

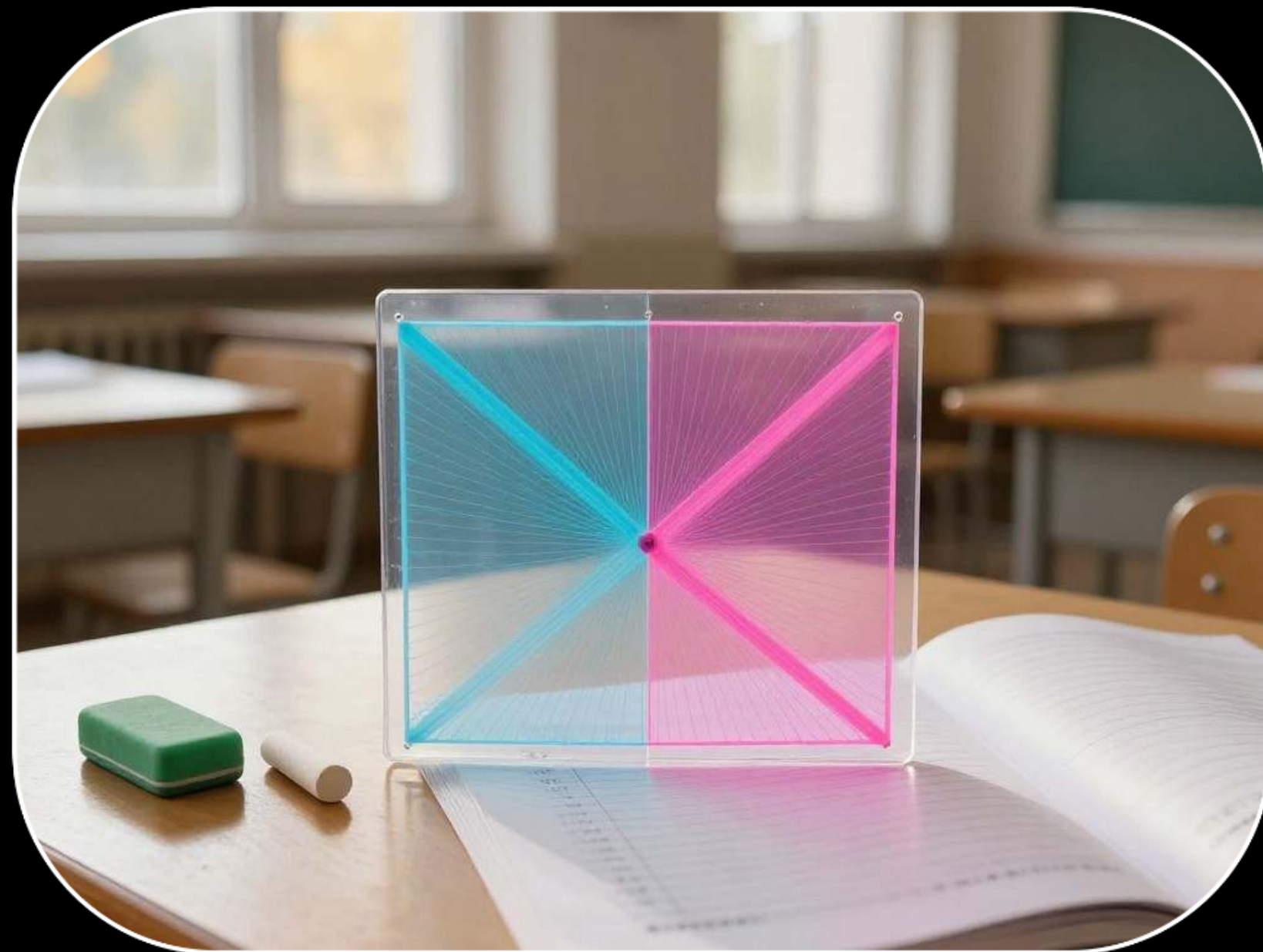
Решение задач с помощью систем уравнений

Находим две неизвестные по двум условиям.

