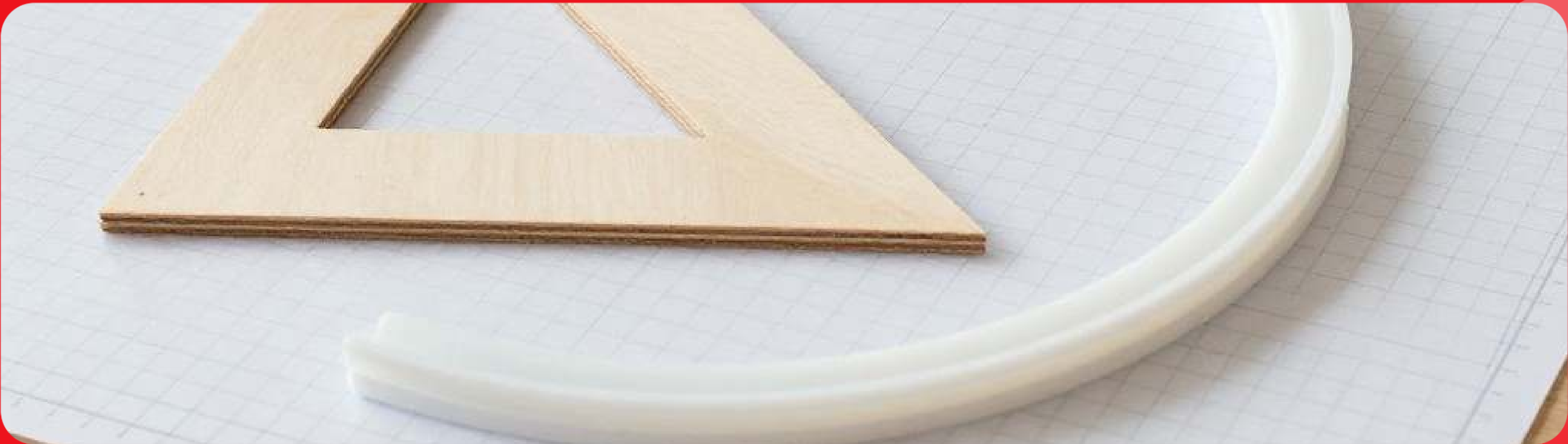




Косинус: основная тригонометрическая функция в геометрии

Косинус помогает измерять стороны, углы и наклоны без прямых построений.

Зачем нужен косинус в 9 классе

Косинус делает геометрию практичной: по углу и одной стороне можно найти неизвестные элементы треугольника, связать их с координатами и решать задачи о высоте, расстоянии и наклоне без лишних измерений.



Определение косинуса острого угла

1

Основная формула

В прямоугольном треугольнике косинус острого угла равен отношению прилежащего катета к гипотенузе: $\cos \alpha = \text{прилежащий катет} / \text{гипотенуза}$.

2

Зависит от угла

Значение косинуса определяется только величиной угла α , поэтому одинаковые углы в разных треугольниках дают один и тот же результат, даже если размеры фигур различаются.

3

Школьный диапазон

В 9 классе это определение применяют для углов от 0° до 90° , когда речь идёт о прямоугольных треугольниках и их неизвестных сторонах.

Стороны прямоугольного треугольника и угол α

Гипотенуза

Это сторона, лежащая напротив прямого угла. Она всегда самая длинная в прямоугольном треугольнике и входит в формулу косинуса как знаменатель.

Прилежащий катет

Так называется катет, который находится рядом с выбранным углом α . Именно его сравнивают с гипотенузой, когда находят косинус.

Противолежащий катет

Этот катет расположен напротив угла α . Он не входит в формулу косинуса, поэтому его легко перепутать с прилежащим, если не смотреть на схему.

Выбор угла

Одна и та же сторона может быть прилежащей для одного угла и противолежащей для другого, поэтому при записи формулы всегда нужно отмечать конкретный угол α .

