

Определение и простейшие свойства движений

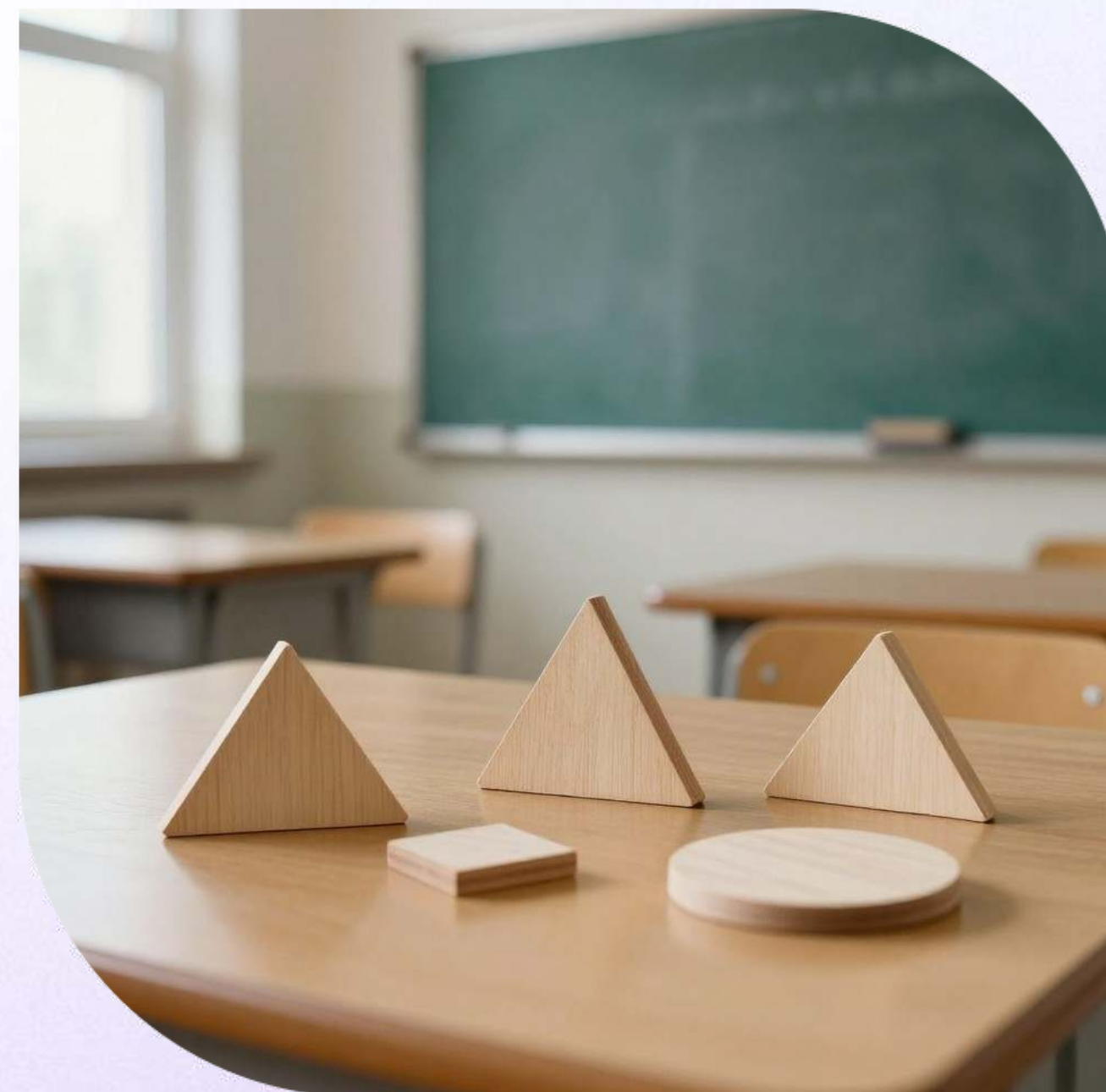
Движения сохраняют форму, размеры
и равенство фигур.





Зачем изучать движения в геометрии

Движения позволяют быстро сравнивать фигуры, доказывать их равенство и понимать симметрию. Эти идеи встречаются в построениях, на координатной плоскости и в привычных примерах из жизни — от зеркал до орнаментов и вращающихся предметов.



Определение движения

1

Сохранение расстояний

Движение — это преобразование плоскости, при котором расстояние между любыми двумя точками не меняется. Если точки A и B переходят в A_1 и B_1 , то $AB = A_1B_1$.

2

Равная фигура

Из сохранения расстояний следует, что после движения фигура не меняет форму и размеры. Она лишь переходит в равную ей фигуру, без растяжения, сжатия или искажения.

3

Что это означает

Движение удобно рассматривать как точное перемещение фигуры на плоскости. Оно сохраняет все важные измерения, поэтому его используют в доказательствах и построениях.

Что сохраняется при движении

- **Длины и углы**

После движения сохраняются длины всех отрезков и величины всех углов. Поэтому соответствующие стороны и углы исходной фигуры и её образа остаются равными.

- **Периметр и площадь**

Так как размеры фигуры не меняются, сохраняются её периметр и площадь. Это особенно важно при сравнении фигур и решении задач на равенство.

- **Прямые и лучи**

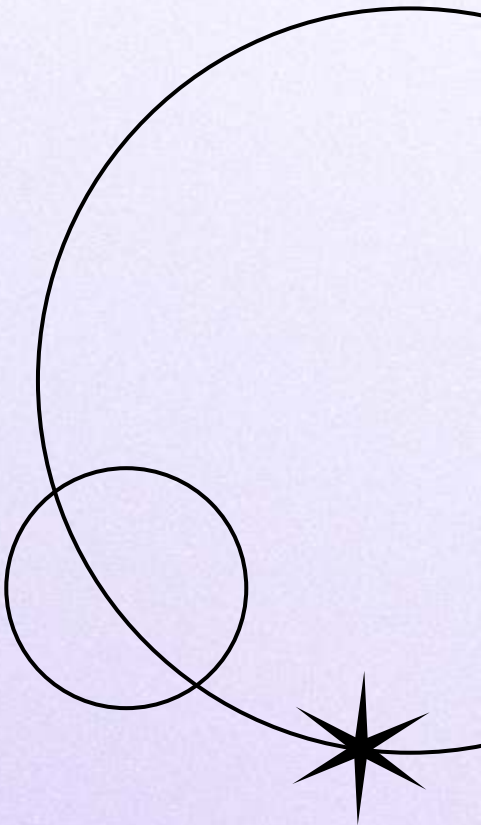
Прямая переходит в прямую, луч — в луч, а отрезок — в равный отрезок. Если три точки были на одной прямой, их образы тоже будут коллинеарны.