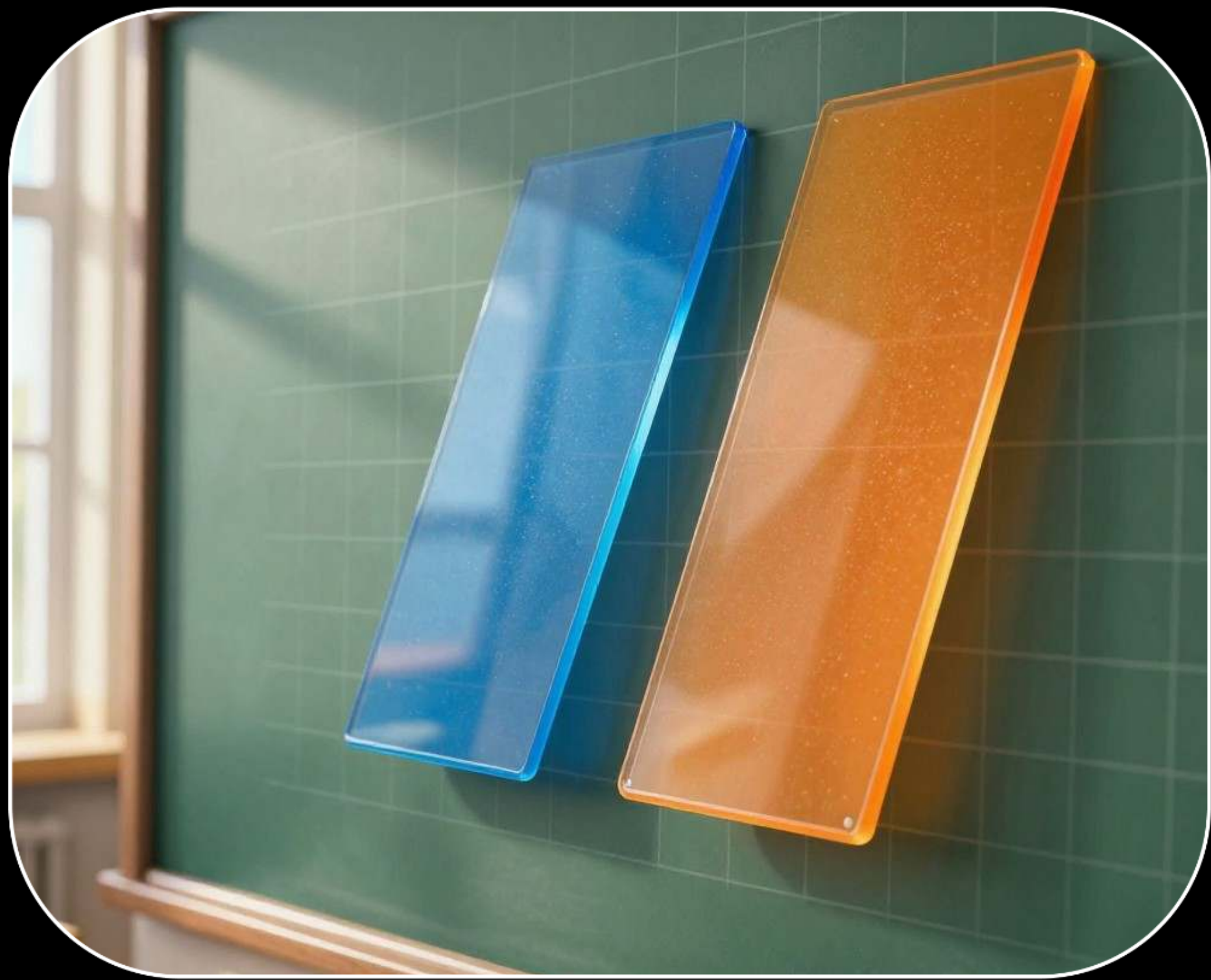


Зачем это нужно в 8 классе

Системы уравнений помогают переводить текст задачи на язык алгебры. Когда известны только связи между величинами, одно уравнение не хватает: два уравнения дают единственный ответ.



Что такое система уравнений



Несколько уравнений

Система объединяет два или больше уравнений, в которых используются одни и те же неизвестные. Их нужно рассматривать вместе, а не по отдельности, чтобы найти общий ответ.

Общее решение

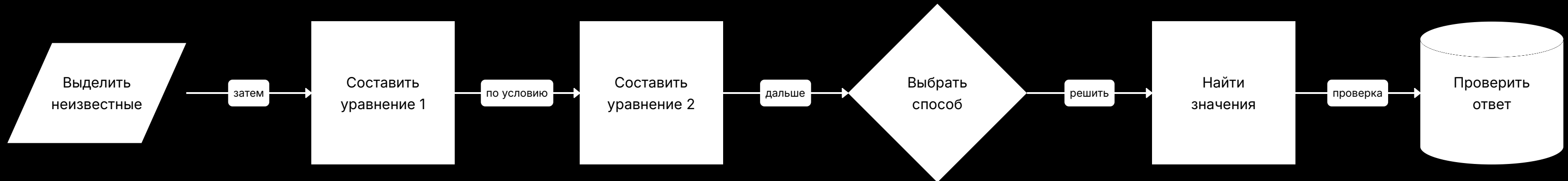
Решением системы считается пара чисел, которая одновременно подходит каждому уравнению. Если хотя бы одно условие не выполняется, такая пара не является ответом.

