверить пропорции
3 стороны	3-й	Сравнить отношения

Как проверить подобие треугольников

Последовательность выбора признака по известным элементам задачи



Соответствие сторон и углов в записи подобия



Порядок вершин

В записи подобных треугольников вершины перечисляют в одинаковом порядке, чтобы сразу видеть соответствие углов и сторон. Это помогает избежать путаницы при доказательстве и вычислениях.

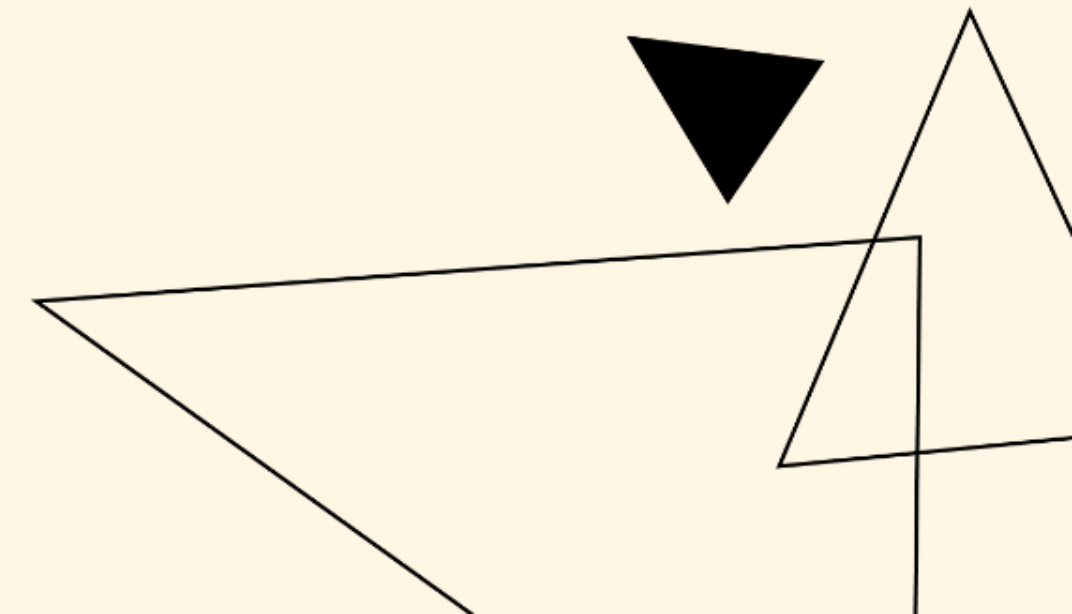


Цена ошибки

Если перепутать порядок вершин, коэффициент подобия получится неверным, а все последующие вычисления тоже будут ошибочными. Поэтому правильное соответствие элементов обязательно проверяют в самом начале.

Соответствующие элементы

Равные углы должны занимать одинаковые места в обозначении треугольников, а напротив них ставят соответствующие стороны. Тогда отношения сторон записываются верно и без ошибок.



Коэффициент подобия и масштаб

Что показывает k

- Коэффициент подобия показывает, во сколько раз стороны одного треугольника больше или меньше соответствующих сторон другого. Он помогает быстро сравнивать фигуры без полного измерения всех элементов.

Равные и разные размеры

- При $k = 1$ треугольники совпадают по форме и размеру. Если k больше 1, второй треугольник увеличен; если $0 < k < 1$, он уменьшен.

Связь с масштабом

- Такой же принцип используют на картах, планах и чертежах. Масштаб показывает, как реальные размеры переносятся на изображение и обратно, сохраняя точные пропорции.



Пропорциональность сторон в подобных треугольниках

Одинаковое отношение сторон сохраняется даже при изменении размеров фигур.

Во всех парах отношение равно 1:2, значит, коэффициент подобия постоянен. Это подтверждает подобие треугольников по пропорциональности сторон.



Подобие в измерениях реальных объектов

1 1. Выбирают опору

Сначала находят небольшой предмет известной высоты, например палку или человека. Он становится опорой для сравнения, когда нужно измерить более высокий недоступный объект.

2 2. Сравнивают тени

Затем измеряют длину тени у обоих объектов. При одинаковом положении Солнца образуются треугольники с равными углами, поэтому можно использовать их подобие.

3 3. Составляют пропорцию

Высоту неизвестного объекта находят через отношение соответствующих сторон. Если известна высота опорного предмета и длина его тени, вычисление становится простым и наглядным.

4 4. Проверяют результат

Полученное значение разумно сопоставляют с ситуацией: высота дерева, здания или башни должна быть реалистичной. Такая проверка помогает заметить ошибку в измерениях или записи пропорции.