- **Середина отрезка**

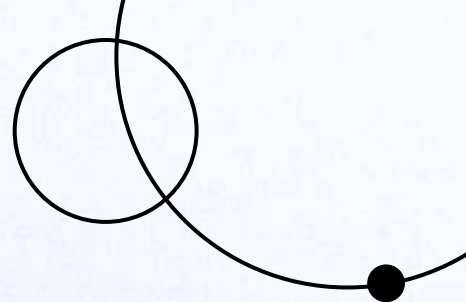
Середина отрезка после движения остаётся серединой соответствующего отрезка. Это свойство часто используют при построениях и проверке правильности чертежа.

- **Сохранение порядка**

Движение не нарушает взаимное расположение точек в фигуре. Поэтому можно сравнивать не только отдельные элементы, но и весь рисунок целиком.



Основные виды движений и их признаки

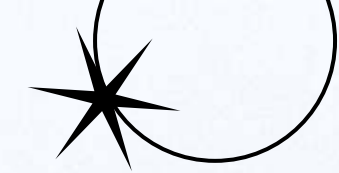


Сравнение трёх основных движений на плоскости и их характерных свойств.

Вид движения	Как изменяется фигура	Что сохраняется
Параллельный перенос	Сдвиг на вектор	Длины, углы, параллельность
Осевая симметрия	Отражение относительно прямой	Длины, углы, форма
Поворот	Вращение вокруг точки	Длины, углы, расстояния до центра

Все три преобразования являются движениями, потому что не изменяют размеры и форму фигуры.

Параллельный перенос



Смысл переноса

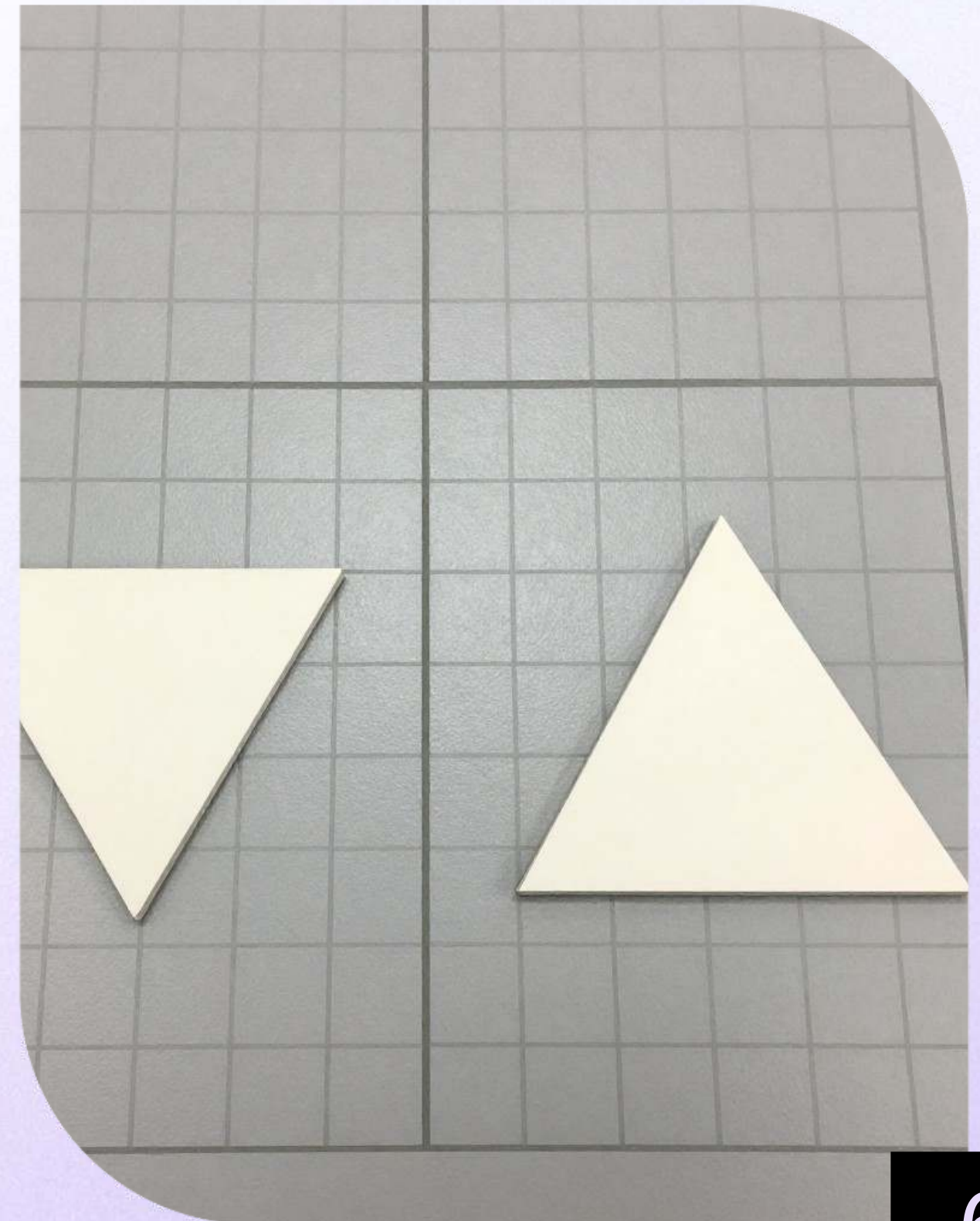
При параллельном переносе каждая точка фигуры смещается на один и тот же вектор. Вектор задаёт направление и длину, поэтому все точки двигаются одинаково.

Что не меняется

Фигура при переносе не поворачивается и не отражается. Её форма остаётся прежней, а соответствующие стороны и углы после переноса совпадают с исходными.

Где встречается

Такое движение легко увидеть на клетчатой бумаге, в повторяющемся узоре или при перемещении одинаковых элементов на координатной плоскости.



Свойства параллельного переноса

1

Длины сохраняются

После параллельного переноса все отрезки остаются равными своим исходным образам. Это значит, что размеры фигуры не изменяются, и её можно точно сопоставить с исходной.

2

Углы и параллельность

Углы сохраняют свою величину, а прямые переходят в параллельные им прямые. Если в фигуре были параллельные стороны, они останутся параллельными и после переноса.

