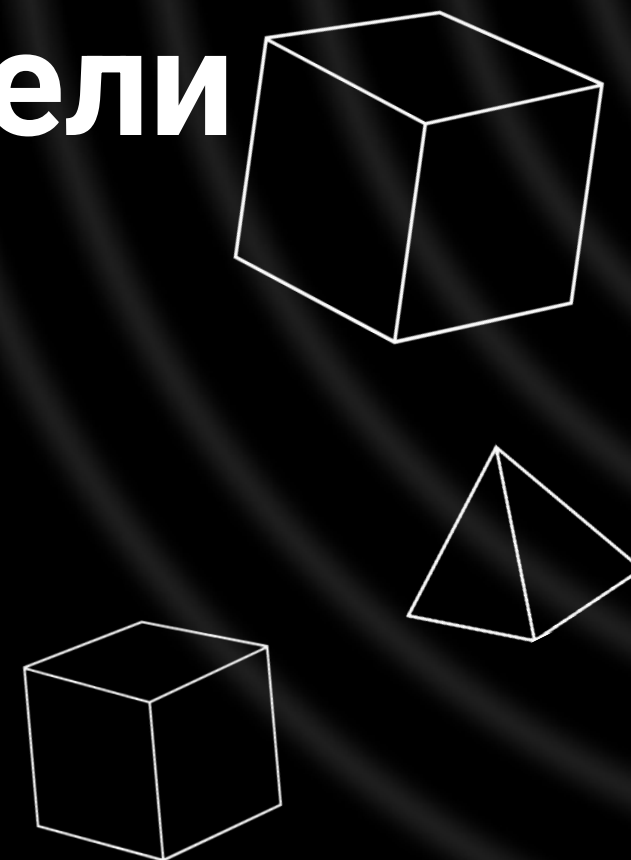


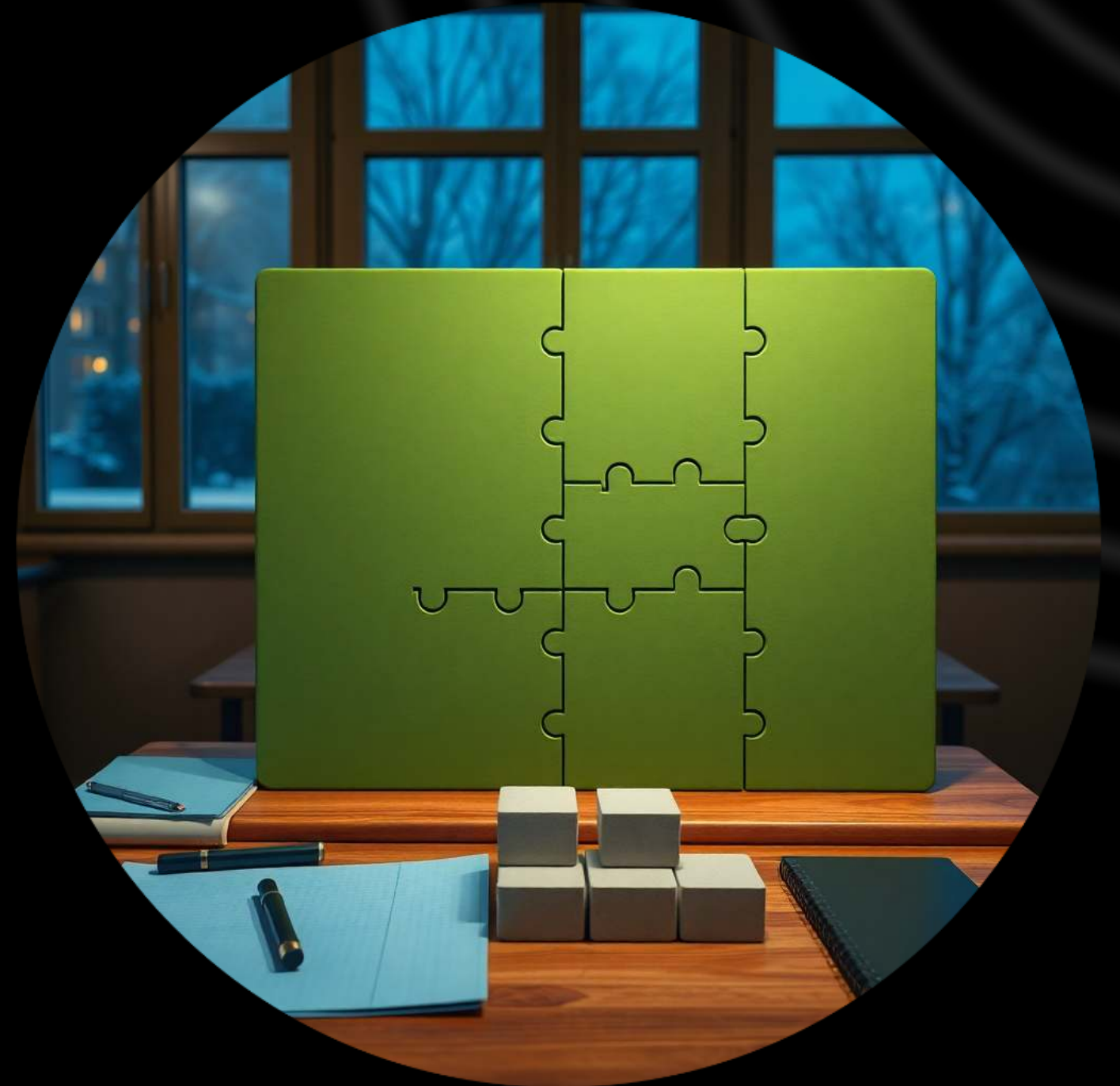
Разложение многочленов на множители

Преобразуем сумму в произведение и упрощаем выражения.



