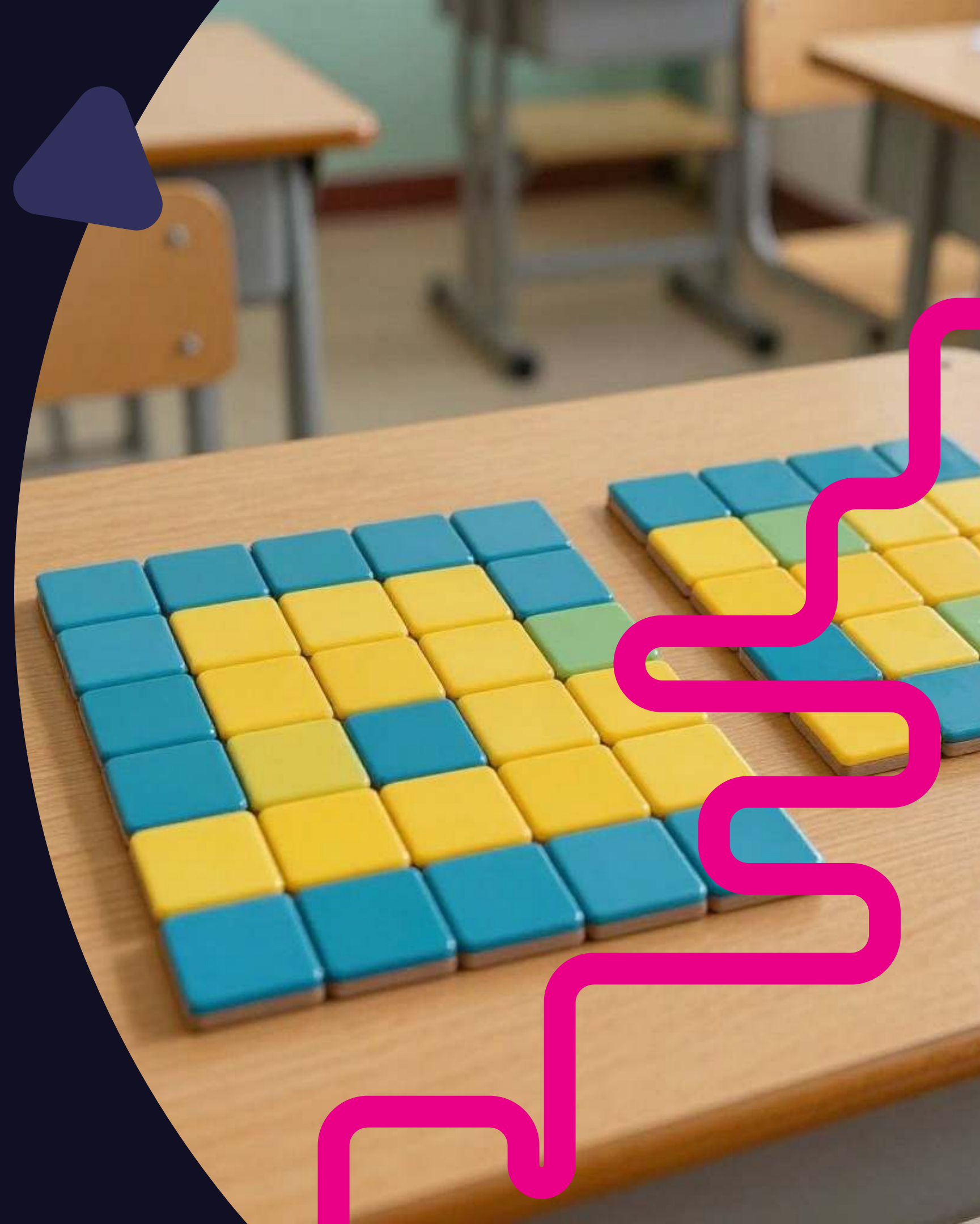