Геометрический смысл

Для линейных систем каждое уравнение задаёт прямую. Общим решением становится точка их пересечения, поэтому рисунок на координатной плоскости помогает лучше понять результат.

Как решать текстовую задачу системой уравнений

Последовательность действий от условия задачи к проверенному ответу



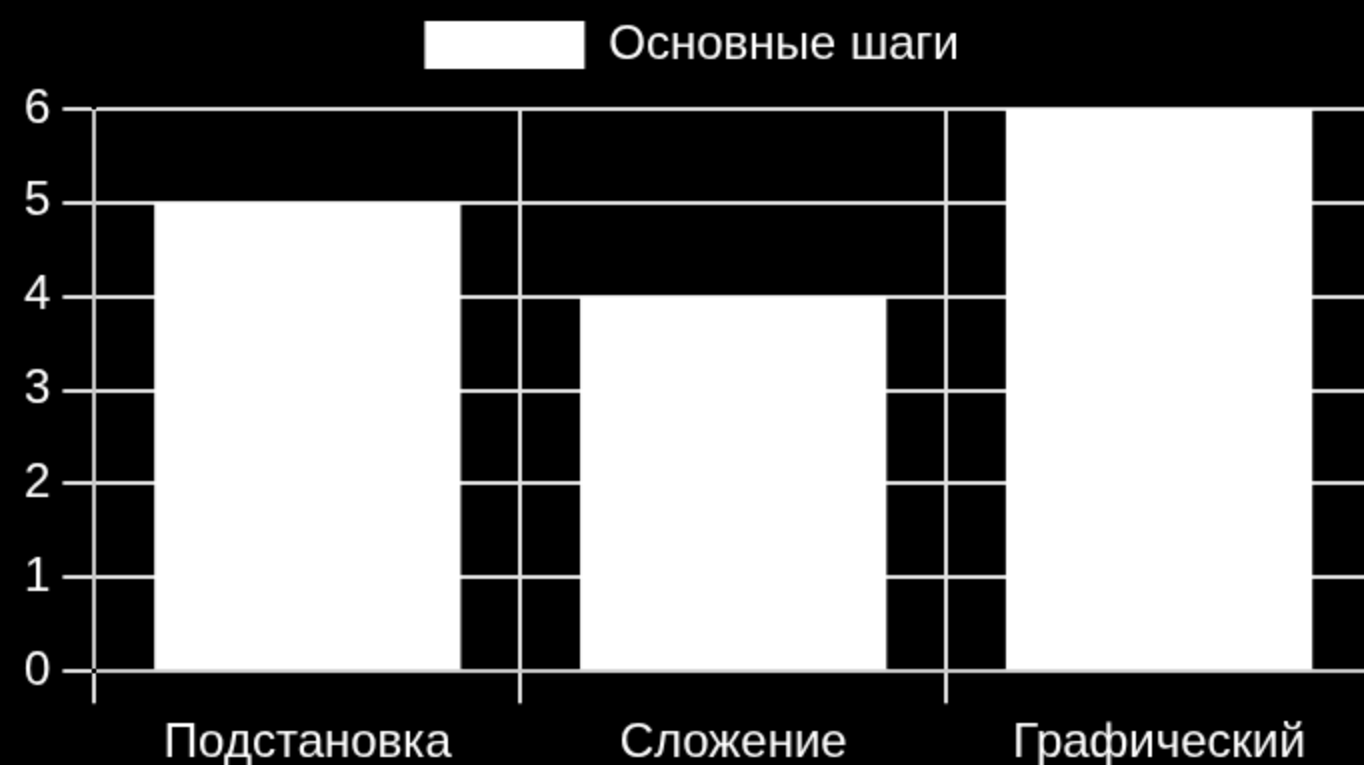
Способы решения систем и их особенности

Способ	Когда удобен	Идея	Важно
Подстановка	Одна переменная выражена	Подставить вместо нее	Не ошибиться в выражении
Сложение	Коэфф. можно уравнивать	Сложить или вычесть	Следить за знаками
Графический	Нужна наглядность	Построить две прямые	Точно отметить точку

Сравнение помогает выбрать самый удобный способ для конкретной задачи.

Выбор способа зависит от вида уравнений: иногда быстрее подстановка, иногда сложение, а график удобен для наглядной проверки.