Почему это преобразование важно

Разложение на множители опирается на распределительное свойство и помогает перейти от суммы к произведению. Этот приём делает выражения удобнее для упрощения, преобразований и дальнейшего решения задач в алгебре 7 класса.



Ключевые понятия темы



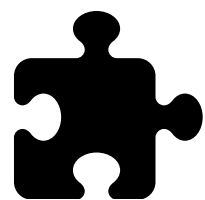
Многочлен

Многочлен состоит из одного или нескольких одночленов, соединённых знаками «+» и «-». Он может содержать числа, переменные и их произведения.



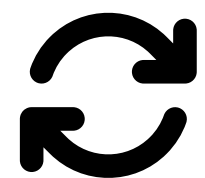
Одночлен

Одночлен — это число, переменная или произведение чисел и переменных. Он не содержит знаков сложения и вычитания внутри своей записи.



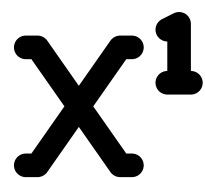
Множители

Множители — это выражения, произведение которых даёт исходный многочлен. При разложении мы ищем такие части, из которых можно собрать исходную запись.



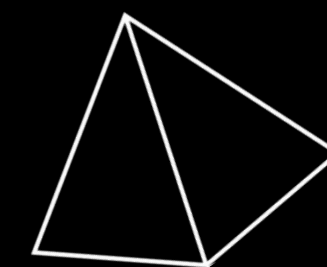
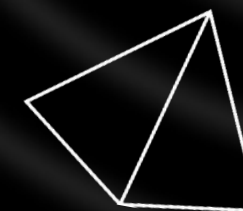
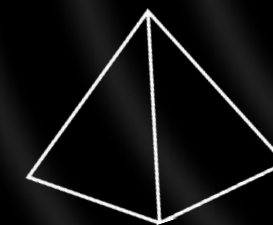
Обратное действие

Разложение на множители является обратным действием к раскрытию скобок. Если при умножении скобок получается исходный многочлен, разложение выполнено верно.



Итоговый смысл

Главная цель темы — представить выражение в более удобном виде. Это помогает быстрее считать, замечать общие части и готовиться к решению уравнений.



Вынесение общего множителя

Ищем общее

Сначала проверяют, есть ли во всех слагаемых общий числовой делитель или одинаковая буквенная часть. Именно она может стать множителем перед скобками.

Выносим за скобки

Общий множитель пишут перед скобками, а оставшиеся части записывают внутри. Так выражение становится короче и удобнее для дальнейших преобразований.

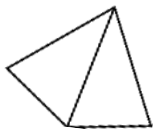
Проверяем умножением

После вынесения общего множителя полезно раскрыть скобки обратно. Если получается исходное выражение, разложение выполнено правильно.

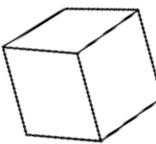


Примеры нахождения общего множителя

Выражение	Множитель	Результат
$8a+12$	4	$4(2a+3)$
$5x-15$	5	$5(x-3)$
$3m+6n$	3	$3(m+2n)$
$7ab-14a$	$7a$	$7a(b-2)$



В таблице показано, как выделить общий числовой и буквенный множитель в разных выражениях.



Сначала находят общий делитель чисел, затем общую буквенную часть. Это основной шаг перед вынесением за скобки.

Разложение способом группировки

1

Разбиваем на части

Если общий множитель всего многочлена не виден сразу, слагаемые удобно объединить в группы. Обычно этот способ применяют для выражений из четырёх слагаемых.

2

Ищем общий множитель в группах

В каждой группе отдельно находят общий множитель и выносят его за скобки. После этого выражение часто начинает напоминать произведение двух одинаковых скобок.