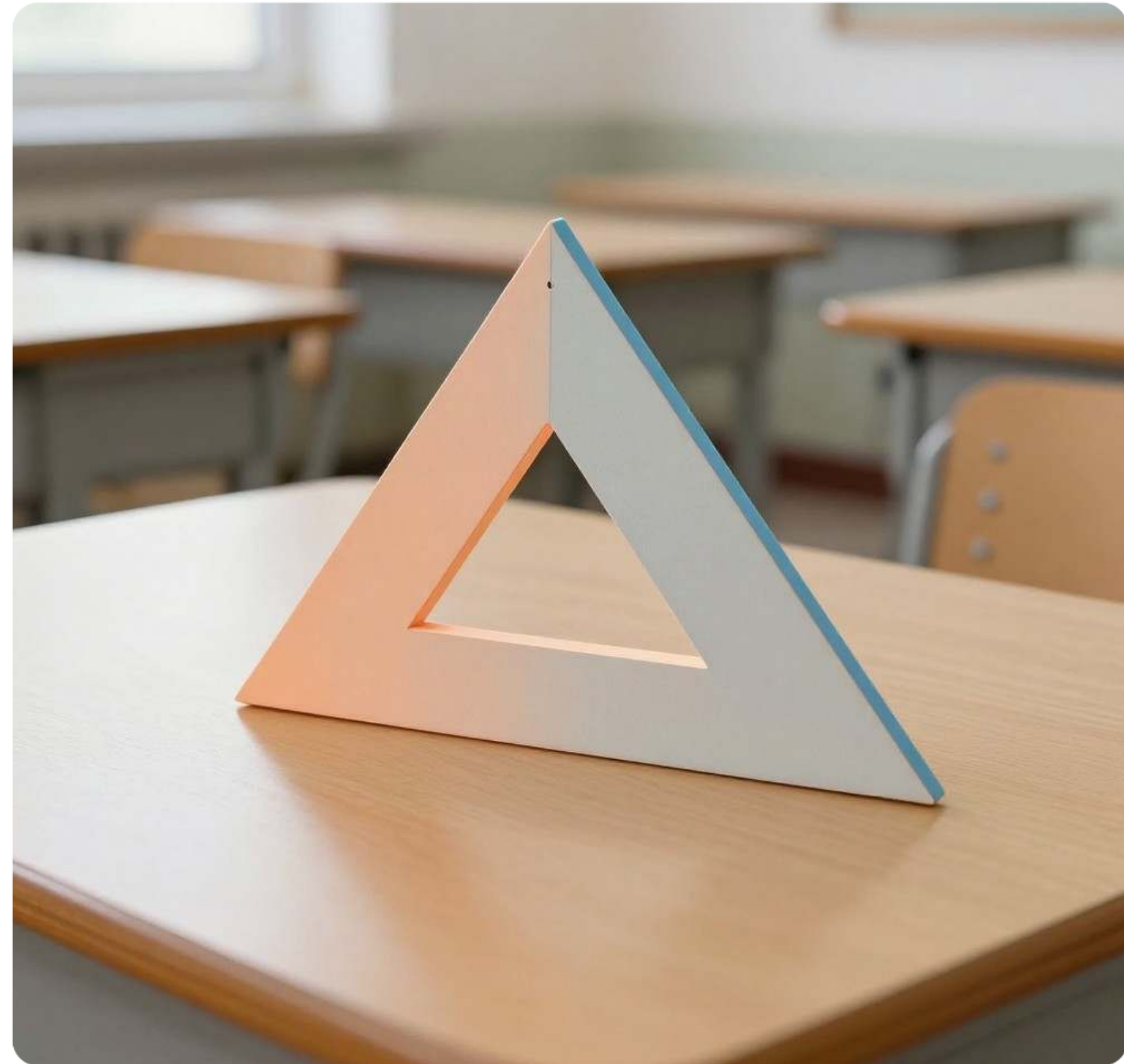


Таблица основных значений косинуса

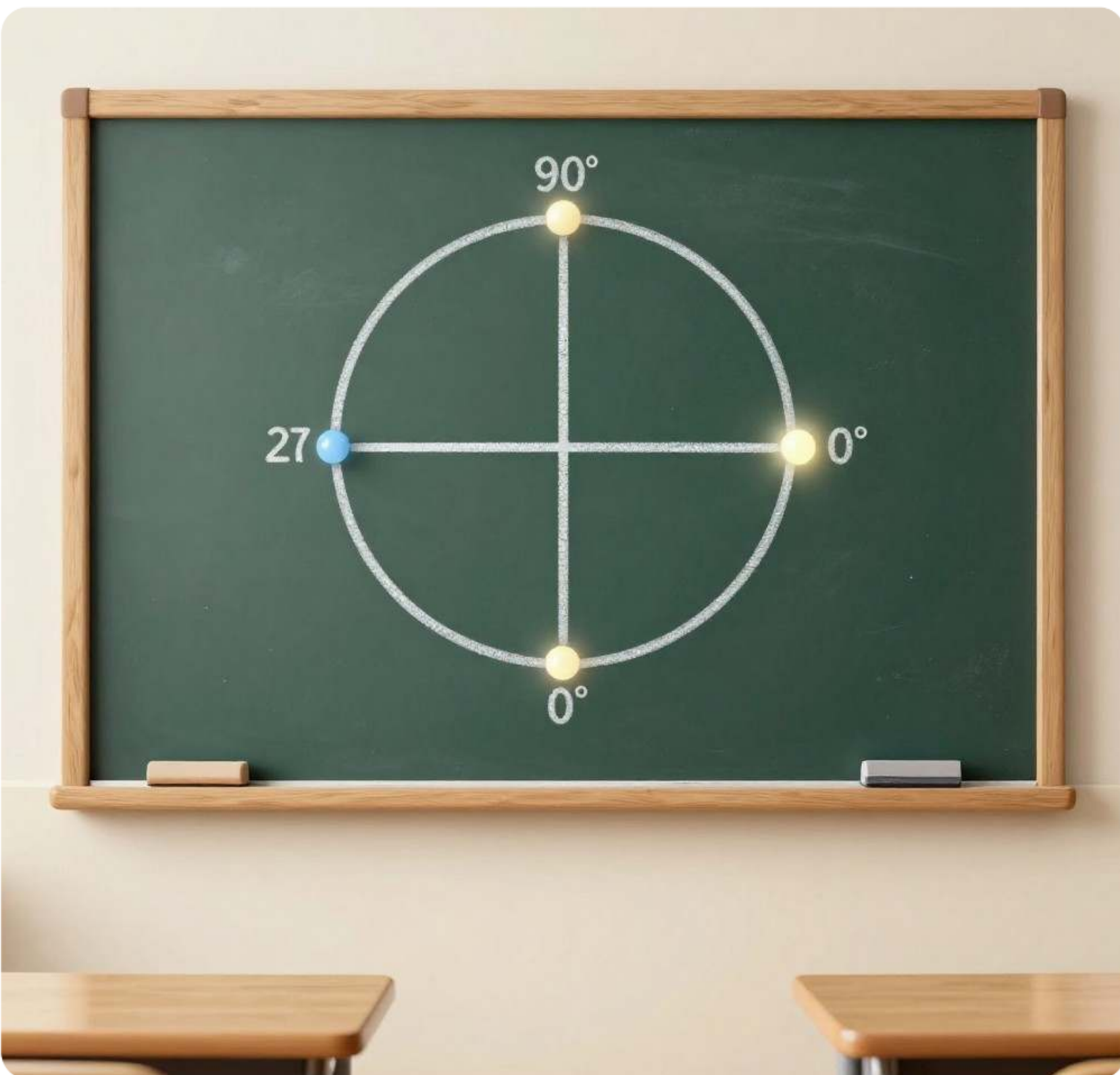
Угол	$\cos \alpha$	Прибл. значение
0°	1	1
30°	$\sqrt{3}/2$	0,87
45°	$\sqrt{2}/2$	0,71
60°	$1/2$	0,5
90°	0	0

Стандартные значения косинуса для углов 0° , 30° , 45° , 60° и 90°

Значения косинуса для стандартных углов удобно запоминать по мере их изменения.

При увеличении острого угла значение косинуса уменьшается, а для 90° становится равным нулю.

Косинус на единичной окружности



1. Координата точки

На единичной окружности косинус угла равен координате x точки, которая соответствует этому углу. Поэтому косинус удобно читать прямо с рисунка.

2. Новые углы

Эта модель позволяет рассматривать не только острые углы, но и 90° , 180° , 270° и 360° , где значение косинуса можно определить без треугольника.

3. Особые значения

Для 180° косинус равен -1 , для 90° и 270° он равен 0 , а для 360° снова становится 1 , как и для полного оборота.

4. Связь с осью

Положение точки на окружности показывает, что знак косинуса зависит от направления по оси x : справа значения положительные, слева — отрицательные.