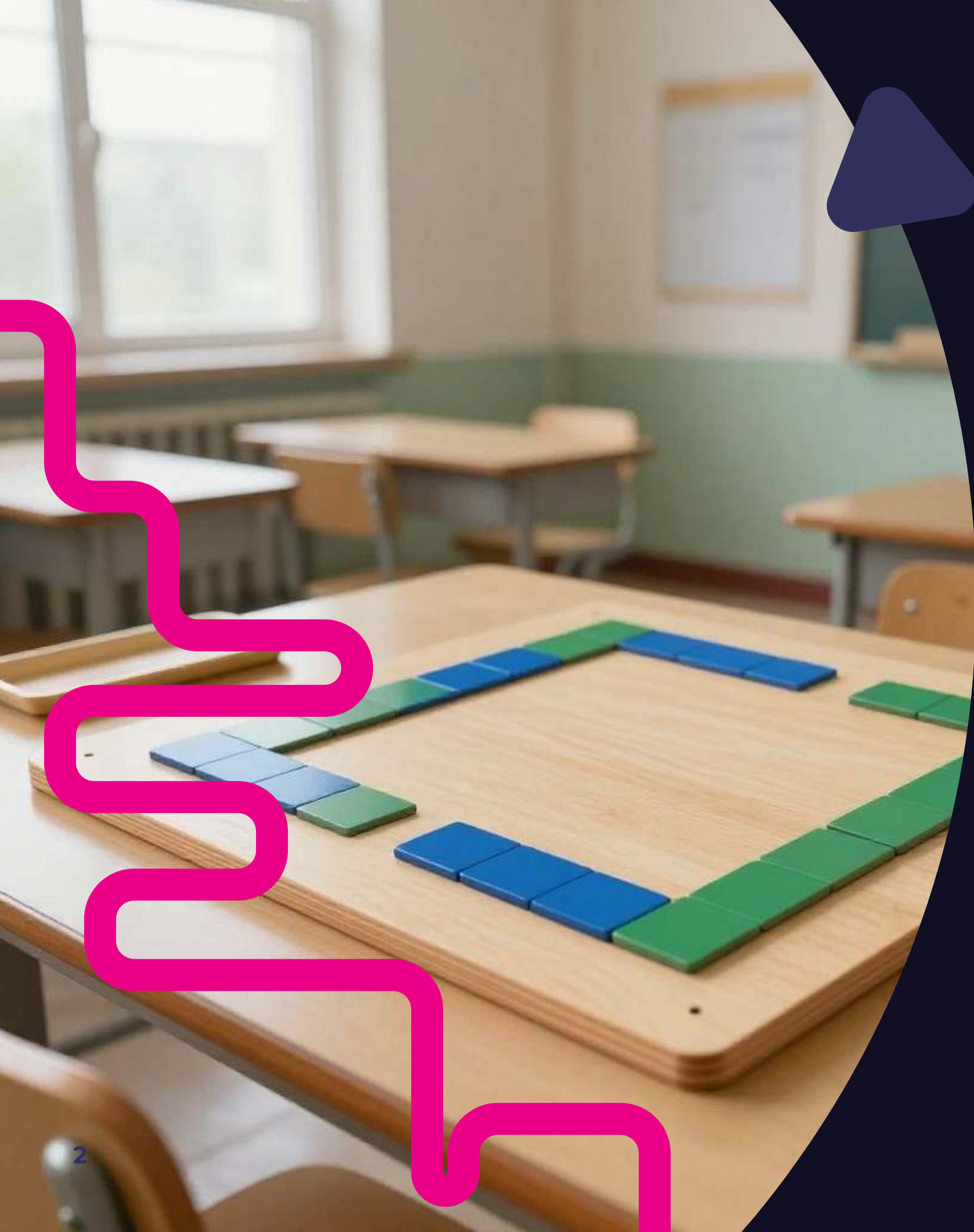