3

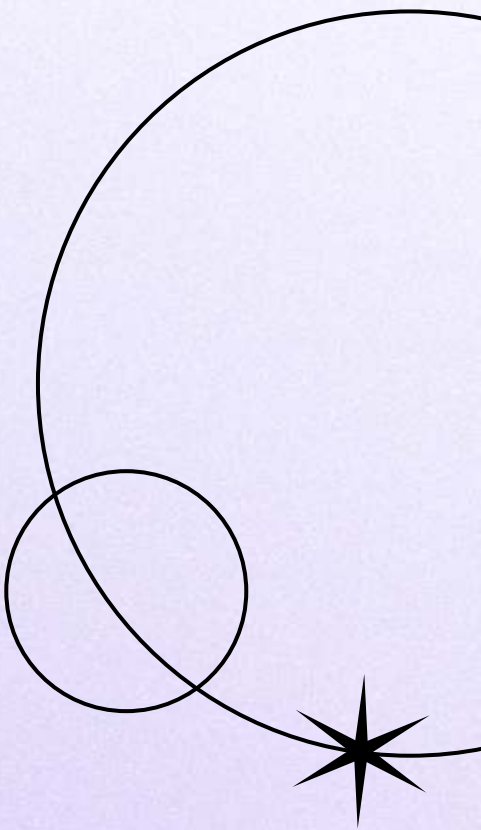
Площадь и форма

Площадь фигуры не меняется, потому что перенос не искажает её. Изображение остаётся таким же, только занимает новое положение на плоскости.

4

Удобство в задачах

Параллельный перенос часто используют в координатных построениях и при работе с повторяющимися рисунками, где важно сохранить точность и одинаковость элементов.



Осевая симметрия

- **Зеркальное отражение**

При осевой симметрии каждая точка фигуры переходит по другую сторону от прямой на таком же расстоянии. Эта прямая называется осью симметрии.

- **Неподвижные точки**

Точки, лежащие на оси симметрии, не изменяют своего положения. Они остаются на месте, потому что находятся одинаково близко к обеим сторонам отражения.

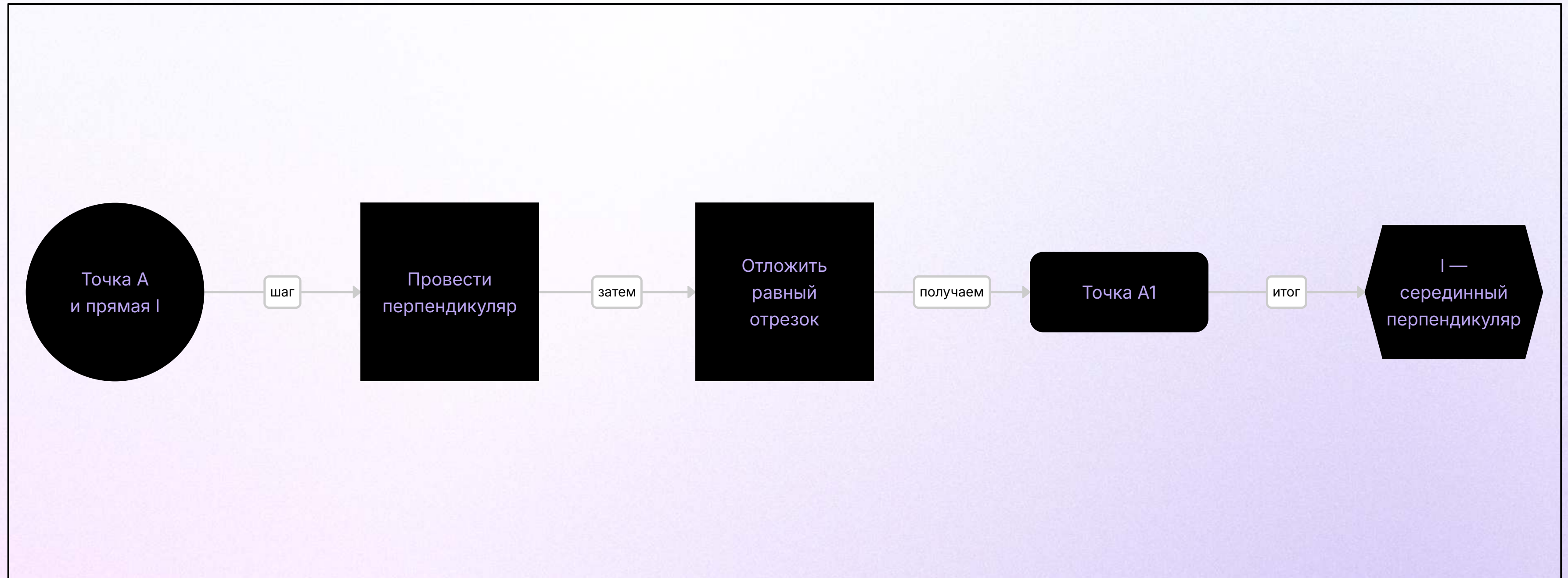
- **Примеры вокруг нас**

Осевая симметрия хорошо заметна в изображении бабочки, листа растения, а также в некоторых буквах, например А, М и Т.



Как построить точку, симметричную относительно прямой.

Пошаговое построение зеркальной точки относительно заданной прямой.



Свойства осевой симметрии

1

Равенство фигур

Осевая симметрия сохраняет расстояния и углы, поэтому фигура и её отражение равны. Они совпадают по форме и размерам, хотя расположены по разные стороны от оси.

2

Смена ориентации

После отражения правая и левая стороны как бы меняются местами. Из-за этого ориентация фигуры меняется, хотя её размеры и форма остаются прежними.

3

Точки на оси

Точки, лежащие на оси симметрии, остаются неподвижными. Это удобно использовать при построении отражения и проверке правильности симметричного рисунка.

4

Ось симметрии фигуры

Если фигура при отражении совпадает сама с собой, говорят, что она имеет ось симметрии. У некоторых фигур такая ось одна, у других — несколько.

5

Практическое значение

Симметрия помогает узнавать закономерности в чертежах, узорах и геометрических задачах. Она делает рисунки аккуратными и облегчает их анализ.