3

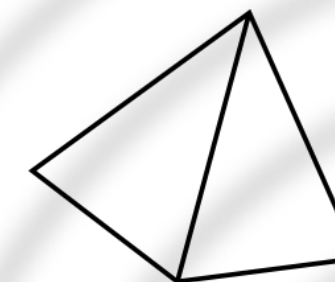
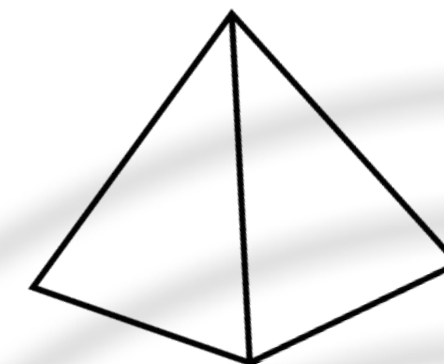
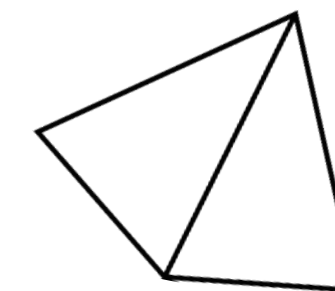
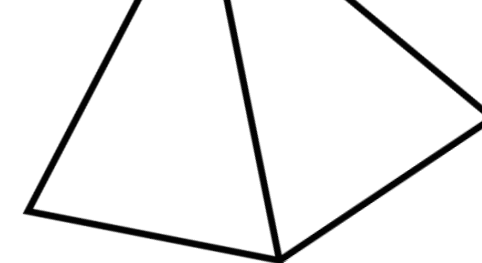
Собираем скобки

Когда в разных группах появляется одинаковая скобка, её выносят ещё раз. Так получается аккуратное разложение в виде произведения.

4

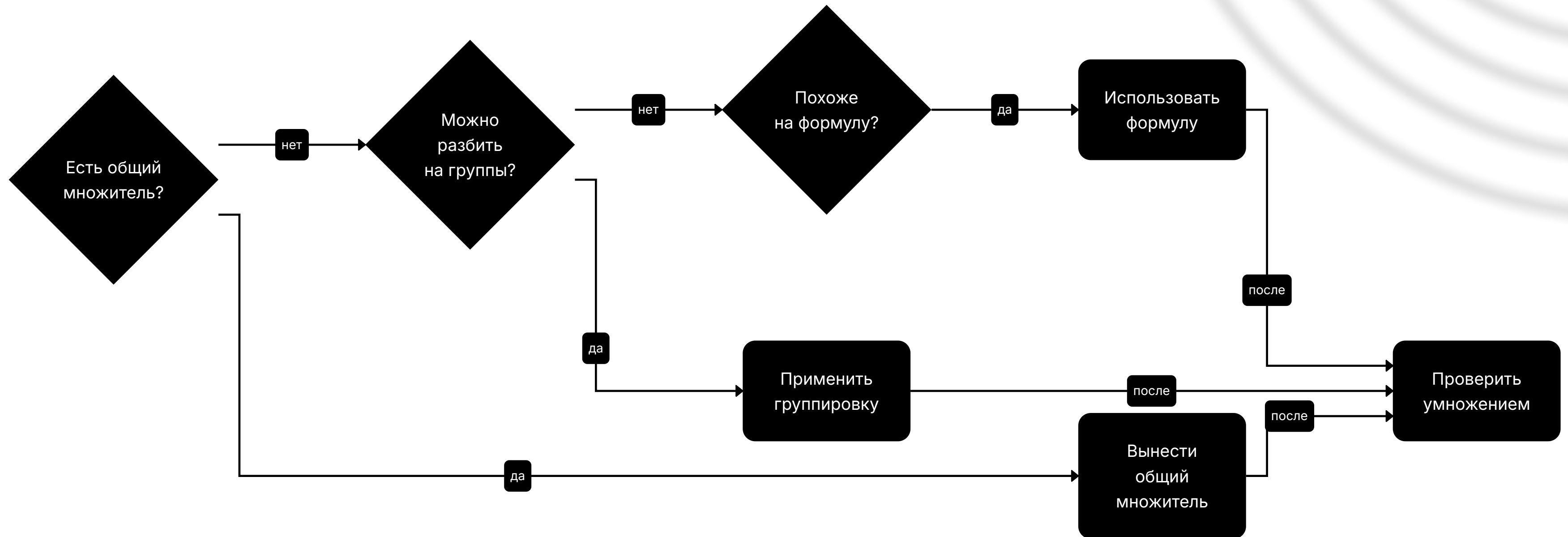
Пример метода

Для выражения $ax+ay+bx+by$ удобно сгруппировать первые два и последние два слагаемых. В результате получаем $(a+b)(x+y)$, что показывает смысл приёма.



Как выбрать способ разложения

Последовательность помогает определить подходящий приём и избежать путаницы.



Квадрат суммы и квадрат разности

● Формула квадрата суммы

Если раскрыть скобки у $(a+b)^2$, получится $a^2+2ab+b^2$. В середине всегда стоит удвоенное произведение двух слагаемых.

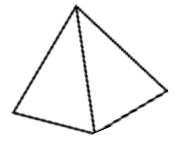
● Формула квадрата разности

Для $(a-b)^2$ получаем $a^2-2ab+b^2$. Знак в середине меняется, но последняя часть формулы остаётся положительной.

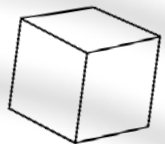
● Узнаём полный квадрат

Многочлен можно быстро распознать по первой, средней и последней части. Например, x^2+6x+9 и $a^2-10a+25$ сразу приводятся к квадрату двучлена.

Основные формулы сокращённого умножения



Эти формулы связывают многочлен с произведением скобок и помогают узнавать нужный вид выражения быстрее.