Числовые примеры для проверки подобия

В таблице показано, как одинаковое отношение сторон подтверждает подобие треугольников.

В обоих примерах соответствующие стороны изменяются в одно и то же число раз, поэтому треугольники подобны.

Пример	1-й треугольник	2-й треугольник
1	3, 4, 5	6, 8, 10
2	5, 7, 9	10, 14, 18

Типичные ошибки при решении задач

1 1. Неверные стороны

Часто учащиеся сравнивают стороны, которые не соответствуют друг другу. Из-за этого отношение получается неправильным, хотя сами числа могут выглядеть правдоподобно.

2 2. Один угол вместо двух

Для первого признака нельзя ограничиться только одним равным углом. Нужно проверить именно две пары соответствующих углов, иначе вывод о подобии будет неверным.

3 3. Путаница в углах

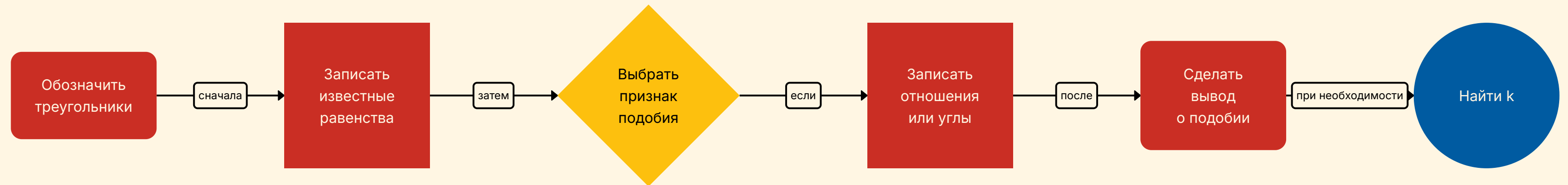
Важно отличать угол между данными сторонами от любого другого угла треугольника. Во втором признаке учитывают только тот угол, который расположен между сравниваемыми сторонами.

4 4. Лишние округления

Иногда ученики округляют числа раньше времени и теряют точность. Лучше работать с точными значениями, чтобы сохранить правильные отношения сторон и избежать ошибки в ответе.