Поворот вокруг точки

Как устроен поворот

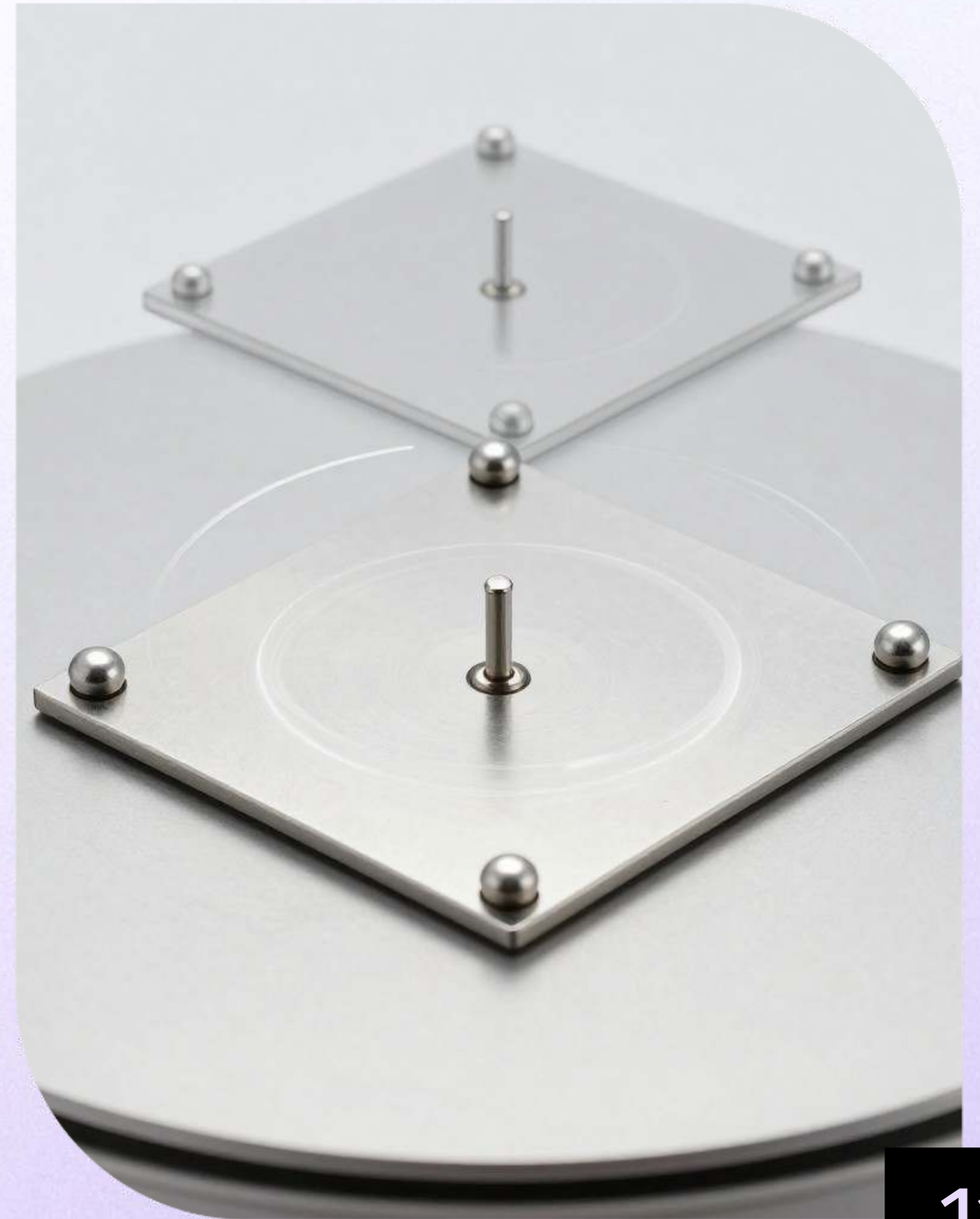
При повороте каждая точка фигуры движется по окружности с центром в одной неподвижной точке. При этом сохраняется расстояние до центра, а сама фигура не меняет размеров.

Что задаёт преобразование

Поворот определяется центром, величиной угла и направлением вращения — по или против часовой стрелки. Без этих трёх данных нельзя однозначно построить образ фигуры.

Где встречается поворот

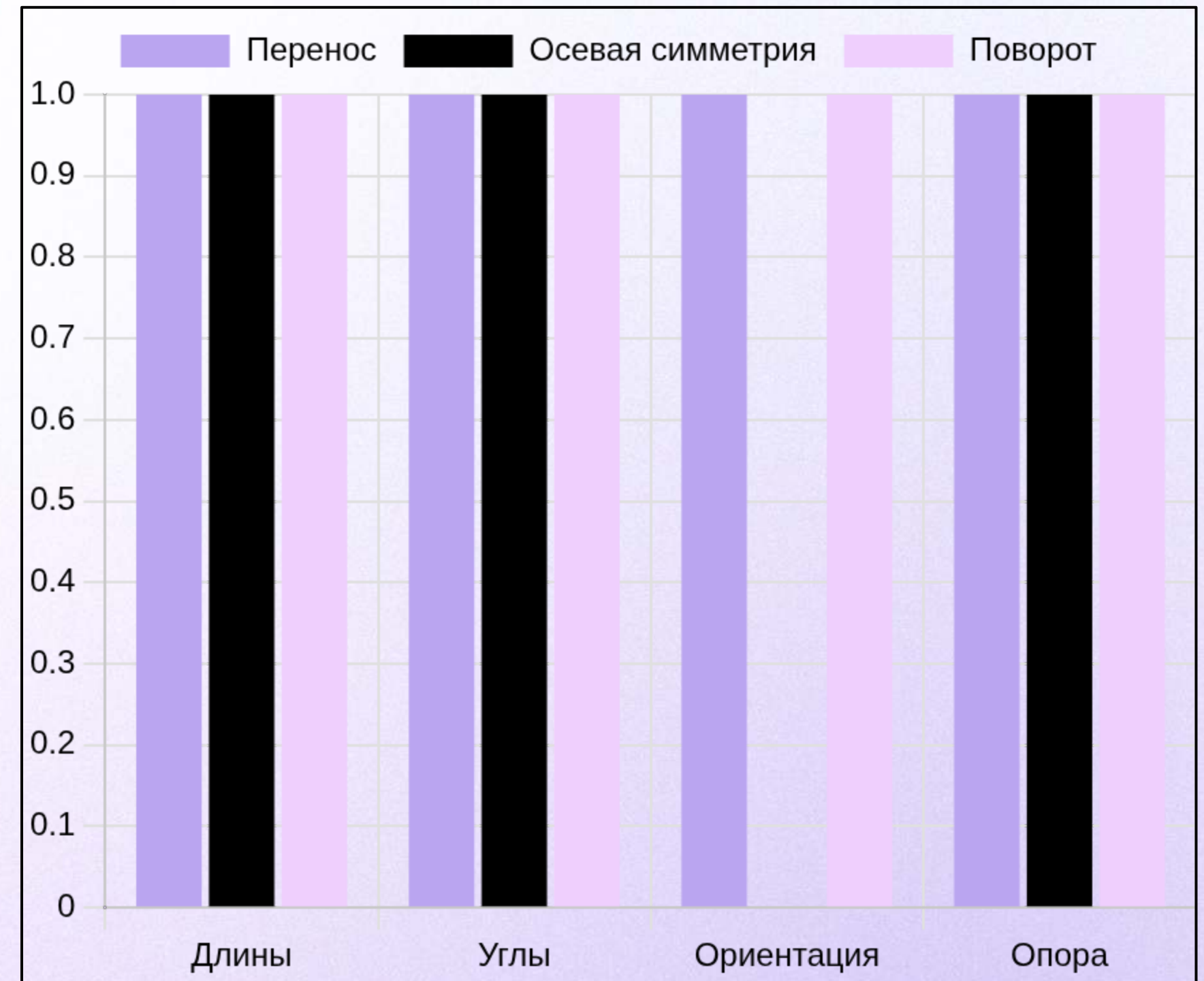
Поворот удобно заметить в движении стрелок часов, колеса велосипеда и квадратной детали, повернутой на 90 градусов. Во всех случаях форма остаётся той же, меняется только положение.