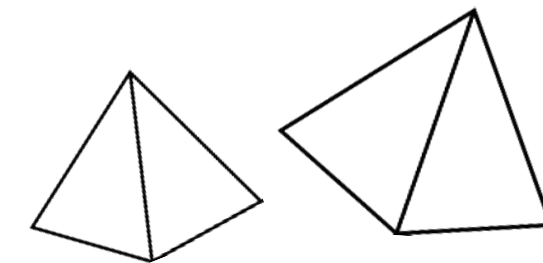


Формулы работают как готовые шаблоны: увидев знакомую структуру, можно сразу записать разложение.





Разность квадратов



Главная формула

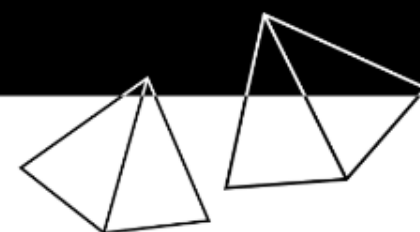
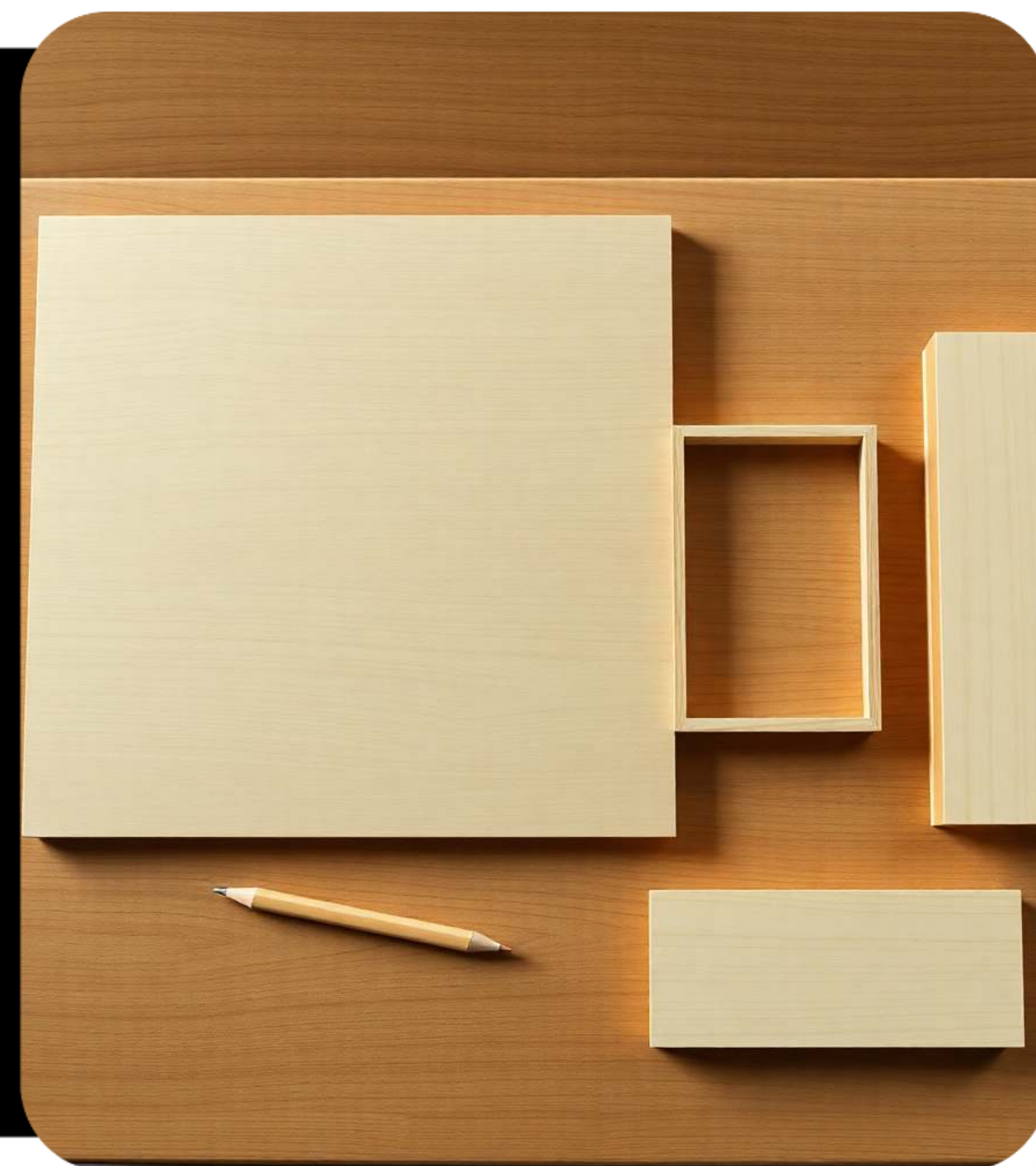
Если выражение имеет вид $a^2 - b^2$, его раскладывают как $(a - b)(a + b)$. Это одна из самых удобных и часто используемых формул.