Разложение на множители с помощью формул квадрата суммы и квадрата разности

Изучаем, как узнать полный квадрат
и записать его в виде двучлена.





Полные квадраты в алгебре 7 класса

Полные квадраты встречаются при раскрытии скобок, упрощении выражений и решении уравнений. Эти формулы помогают быстрее узнавать знакомый шаблон и видеть связь между умножением и разложением на множители.

Формула квадрата суммы

01

Основная запись

Если к выражению прибавить другое выражение и возвести сумму в квадрат, получается формула $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$. Она помогает сразу увидеть итог без полного перемножения скобок.

02

Три части ответа

В результате всегда есть квадрат первого слагаемого, затем удвоенное произведение двух слагаемых и квадрат второго слагаемого. Именно средний член связывает оба числа в одно выражение.

03

Знак в середине

Для квадрата суммы средний член обязательно положительный. Это главный признак, который позволяет отличить эту формулу от похожей записи с разностью и правильно выполнить разложение.

1

знак в середине отличает эту формулу от квадрата суммы.

Одна замена знака в середине полностью меняет вид результата и помогает не спутать две похожие формулы.

Формулы $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
и $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

Сравнение двух формул

Сравним обе формулы по одинаковым признакам и увидим, что меняется только знак среднего члена.

Крайние члены в обеих формулах одинаковы: это квадраты. Различие только в знаке среднего члена, поэтому именно его нужно проверять особенно внимательно.

Формулы квадрата суммы и квадрата разности

Вид	1-й квадрат	Средний член	2-й квадрат
$(a+b)^2$	a^2	$+2ab$	b^2
$(a-b)^2$	a^2	$-2ab$	b^2

Геометрический смысл квадрата суммы

Большая фигура

Квадрат со стороной $a+b$ можно рассмотреть как одну целую фигуру, площадь которой нужно разложить на более простые части. Такой подход делает формулу наглядной и понятной.

Часть со стороной a

Одна часть рисунка — квадрат со стороной a . Его площадь равна a^2 , поэтому этот элемент сразу даёт первый квадрат в формуле квадрата суммы.

Часть со стороной b

Другая часть — квадрат со стороной b . Его площадь равна b^2 , и он становится последним слагаемым в записи $a^2+2ab+b^2$.

Два прямоугольника

Между квадратами находятся два одинаковых прямоугольника со сторонами a и b . Их площади вместе дают $2ab$, поэтому средний член в формуле появляется дважды.



Как распознать полный квадрат

01

Проверь крайние члены

Сначала посмотри, являются ли первый и последний члены квадратами каких-то выражений. Без этого условия разложение в квадрат двучлена невозможно.

02

Сравни средний член

Затем проверь, равен ли средний член удвоенному произведению корней из крайних квадратов. Именно это связывает три части в одну формулу.

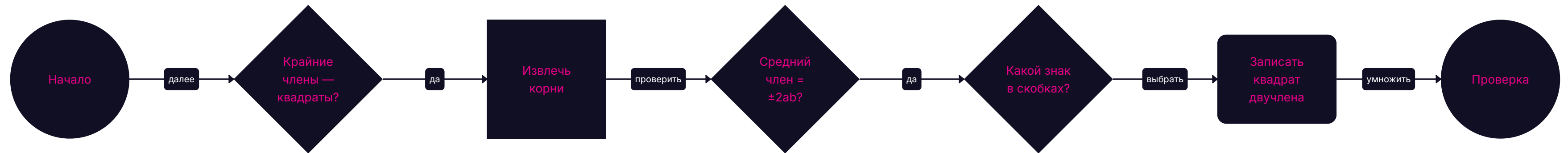
03

Сделай вывод

Например, $x^2+6x+9 = (x+3)^2$, потому что $9=3^2$ и $6x=2 \cdot x \cdot 3$. Если хотя бы один признак не совпадает, выражение не является полным квадратом.