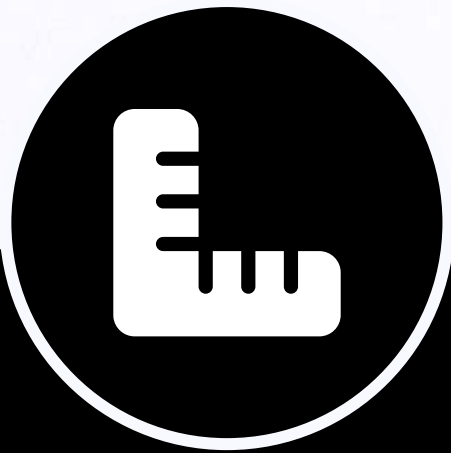
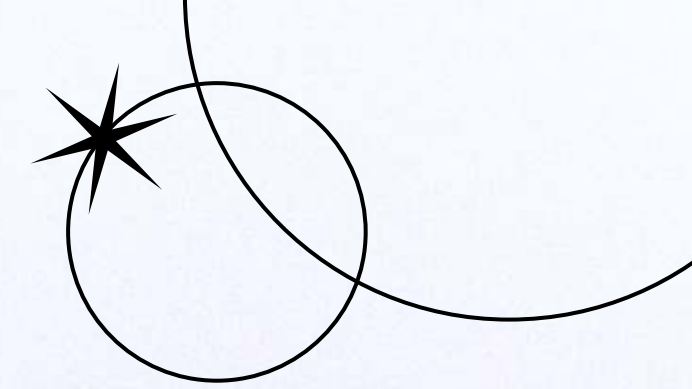
Сравнение трёх движений

На диаграмме видно, что все три преобразования одинаково сохраняют размеры фигуры. Различаются только опорный элемент и изменение ориентации.

Перенос, симметрия и поворот — разные по виду, но одинаковые по главному свойству: они не меняют форму и размеры фигуры.

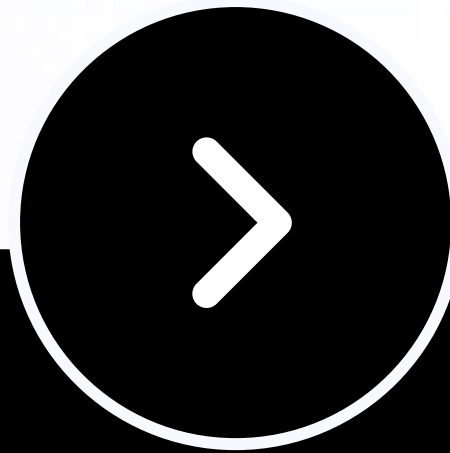


Как распознать движение по свойствам фигуры



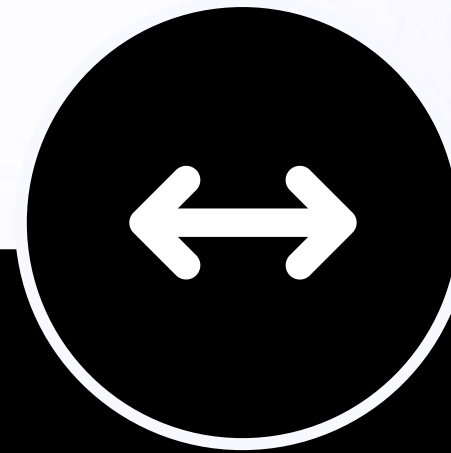
Сравните стороны

Проверьте несколько соответствующих отрезков: если их длины совпадают, это важный признак движения. Удобно брать не одну, а две-три пары сторон, чтобы избежать ошибки при проверке.



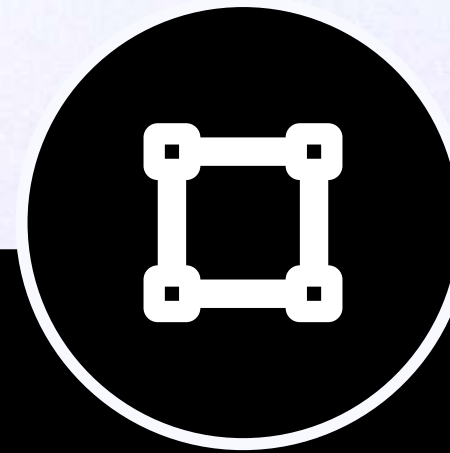
Сопоставьте углы

При движении соответствующие углы сохраняются. Если вершины выглядят по-разному, но величины углов одинаковы, фигуры могут быть связаны движением, а не случайным похожим рисунком.



Проверьте расстояния

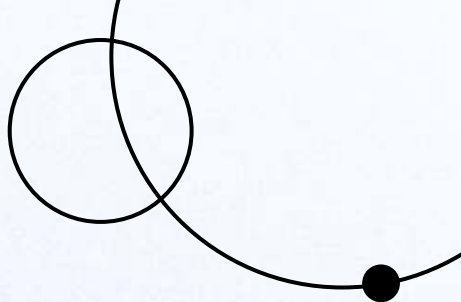
Главный тест — расстояние между любыми двумя точками. Если хотя бы одно расстояние изменилось, преобразование уже не является движением, даже если общая форма кажется похожей.



Смотрите на элементы

Для надёжной проверки удобно анализировать вершины, диагонали и характерные части фигуры. Так легче заметить, что именно сохранилось, и определить вид преобразования без лишних вычислений.

Примеры движений в окружающем мире



Ситуация	Вид движения	Что сохраняется
Зеркало	Осевая симметрия	Форма и размеры
Сдвиг узора	Перенос	Длины, углы, площадь
Колесо	Поворот	Расстояние до центра

В таблице показано, как движения проявляются в привычных ситуациях и какие свойства при этом не меняются.

В реальных объектах движения помогают повторять элементы точно и без искажений; особенно часто это видно в зеркалах, орнаментах и вращающихся механизмах.

Равные фигуры после движения

- **Признак равенства**

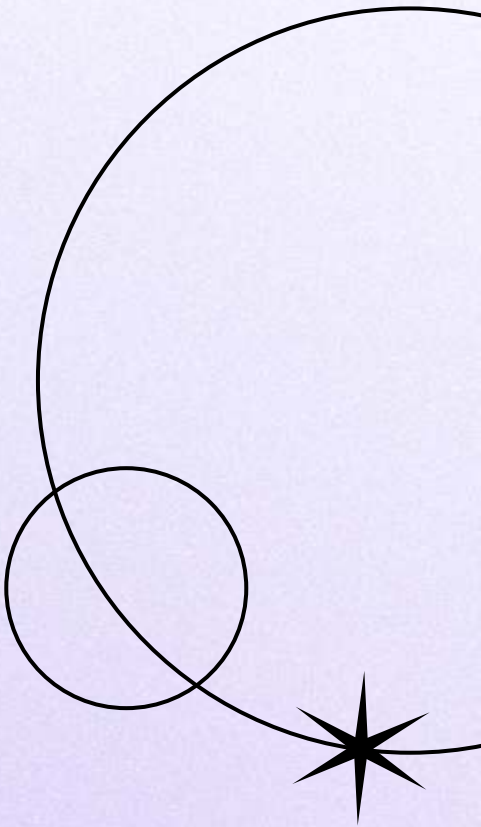
Если одну фигуру можно получить из другой движением, то эти фигуры равны. Это означает совпадение всех соответствующих сторон, углов и размеров без дополнительных измерений.