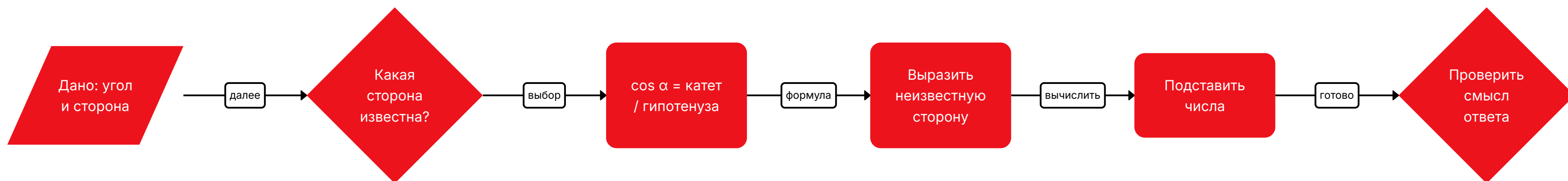
Изменение косинуса от 0° до 180°

Диаграмма помогает увидеть, как функция ведёт себя непрерывно и без резких скачков при переходе через прямой угол.

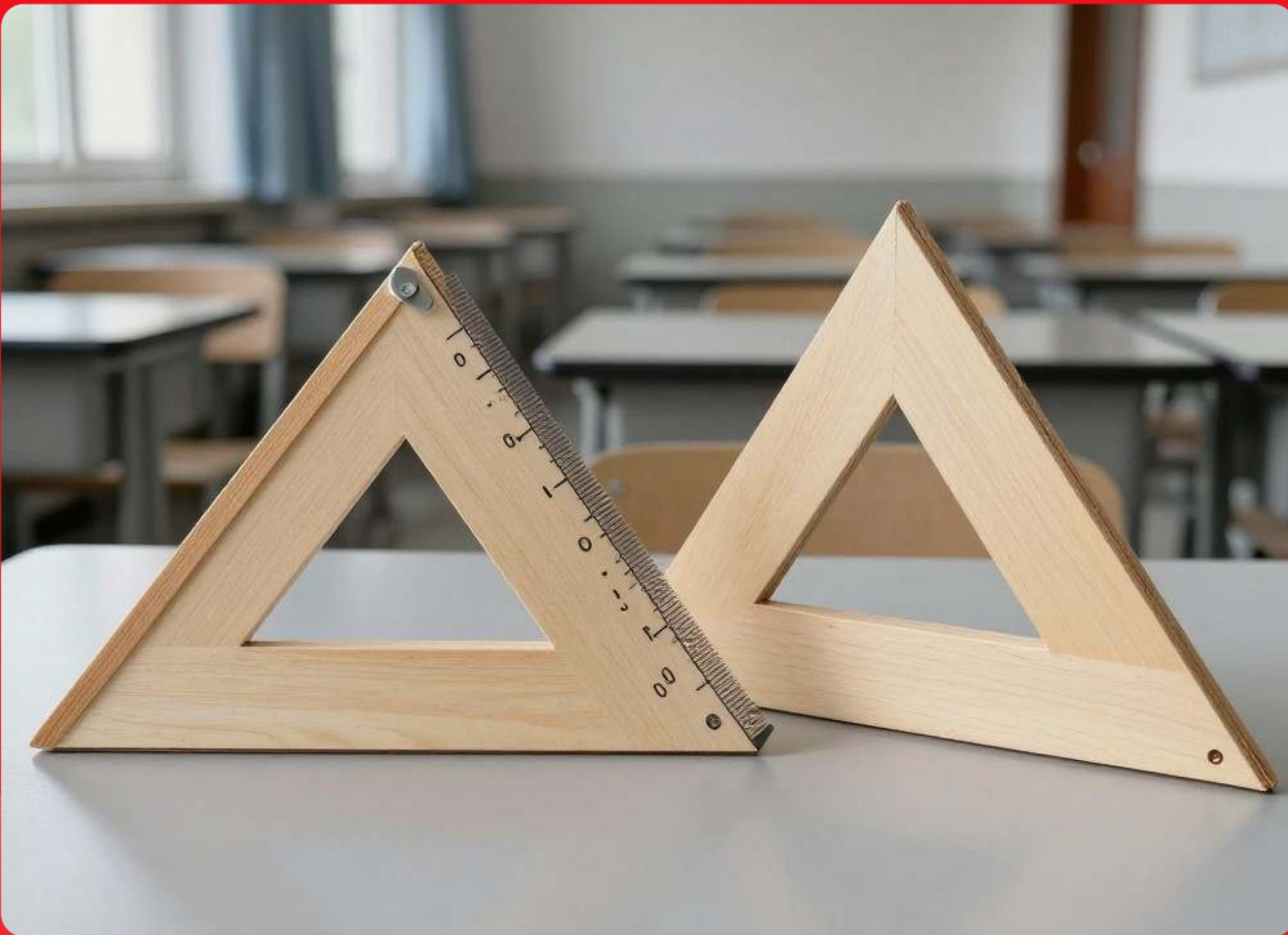
Косинус плавно убывает от 1 до -1 и пересекает ноль при 90° .