Полезные примеры

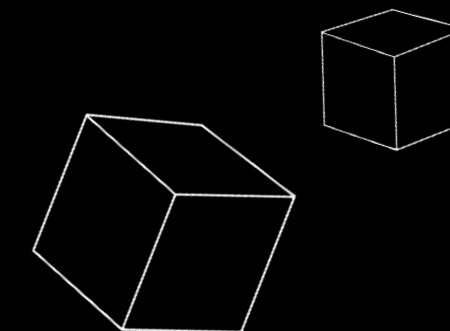
Например, $x^2 - 16 = (x - 4)(x + 4)$, а $9y^2 - 25 = (3y - 5)(3y + 5)$. Здесь каждое число также представлено в виде квадрата.

Как узнавать быстро

Сначала проверяют, действительно ли оба слагаемых являются квадратами. Если да, остаётся записать скобки с одинаковыми числами и разными знаками.



Разложение квадратного трёхчлена



1

Вид многочлена

Квадратный трёхчлен вида x^2+bx+c удобно раскладывать на два двучлена, если старший коэффициент равен 1. Тогда нужно подобрать такие числа, чтобы их сумма давала b , а произведение — c .

2

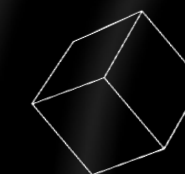
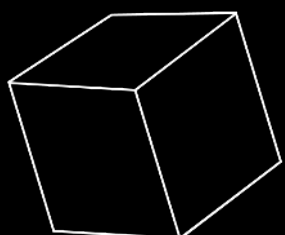
Пример подбора

Для выражения $x^2+7x+12$ подходят числа 3 и 4: их сумма равна 7, а произведение — 12. Поэтому получаем разложение $x^2+7x+12=(x+3)(x+4)$.

3

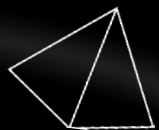
Проверка ответа

После разложения полезно раскрыть скобки и убедиться, что получилось исходное выражение. Такой способ помогает не только находить множители, но и быстрее замечать ошибки в вычислениях.

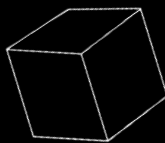


Проверка разложения умножением

Разложение	Умножение	Многочлен
$(x+2)(x+5)$	$x^2+7x+10$	$x^2+7x+10$
$(a-3)(a+3)$	a^2-9	a^2-9
$4y(2y-1)$	$8y^2-4y$	$8y^2-4y$

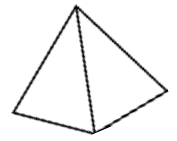


Сравнение разложения, результата умножения и исходного многочлена помогает быстро проверить правильность ответа.

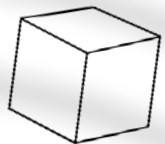


Если после раскрытия скобок получается исходное выражение, разложение выполнено верно.