- **Что совпадает**

У равных фигур одинаковы периметр и площадь, а соответствующие элементы накладываются друг на друга. Такое равенство удобно использовать, когда нужно доказать совпадение частей чертежа.

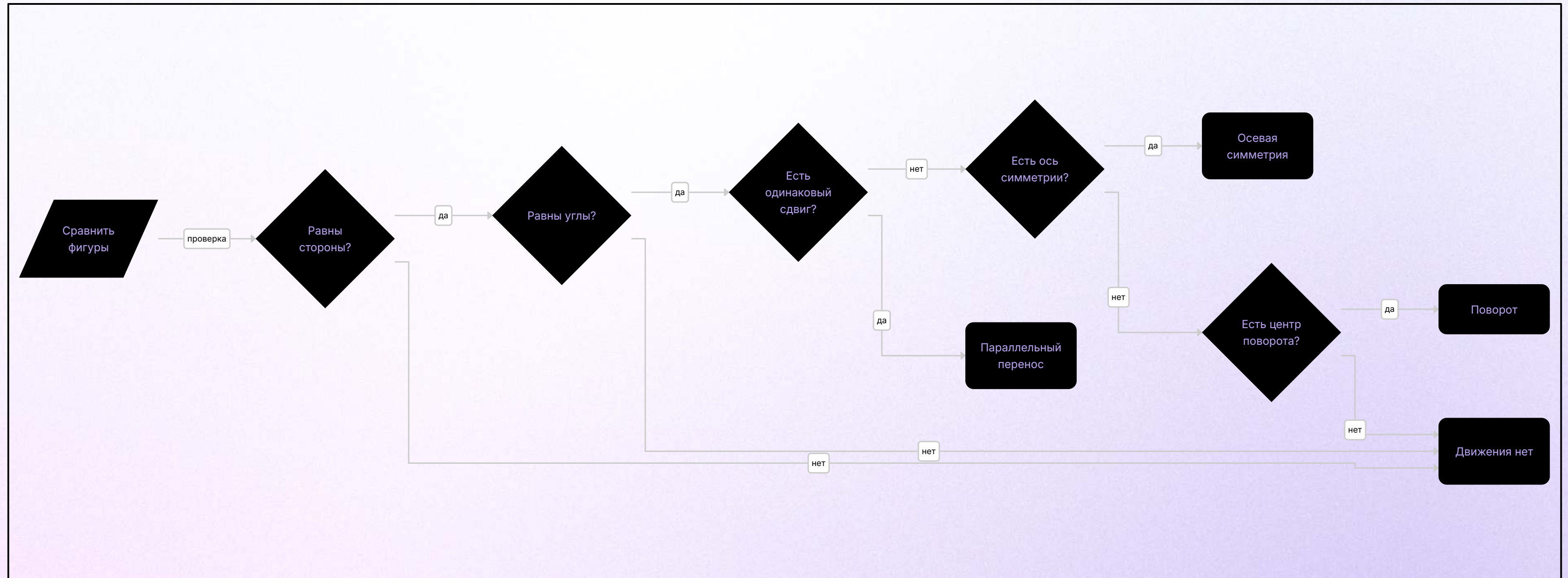
- **Зачем это нужно**

В задачах по геометрии движение помогает быстро установить равенство фигур и сократить вычисления. Достаточно показать, что преобразование сохраняет форму, размеры и взаимное расположение элементов.



Как определить вид движения

Алгоритм проверки двух фигур по равенству элементов и характеру преобразования



Простейшие свойства движений

1

Прямые остаются прямыми

Если точки лежали на одной прямой, то их образы при движении тоже лежат на одной прямой. Это свойство особенно полезно при построении чертежей и проверке аккуратности рисунка.

2

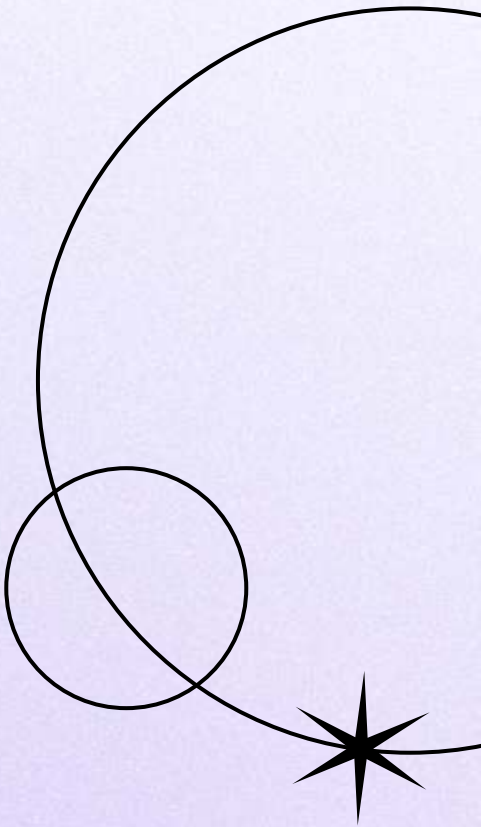
Середина сохраняется

Середина отрезка переходит в середину соответствующего отрезка. Благодаря этому можно быстро находить новые точки на чертеже и проверять, правильно ли выполнено преобразование.