Как найти сторону по косинусу

Последовательность действий при решении задач на прямоугольный треугольник.



Примеры вычислений с косинусом



Гипотенуза известна

Если гипотенуза равна 10 см, а угол 60° , то прилежащий катет равен $10 \times \cos 60^\circ = 5$ см. Косинус сразу даёт нужную длину без построений.

Угол 45°

При гипотенузе 8 см и угле 45° прилежащий катет равен $8 \times \sqrt{2}/2 \approx 5,66$ см. Здесь удобно использовать точное значение и затем округлить ответ.

Нужно найти гипотенузу

Если прилежащий катет равен 6 см, а угол 30° , то гипотенуза равна $6 / \cos 30^\circ \approx 6,93$ см. Формула работает и в обратную сторону.

Знак косинуса на координатной плоскости

1

Первая четверть

В I четверти координата x положительна, поэтому косинус тоже положителен. Здесь значения соответствуют точкам справа от оси Oy на единичной окружности.

2

Вторая и третья четверти

Во II и III четвертях координата x отрицательна, значит косинус принимает отрицательные значения. Это сразу видно по положению точки слева от оси Oy .

3

Четвёртая четверть

В IV четверти координата x снова становится положительной, поэтому косинус возвращается к положительным значениям, хотя точка уже находится ниже оси Ox .

4

Оси координат

На положительной полуоси Ox косинус равен 1, на отрицательной полуоси Ox — -1 , а на оси Oy он равен 0, потому что x -координата там нулевая.



Синус и косинус: сравнение формул

Таблица показывает, как две функции связаны с одним и тем же углом, но используют разные стороны треугольника.

Синус и косинус различаются только выбором стороны относительно угла; при 30° и 60° их значения меняются местами.

Функция	Формула	30°	60°
sin	противолежащий / гипотенуза	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	прилежащий / гипотенуза	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$

Косинус в задачах на измерение

Лестница у стены

Лестница, прислонённая к стене, сразу превращает бытовую ситуацию в задачу на косинус. Известны длина лестницы и угол у пола, а значит можно найти расстояние до стены или проверить, насколько безопасен наклон.



Тень и недоступная высота

Когда измерить дерево или столб напрямую нельзя, помогают длина тени и угол падения лучей. Косинус позволяет связать эти данные с расстоянием по земле и вычислить нужную сторону без подъёма на высоту.



Наглядное сравнение основных значений косинуса

Диаграмма помогает увидеть не только числа, но и общий порядок убывания функции от нуля к прямому углу.

Чем больше острый угол, тем меньше косинус и тем короче прилежащая сторона при той же гипотенузе.

Это равенство помогает находить косинус, если известен синус, и наоборот. Оно опирается на свойства прямоугольного треугольника и теорему Пифагора.