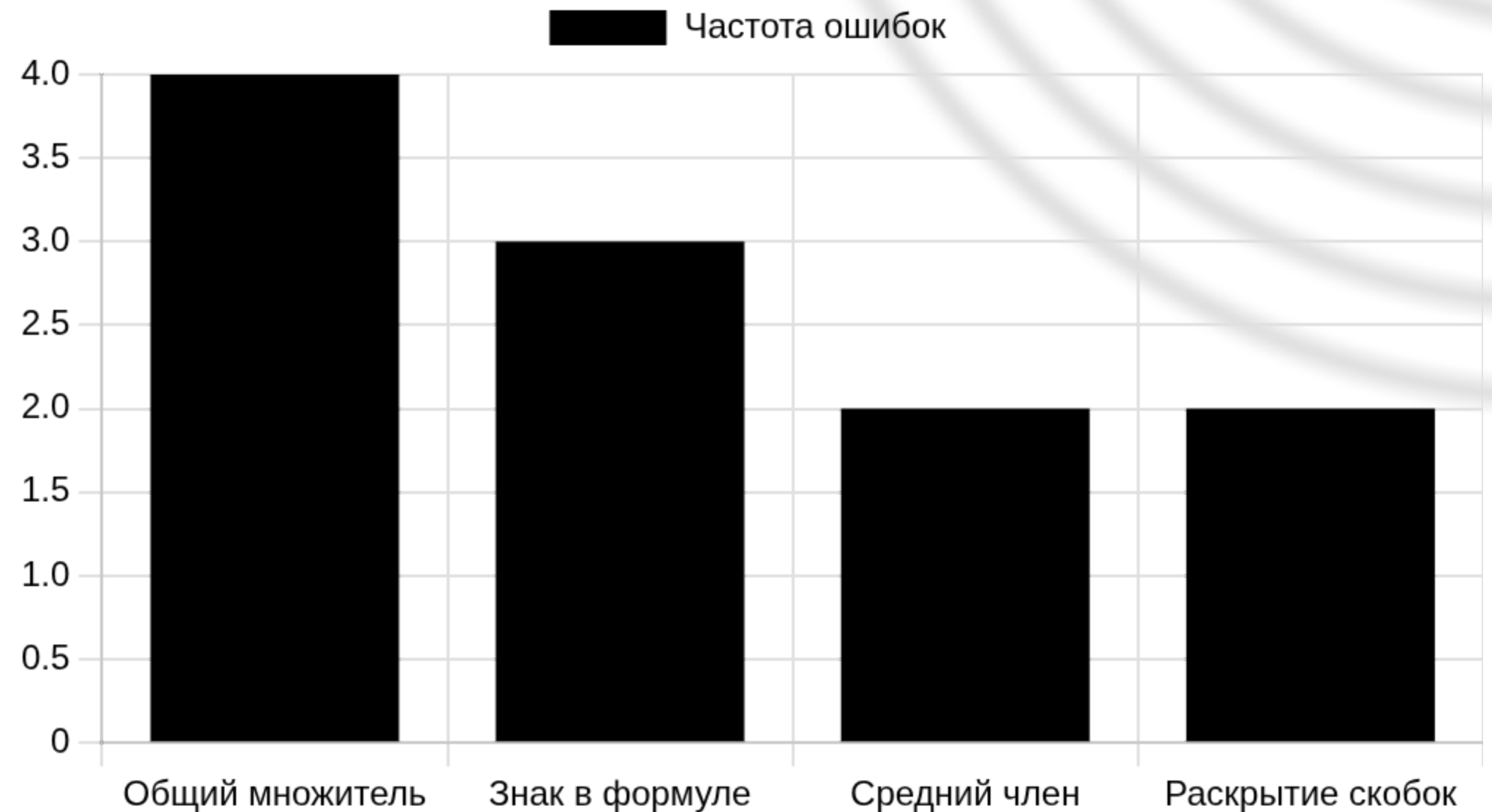
Типичные ошибки при разложении



Наибольшие трудности возникают на первых шагах: выборе способа и записи знаков. Поэтому полезно каждый ответ сразу проверять раскрытием скобок.



Чаще всего ошибки связаны не с самой идеей разложения, а с невнимательностью при записи формулы и проверке результата.



Связь с решением уравнений

1

Переход к произведению

После разложения уравнение часто принимает вид произведения, равного нулю. Это удобно, потому что можно сразу применить правило нулевого произведения и искать отдельные множители.

2

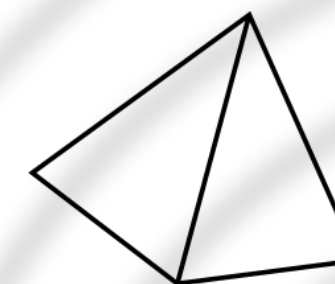
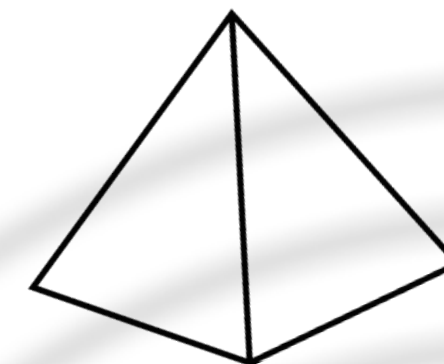
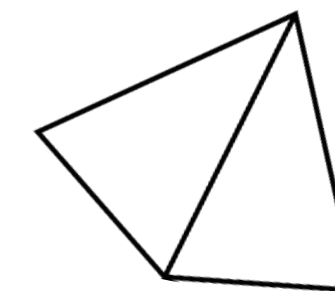
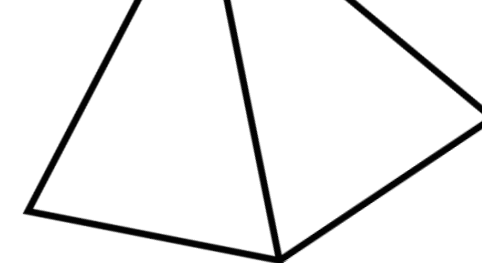
Найти корни

Если произведение равно нулю, то хотя бы один множитель должен быть нулём. В примере $x^2 - 5x = 0$ получаем $x(x - 5) = 0$, откуда $x = 0$ или $x = 5$.

3

Проверить решение

Такой способ сокращает вычисления и делает уравнение более наглядным. После нахождения корней полезно подставить их в исходное выражение и убедиться, что оно действительно обращается в ноль.



The slide features several decorative elements: three cubes in the top left, a large cube in the top center, a small cube on a set of concentric circles in the top right, a cube in the middle right, a cube in the bottom left, and a cube in the bottom right.