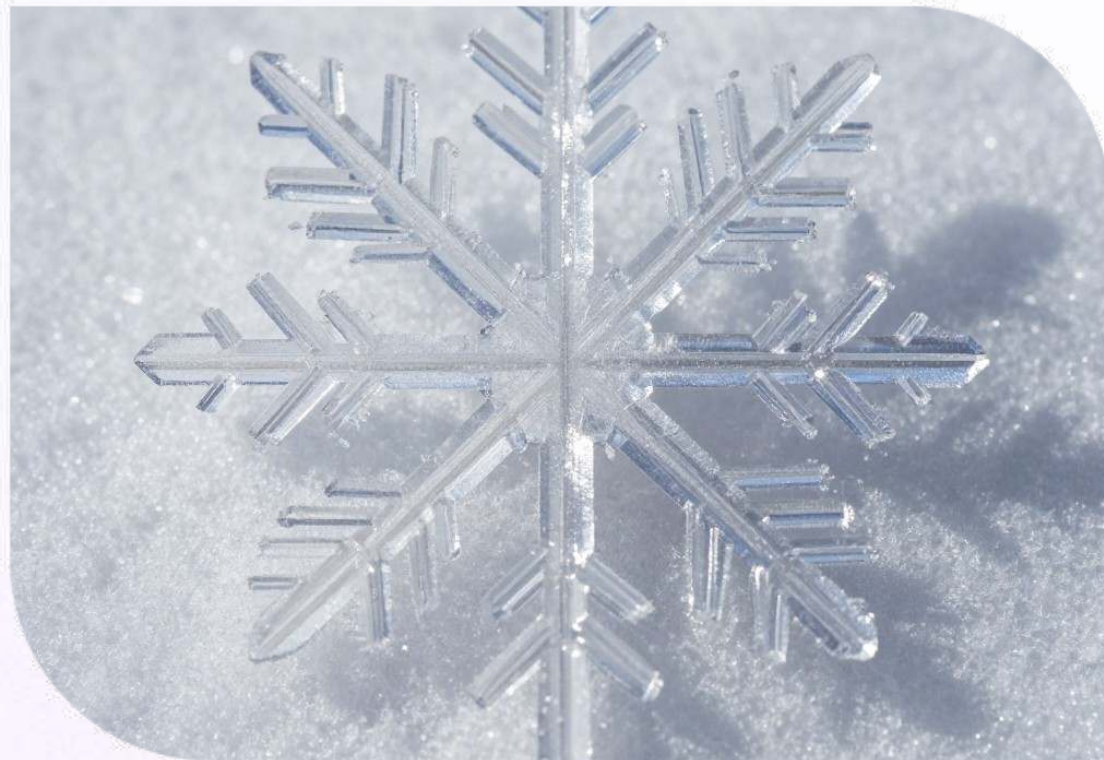
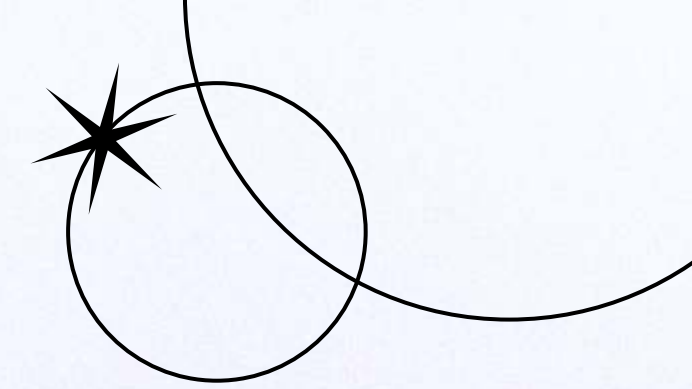
3

Композиция тоже подходит

Если выполнить одно движение вслед за другим, результат тоже может быть движением. Это помогает строить более сложные преобразования из простых шагов и объяснять геометрические построения.