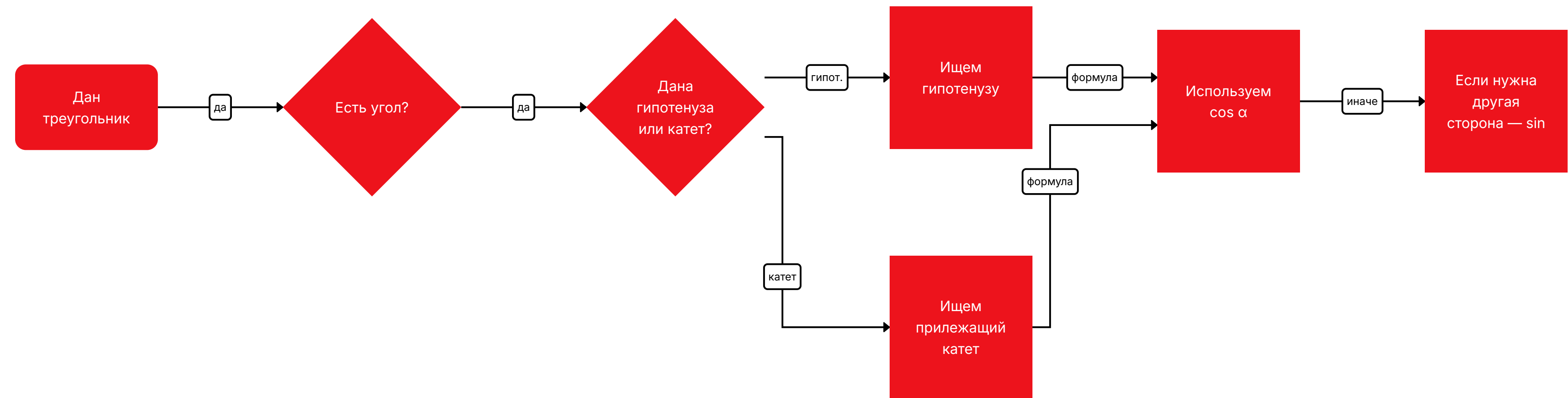
Теорема Пифагора и основное тригонометрическое тождество

1

**формула $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha =$
показывает, что две
тригонометрические
величины дополняют друг
друга до полного значения.**

Когда в задаче нужен именно косинус

Схема выбора формулы по известной стороне и требуемому результату



Типичные ошибки при работе с косинусом



Путают катеты

Часто ученики берут противолежащий катет вместо прилежащего. Из-за этого формула подставляется верно по виду, но даёт неправильный ответ.



Считают не тот угол

Косинус всегда зависит от выбранного угла. Если взять другой острый угол, прилежащая сторона изменится, и результат станет неверным.



Ошибаются в значениях

Нужно помнить, что $\cos 90^\circ$ равен нулю, а не дроби. При вычислениях важно аккуратно использовать приближённые значения и корни.



Не проверяют единицы

Ответ должен быть записан в тех же единицах, что и дано в условии. Сантиметры, метры и градусы нельзя смешивать без проверки.

Косинус в типовых школьных задачах

Ситуация	Известно	Нужно	Формула
Лестница у стены	длина, угол	высота	$\cos \alpha$
Дорога в гору	уклон, длина	горизонталь	$\cos \alpha$
Движение под углом	путь, угол	проекция	$\cos \alpha$

В таблице собраны самые узнаваемые ситуации, где нужно найти сторону по углу наклона и известной длине.

Во всех примерах косинус помогает находить прилежащую сторону или горизонтальную проекцию по длине и углу наклона.

Применение косинуса в науке и технологиях



Физика

Косинус помогает разложить силу на части, направленные вдоль осей. Это удобно при изучении движения, равновесия и работы механизмов.



Навигация

В навигации косинус используют, чтобы уточнять направление движения и курс. Он помогает переводить угол поворота в понятную горизонтальную проекцию.



Компьютерная графика

При поворотах, освещении и построении сцен косинус задаёт положение объектов. Благодаря этому изображения выглядят объёмными и реалистичными.



Инженерия

В инженерных расчётах косинус нужен для оценки наклона конструкций и длины проекций. Он помогает точно описывать расположение деталей в пространстве.

Мини-шпаргалка по косинусу

Формула, которую нужно помнить

Главное правило звучит просто: косинус — это отношение прилежащего катета к гипотенузе. Если запомнить, какая сторона лежит рядом с выбранным углом, задача уже наполовину решена.

Стандартные значения без лишних вычислений

Для 0° , 30° , 45° , 60° и 90° значения косинуса лучше знать наизусть. Они часто встречаются в заданиях и помогают быстро проверить ответ без калькулятора и длинных построений.

Как читать косинус на окружности

На единичной окружности косинус совпадает с координатой x . Поэтому по мере движения точки вправо значение растёт, а при движении влево становится отрицательным.



Что важно знать о косинусе после урока

Косинус связывает угол, стороны треугольника и координаты на окружности. Если помнить формулу, стандартные значения и знак по четвертям, задачи по теме решаются намного увереннее.