Алгоритм разложения на множители

Пошаговая проверка по формулам квадрата суммы и квадрата разности

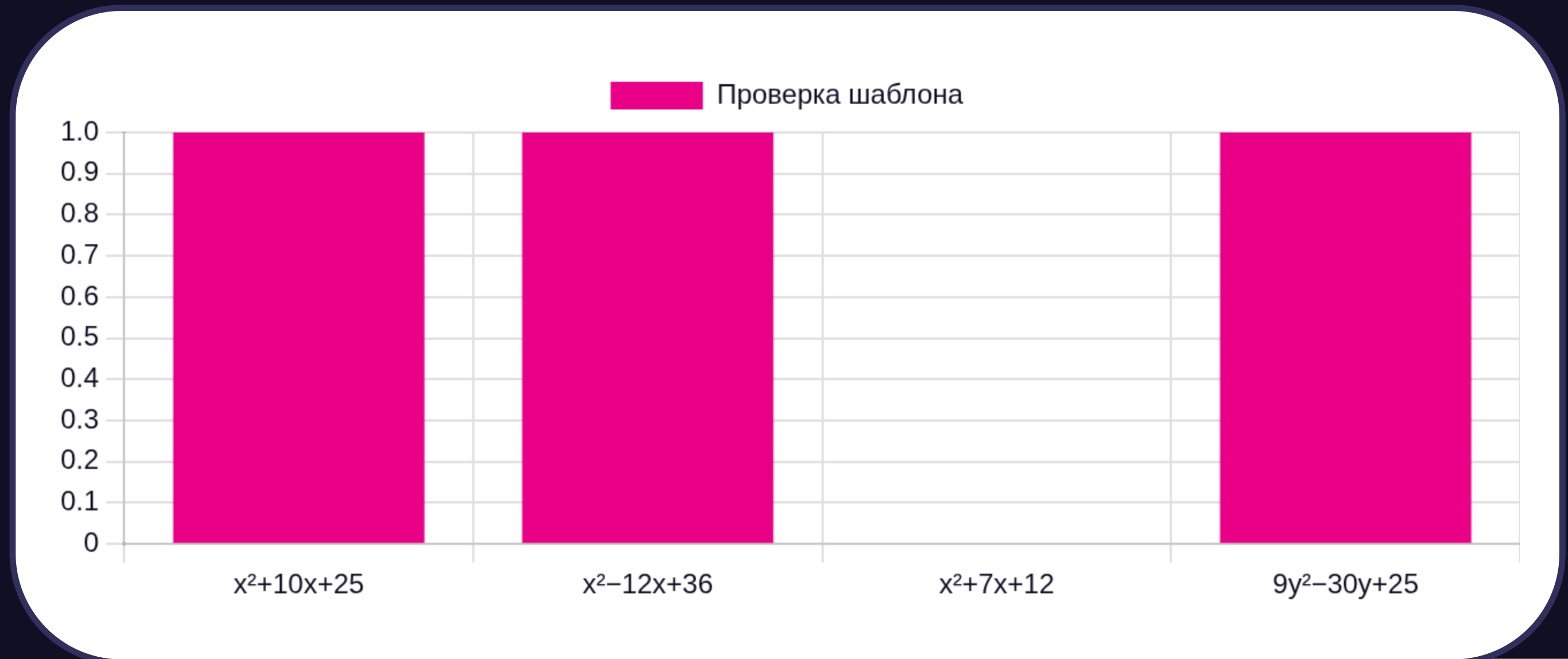


Какие выражения являются полными квадратами

Диаграмма помогает быстро
отделить выражения,
которые подходят
под формулу, от тех, где
структура нарушена.

Три из четырёх выражений
подходят под шаблон
полного квадрата.
Для проверки важно
не только количество
членов, но и точное
совпадение среднего члена.

Учебные примеры по теме
полных квадратов



Пример разложения через квадрат суммы

01

Найди квадрат

В выражении $x^2+8x+16$ первый член x^2 и последний член 16 являются квадратами. Значит, можно искать квадрат двучлена, если средний член тоже подходит по формуле.

02

Проверь середину

Число $8x$ равно $2 \cdot x \cdot 4$, поэтому средний член совпадает с удвоенным произведением корней. Это подтверждает, что перед нами именно квадрат суммы.

03

Запиши ответ

Итоговое разложение выглядит так: $x^2+8x+16=(x+4)^2$. После преобразования многочлен становится произведением двух одинаковых скобок, что удобно для дальнейших вычислений.

Пример разложения через квадрат разности

01

Смотрим на крайние члены

В выражении $y^2 - 14y + 49$ первый член y^2 и последний 49 — это квадраты y и 7. Значит, можно проверить запись через формулу квадрата разности.