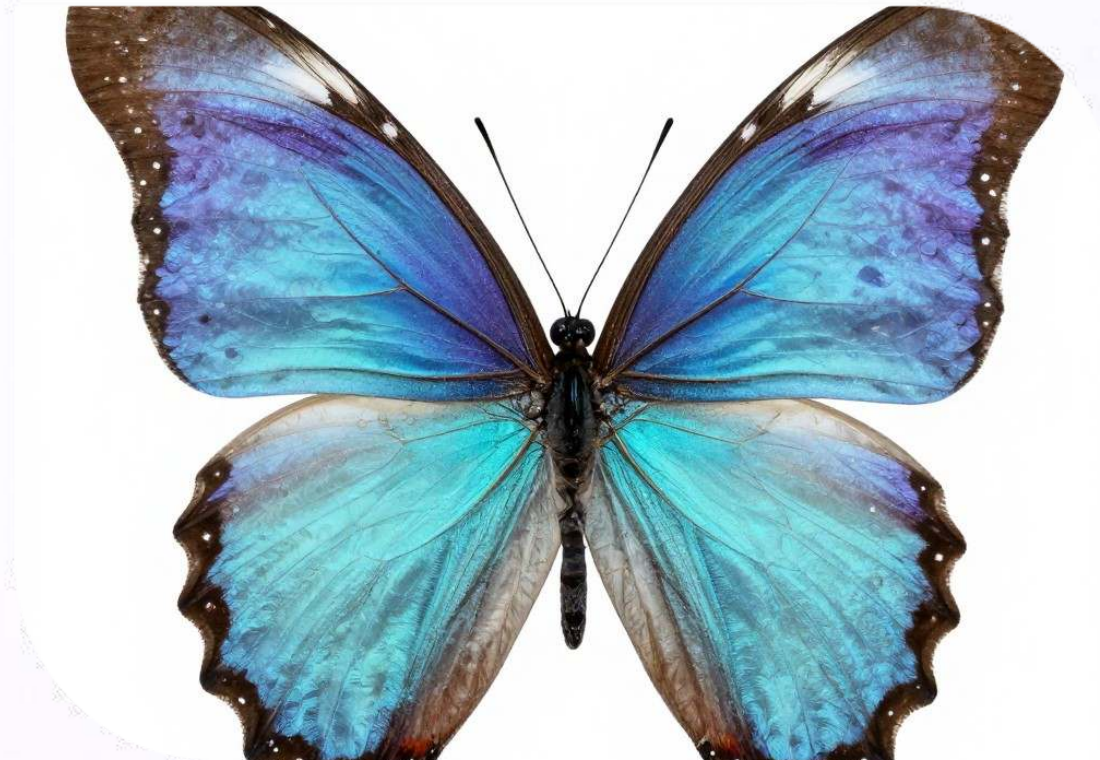


Симметрия в природе и орнаментах



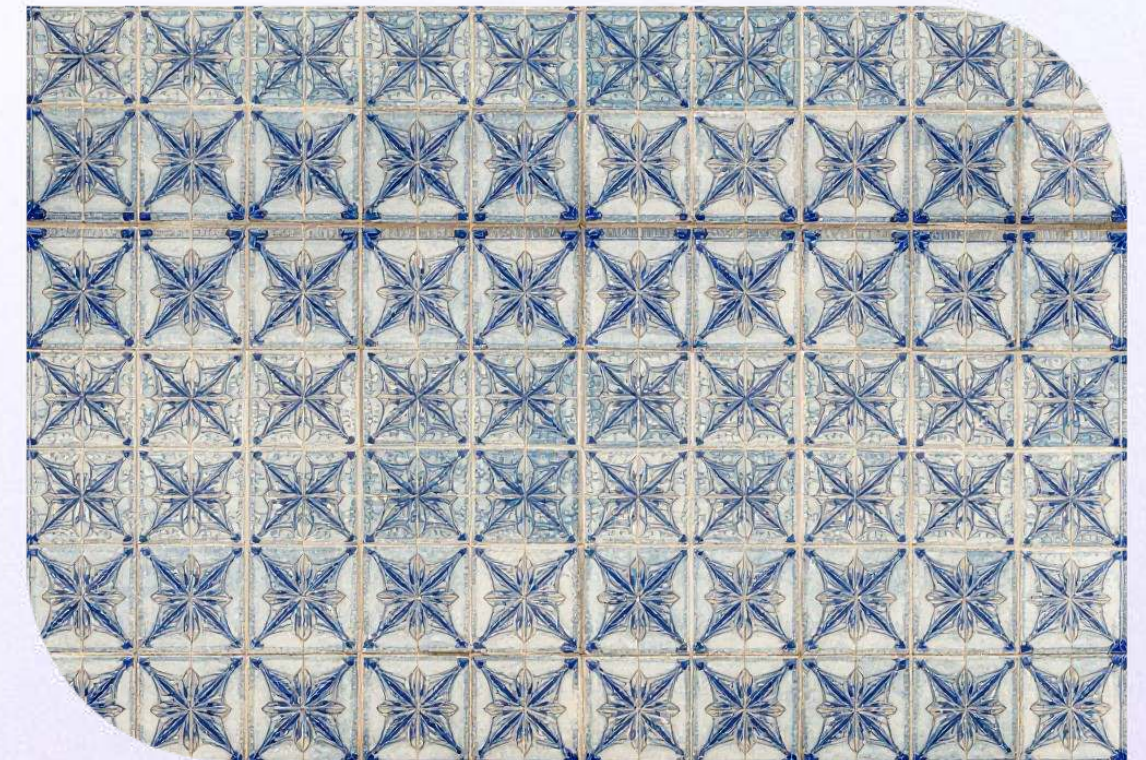
Снежинка как пример порядка

У снежинки ветви расположены так, что одна часть повторяет другую вокруг центра. Именно поэтому её форма кажется аккуратной и уравновешенной. Такая симметрия наглядно показывает, как геометрия помогает описывать природные узоры.



Лист и крыло насекомого

Лист растения или крыло бабочки часто можно мысленно разделить на две похожие половины. Осевая симметрия делает такие объекты удобными для восприятия, а также подчёркивает их естественную гармонию и чёткую структуру.



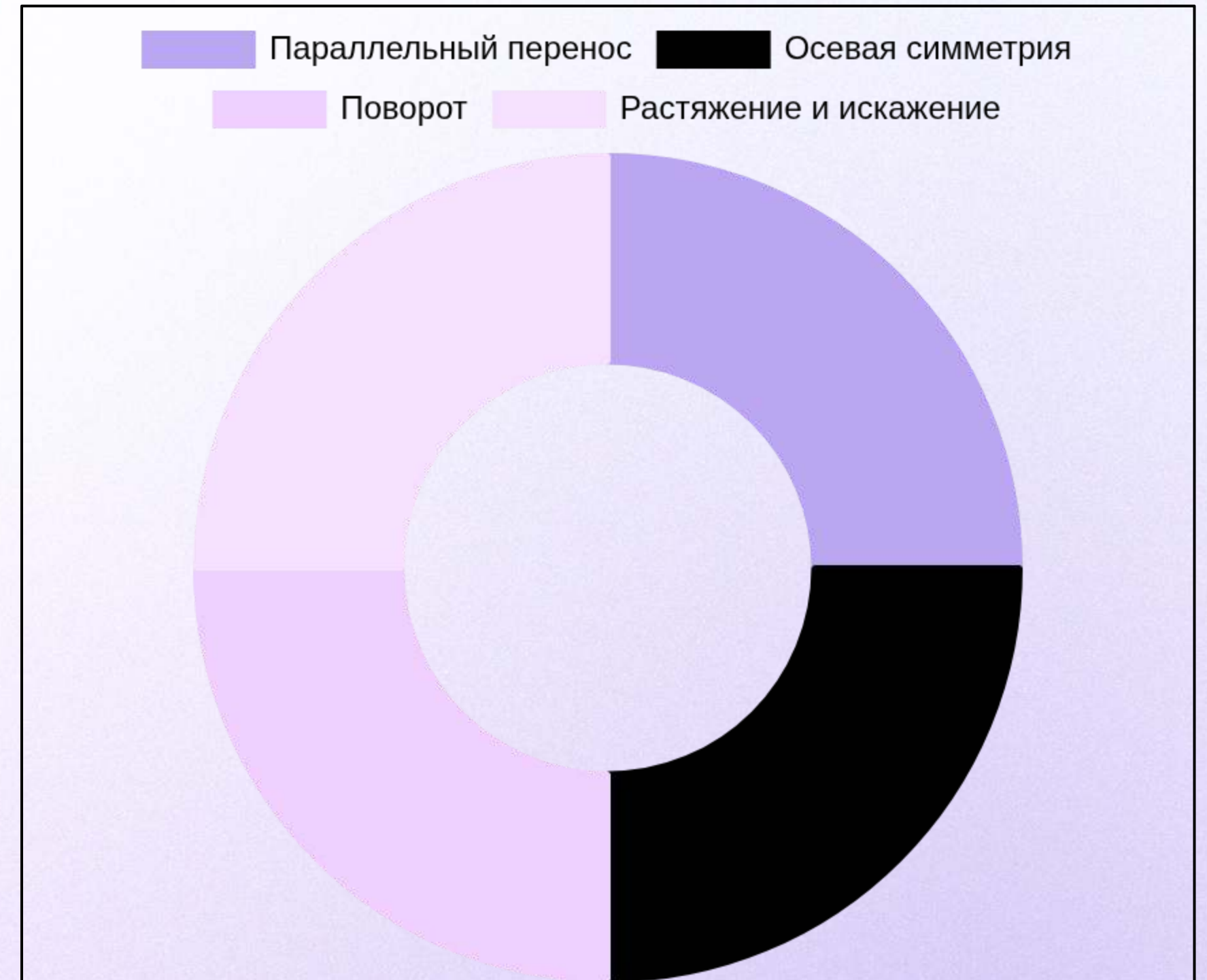
Орнамент на плитке

В узорах на ткани, плитке или фасадах часто повторяются одинаковые элементы. Повторение создаёт ритм, а симметрия помогает сохранить точность рисунка на большом участке поверхности, не нарушая его целостности.

Что не относится к движениям

На схеме выделены преобразования, которые сохраняют размеры, и те, что меняют расстояния между точками. Именно изменение масштаба нарушает условие движения.

Если фигура растягивается, сжимается или искажается, это уже не движение. Настоящие движения сохраняют форму, длины и углы.



Главное о движениях плоскости

Движения позволяют без искажений переносить, отражать и поворачивать фигуры. Они сохраняют расстояния, углы и равенство фигур, поэтому особенно важны для доказательств, построений и распознавания симметрии.