1

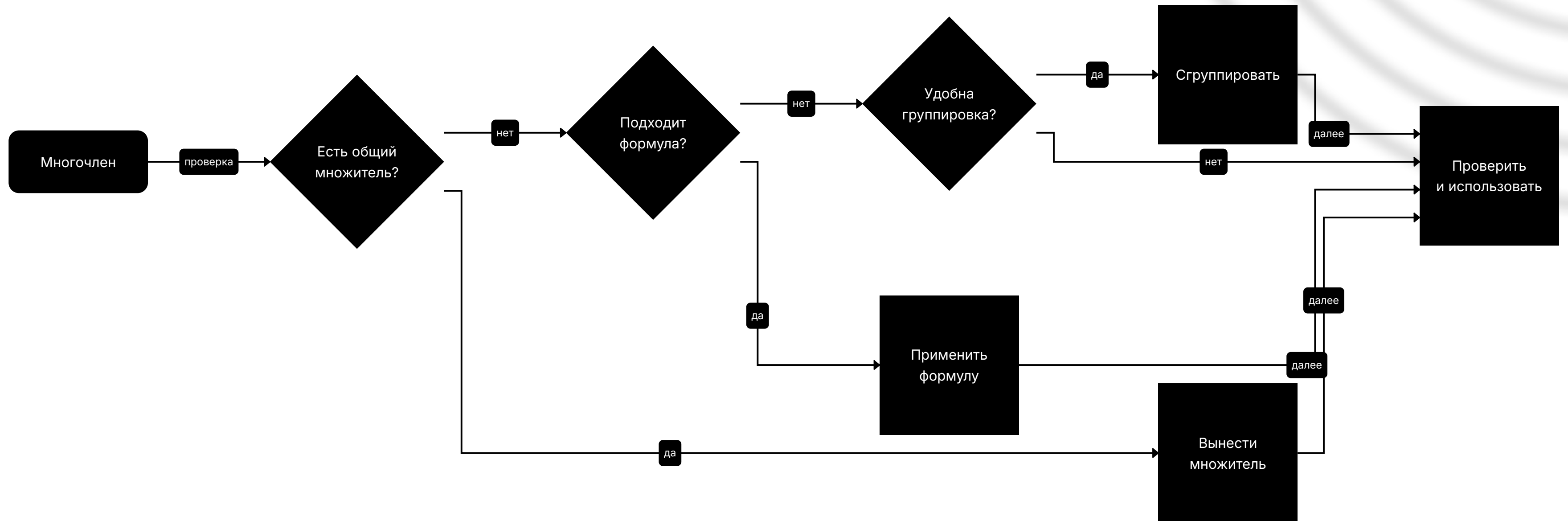
**верная пара скобок часто позволяет
сократить дробь за один шаг.**

Разложение помогает быстро упростить алгебраическую дробь
и убрать лишние множители из числителя и знаменателя.

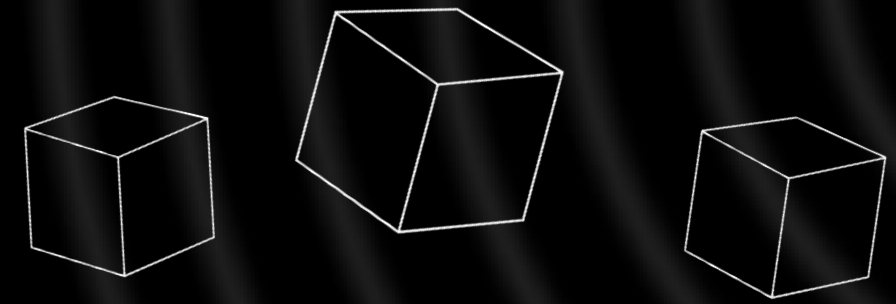
Алгебра, 7 класс

Алгоритм работы с многочленом

Последовательность шагов помогает выбрать подходящий способ разложения и проверить результат.

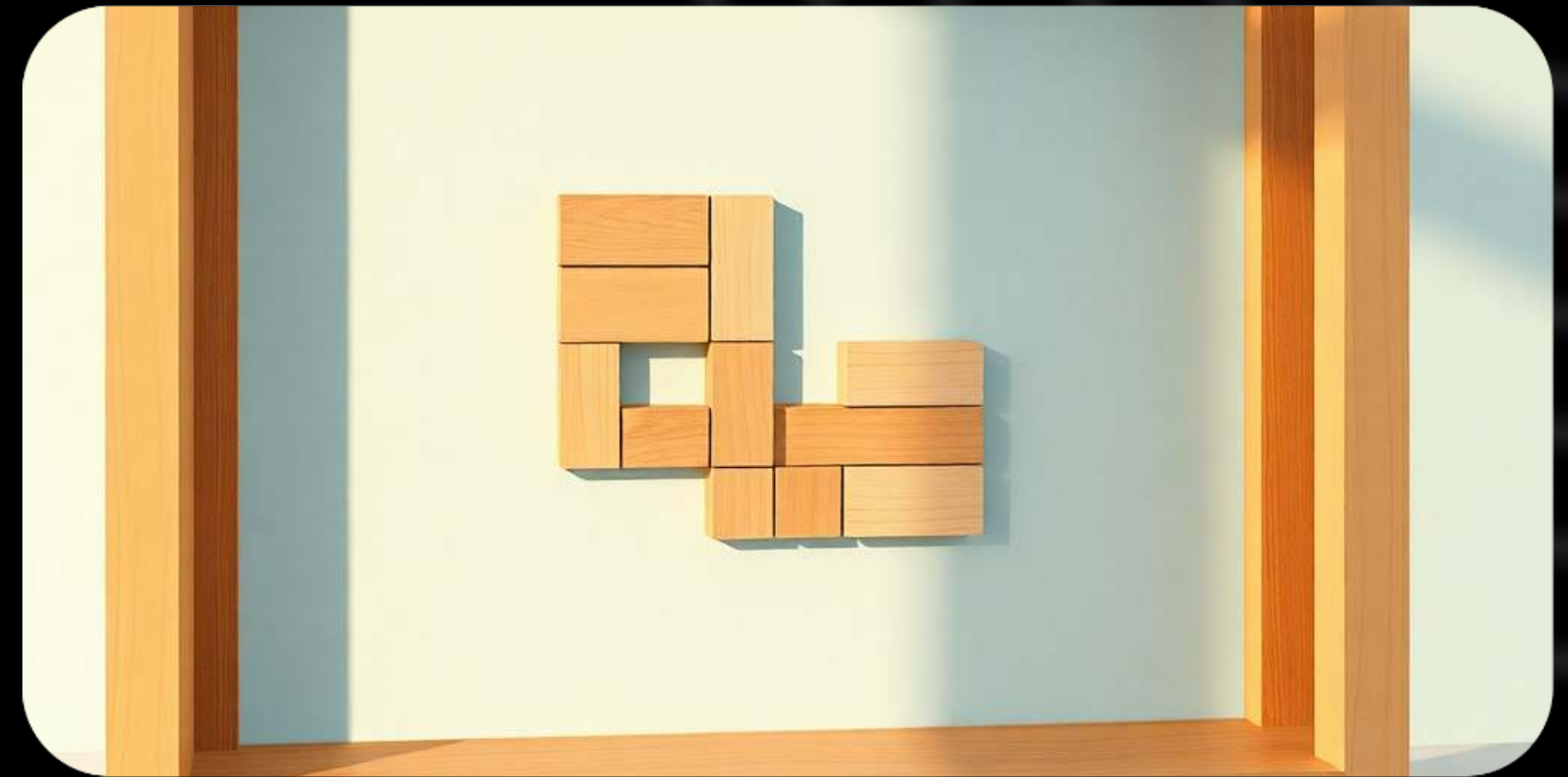
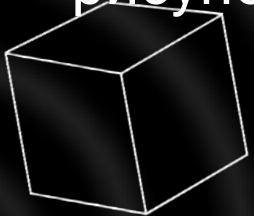