02

Проверяем средний член

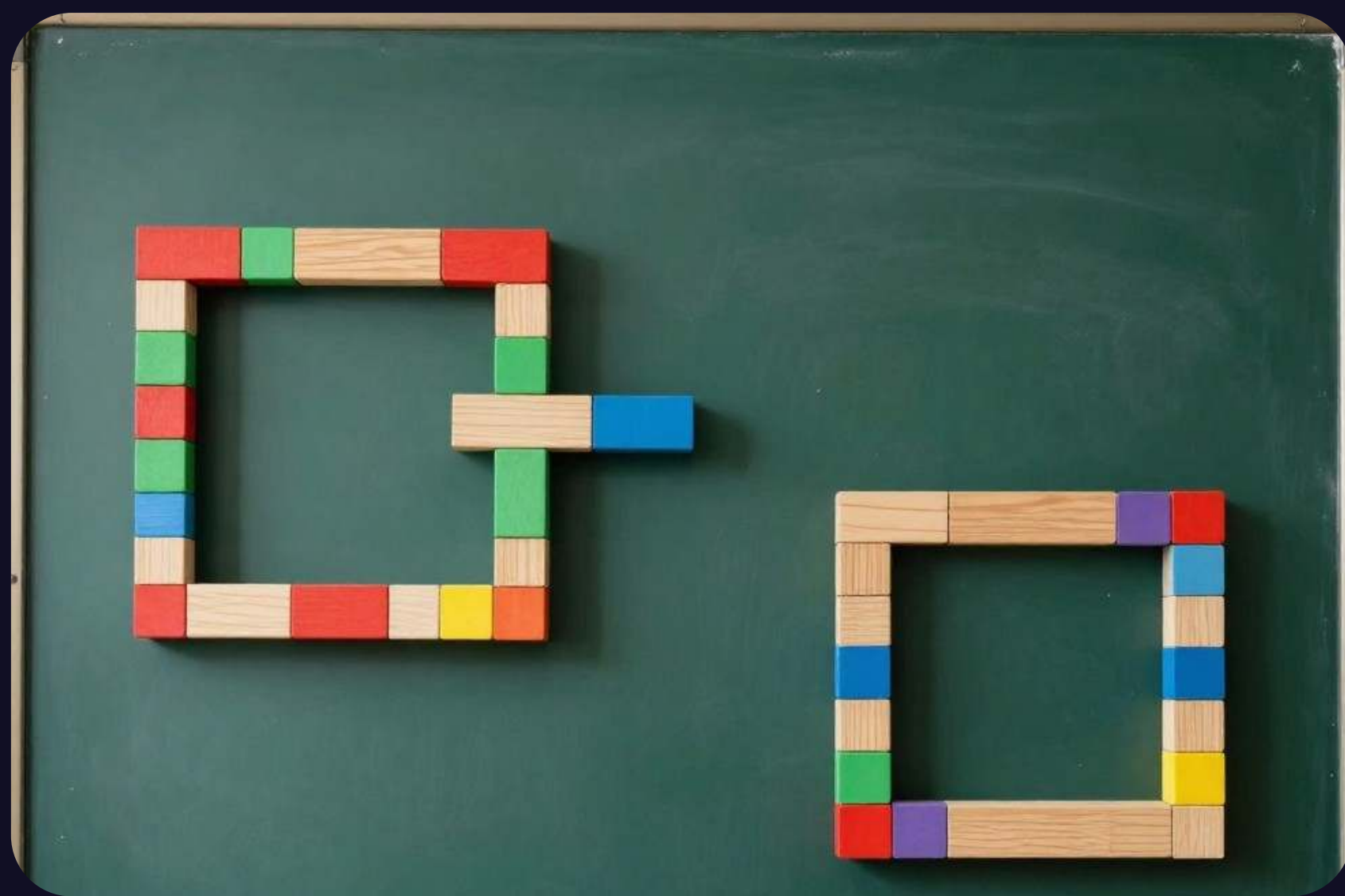
Средний член $-14y$ равен $-2 \cdot y \cdot 7$, то есть точно совпадает с шаблоном $a^2 - 2ab + b^2$. Поэтому выражение удобно представить как квадрат двучлена.

03

Записываем ответ

Итоговая форма выглядит так: $(y-7)^2$. Знак минус в скобках обязателен, потому что именно он сохраняет отрицательный средний член в исходном многочлене.

Частые ошибки при разложении на множители



Пропуск среднего члена

Нельзя заменять $(a-b)^2$ записью a^2-b^2 : это совсем другая формула. В квадрате двучлена всегда есть средний член, который связывает оба слагаемых.

Неверное удвоение

Часто забывают коэффициент 2 и пишут a^2+ab+b^2 вместо $a^2+2ab+b^2$. Из-за этого выражение перестаёт быть полным квадратом и не совпадает с произведением скобок.

Ошибка со знаком

Если в середине должен стоять минус, его нельзя менять на плюс. Знак определяет, будет ли разложение записано как $(a+b)^2$ или как $(a-b)^2$.

Проверка по образцу

Выражение	Корень	Средний член	Ответ
x^2+4x+4	x и 2	$4x$	$(x+2)^2$
$m^2-18m+81$	m и 9	$-18m$	$(m-9)^2$
a^2+2a+1	a и 1	$2a$	$(a+1)^2$

Сравните выражения с признаками полного квадрата и проверьте каждое по шаблону.

Во всех примерах крайние члены — квадраты, а средний член совпадает с удвоенным произведением корней. Это позволяет сразу записать квадрат двучлена.

Составлено по формулам $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ и $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$.