Как оформляется доказательство подобия

Последовательность действий при записи решения геометрической задачи



Подобие треугольников в окружающем мире



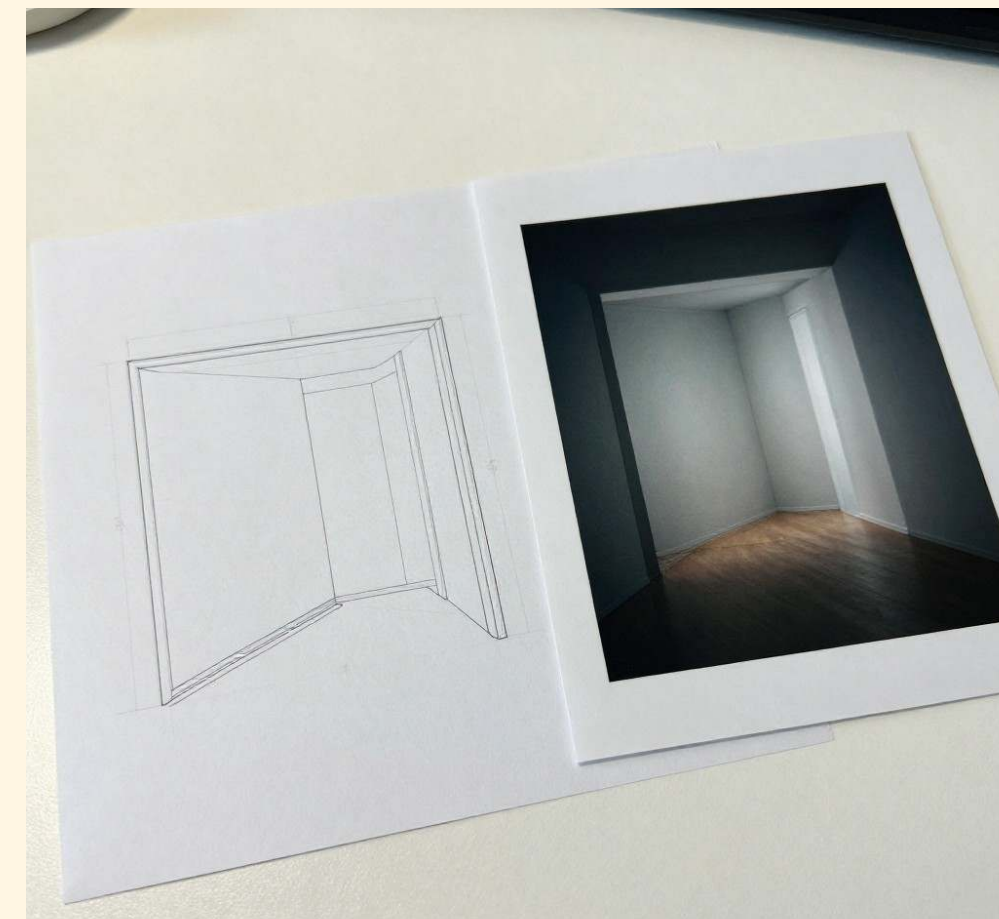
Карта на столе и город за окном

На карте маленький город помещается на листе бумаги, но его улицы и площади сохраняют форму и взаимное расположение. Именно подобие позволяет уменьшать реальные расстояния без потери смысла, а потом использовать план для ориентирования на местности.



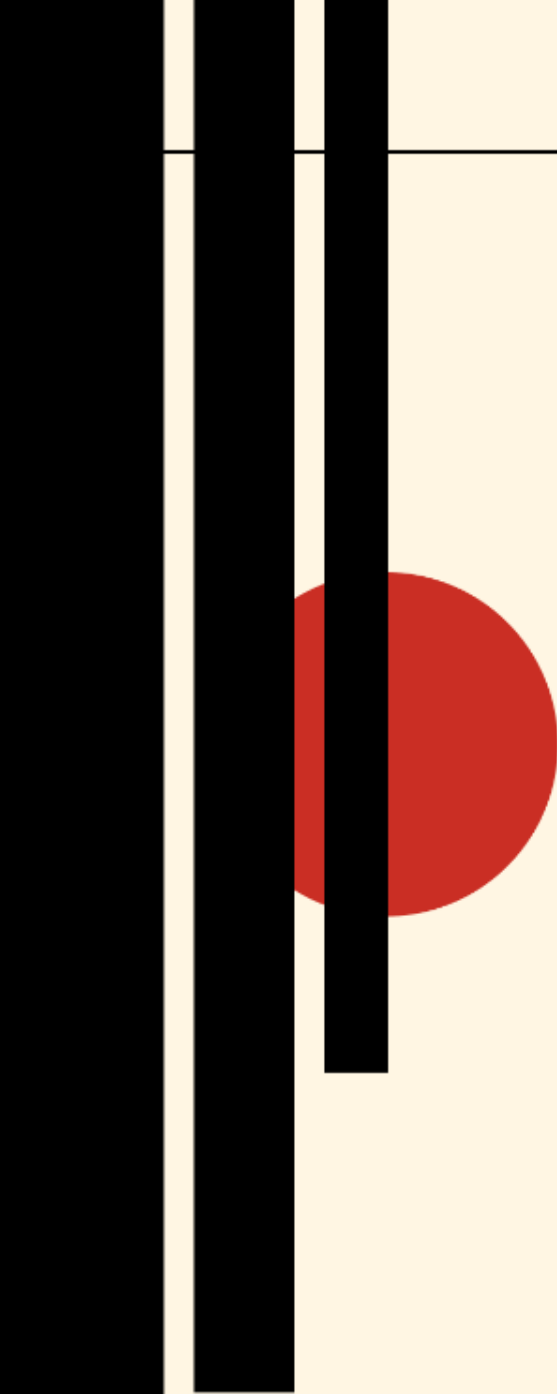
Макет здания перед строительством

Архитекторы создают уменьшенные модели домов и башен, чтобы заранее увидеть пропорции и форму будущего объекта. Такой макет помогает проверить внешний вид сооружения, не строя его в полном размере, и заметить неточности ещё на этапе проекта.



Фотография, чертёж и масштаб

Фотографии с масштабной линейкой, технические чертежи и планы комнат используют одинаковую идею: сохраняют пропорции, но меняют размер изображения. Благодаря этому инженер или ученик может измерить нужную величину прямо по листу бумаги.



Знание трёх признаков помогает
быстро выбрать верный путь решения
и не путаться в вычислениях с углами
и сторонами.



3

**основных признака
подобия треугольников
нужно уверенно различать
в задачах.**

Итог: что даёт тема о подобии

Признаки подобия учат видеть общую форму за разными размерами. Они помогают доказывать равенство углов, находить неизвестные стороны и уверенно работать с чертежами, планами и практическими задачами.