Геометрический смысл разложения



Площадь как сумма частей

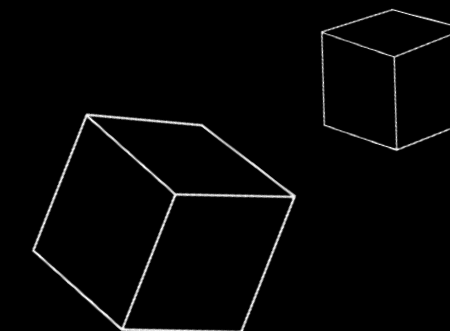
Прямоугольник можно мысленно разбить на несколько меньших прямоугольников и найти его площадь как сумму их площадей. Затем эта же величина записывается короче — как произведение сторон. Так алгебраическое разложение становится наглядным и понятным через рисунок.



Связь с формулой

Если стороны разбитой фигуры выражены буквами, сумма площадей частей превращается в многочлен, а полная сторона — в скобки. На примере $x^2 + 5x + 6$ легко увидеть, как одна модель соединяет геометрию и алгебру.

Примеры разложения из школьных заданий



1

Общий множитель

В выражении $2x^2+8x$ общий множитель виден сразу: это $2x$. После вынесения получаем $2x(x+4)$, и запись становится короче, чем исходный многочлен.

2

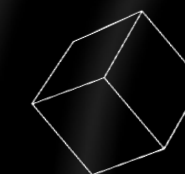
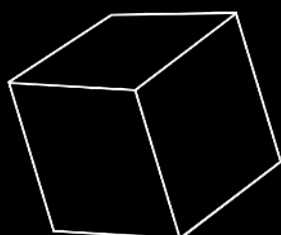
Разность квадратов

В выражении $3m^2-12$ сначала можно вынести 3, а затем заметить разность квадратов: $m^2-4=(m-2)(m+2)$. В итоге получаем $3(m-2)(m+2)$.

3

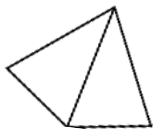
Квадратный трёхчлен

Для $a^2-2a-15$ подбирают числа, которые в сумме дают -2 , а в произведении — -15 . Подходят -5 и 3 , поэтому разложение имеет вид $(a-5)(a+3)$.

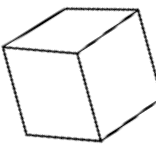


Сводка способов разложения

Способ	Когда применять	Пример
Общий множитель	Есть в каждом слагаемом	$6x+9$
Группировка	Удобно объединить слагаемые	$ax+ay+bx+by$
Разность квадратов	Вид a^2-b^2	x^2-16
Квадрат суммы/ разности	Полный квадрат	x^2+6x+9
Квадратный трёхчлен	Вид x^2+bx+c	$x^2+7x+12$



Краткая таблица помогает быстро выбрать нужный приём по виду многочлена.



Способ разложения выбирают по виду многочлена: сначала ищут самый простой приём, затем переходят к более специальным формулам.

Что важно запомнить

Разложение многочленов на множители строится на известных правилах и требует внимательного выбора способа. Этот навык помогает упростить выражение, решить уравнение и проверить результат раскрытием скобок.