Связь с раскрытием скобок

1. Умножение

При раскрытии скобок $(a+b)(a+b)$ получается многочлен $a^2+2ab+b^2$. Это показывает, как выглядит результат умножения одинаковых двучленов.

2. Узнавание шаблона

Если в выражении видны два квадрата по краям и подходящий средний член, его можно считать результатом такого умножения и искать обратную запись.

3. Разложение

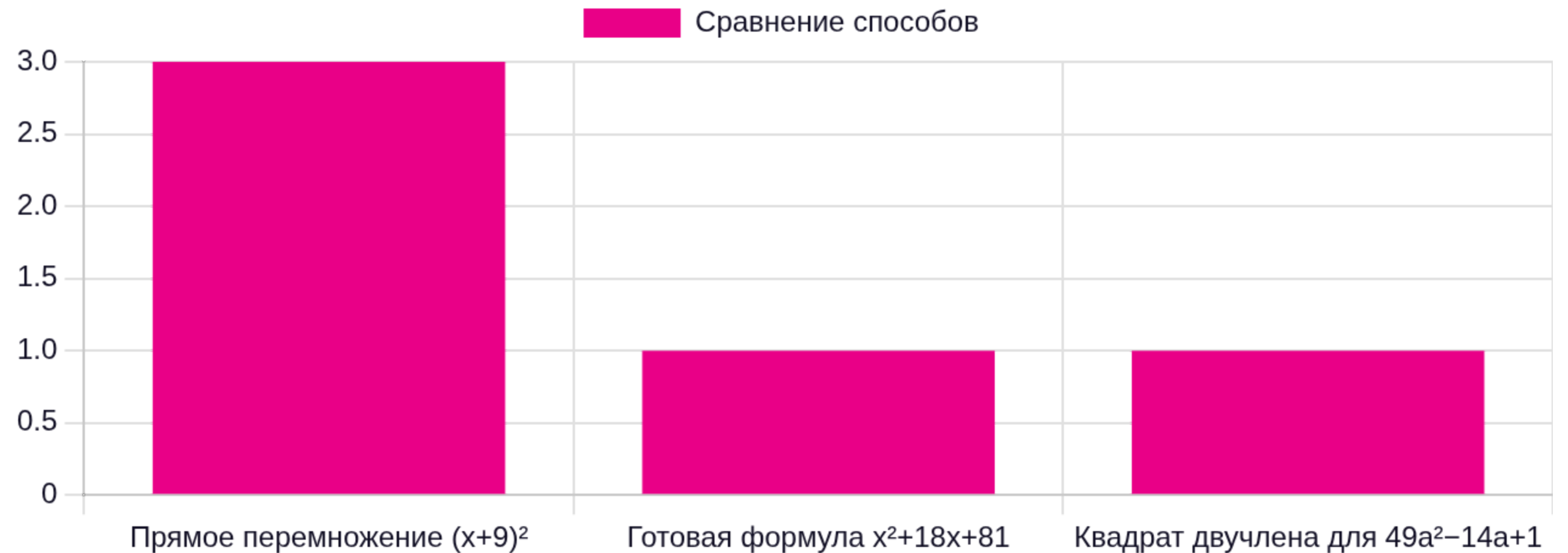
При разложении исходный трёхчлен записывают как $(a+b)^2$ или $(a-b)^2$. Так выражение превращается в произведение одинаковых скобок.

Почему формулы экономят вычисления

Диаграмма показывает не численную сложность, а количество шагов рассуждения: формула сразу задаёт ответ и помогает быстрее проверить, правильно ли выполнено преобразование.

Чем точнее распознан полный квадрат, тем меньше промежуточных действий. Формулы сокращают запись и снижают риск арифметической ошибки.

Учебный пример на основе формул квадрата суммы и квадрата разности.



Зачем это нужно при решении уравнений

01

Упрощаем запись

Когда многочлен похож на полный квадрат, его можно заменить более короткой записью. Это делает уравнение понятнее и помогает сразу увидеть удобный способ решения.

02

Находим корень быстрее

В уравнении $x^2 - 6x + 9 = 0$ можно перейти к записи $(x - 3)^2 = 0$. Тогда ясно, что квадрат равен нулю только при $x = 3$, и ответ находится сразу.

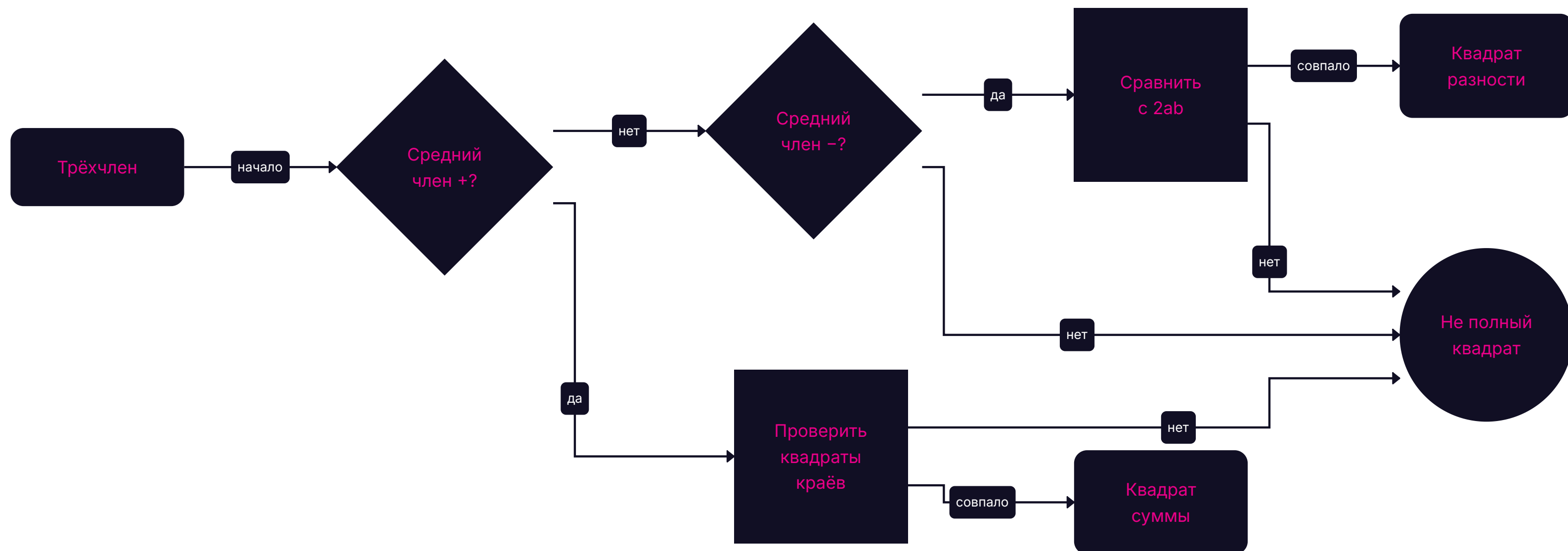
03

Проверяем результат

Такая форма удобна и для проверки. Если после подстановки найденного значения квадрат действительно обращается в ноль, значит, решение уравнения записано верно.

Как отличить квадрат суммы и квадрат разности

Схема показывает последовательность проверки признаков полного квадрата по формулам.



Примеры из учебных заданий

01

С квадратом суммы

Выражение $4x^2+12x+9$ можно записать как $(2x+3)^2$. Здесь крайние члены — квадраты $2x$ и 3 , а средний член равен удвоенному произведению этих величин.

02

С квадратом разности

В выражении $16a^2-24a+9$ первый и последний члены тоже являются квадратами: $4a$ и 3 . Средний член имеет минус, поэтому получается запись $(4a-3)^2$.

03

С простым коэффициентом

Формула работает и для выражения t^2+2t+1 , которое превращается в $(t+1)^2$. Такой пример помогает увидеть, что буквенные и числовые случаи подчиняются одному правилу.



Мини-справка по формулам

Краткая памятка помогает быстро определить, какой квадрат двучлена записан перед вами, и проверить правильность разложения.

Если по краям стоят квадраты, а середина равна $\pm 2ab$, выражение можно уверенно распознать как полный квадрат.

Основные формулы квадрата суммы и квадрата разности.

Формула	Вид	Средний член	Пример
$(a+b)^2$	сумма	$+2ab$	$(x+5)^2$
$(a-b)^2$	разность	$-2ab$	$(y-4)^2$

Что важно запомнить

Формулы квадрата суммы и квадрата разности помогают быстро узнавать полный квадрат, разлагать многочлены на множители и уверенно решать уравнения. Это один из самых полезных приёмов в 7 классе.