Сравнение способов по числу действий



Число шагов — не единственный критерий: важны удобство вычислений и возможность быстро проверить ответ.

Сложение чаще всего короче, подстановка универсальна, а графический способ полезнее всего для проверки и понимания решения.

Типовая школьная задача, сравнительная оценка алгоритмов

Способ подстановки

Выразить переменную

1

Сначала выбирают уравнение, где одну неизвестную легко выразить через другую. Это позволяет быстро получить удобную формулу и уменьшить количество преобразований в дальнейшем.

Подставить и решить

2

Затем найденное выражение подставляют во второе уравнение. Так остаётся одно уравнение с одной переменной, которое можно решить обычным способом.

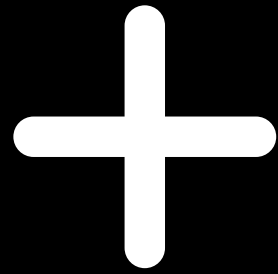
Вернуться к ответу

3

После нахождения первой неизвестной подставляют её в исходное выражение и получают вторую. Важно сразу проверить, подходят ли оба числа обоим уравнениям.

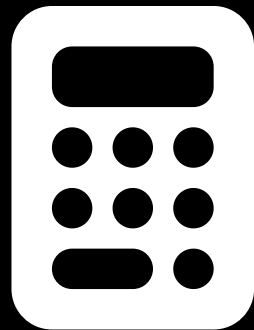


Способ сложения



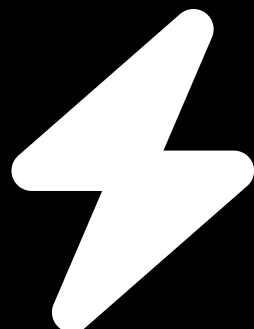
Убрать переменную

Уравнения складывают или вычитают так, чтобы одна из переменных исчезла. Тогда остаётся более простое уравнение с одной неизвестной.



Сделать коэффициенты равными

Если нужно, одно или оба уравнения умножают на число. Это помогает получить противоположные коэффициенты и быстрее выполнить сложение.



Быстрый результат

Метод особенно удобен, когда противоположные коэффициенты уже есть в записи. В таких случаях решение получается короче и аккуратнее.

Графический способ решения системы

Две прямые

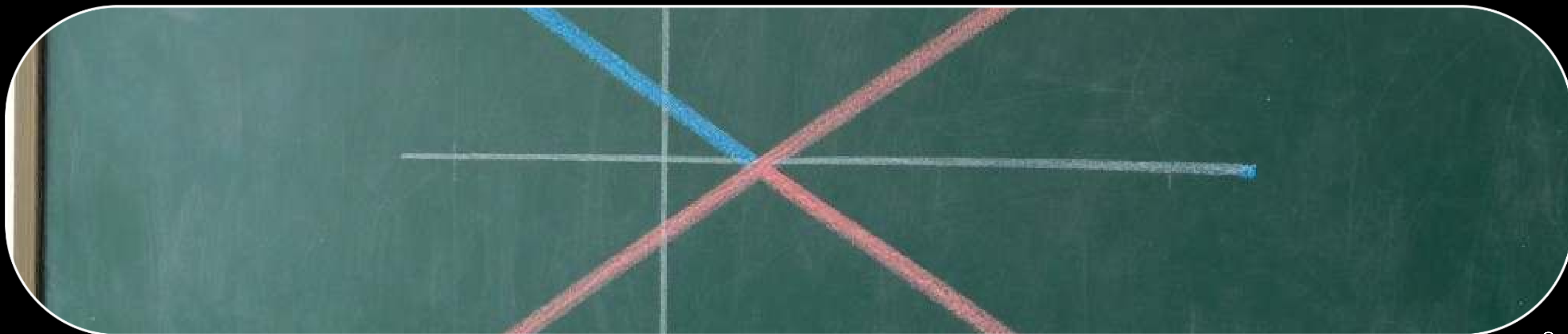
Каждое линейное уравнение с двумя переменными изображают как прямую на координатной плоскости. Для построения нужны удобные точки, которые удовлетворяют уравнению.

Точка пересечения

Общее решение системы — это точка, где прямые пересекаются. Её координаты показывают значения обеих переменных и подходят сразу обоим уравнениям.

Другие случаи

Если прямые совпадают, система имеет бесконечно много решений. Если они параллельны, общих точек нет, значит, система не имеет решения.



Пример задачи на покупку

По таблице видно, какие данные известны и что нужно обозначить буквами.

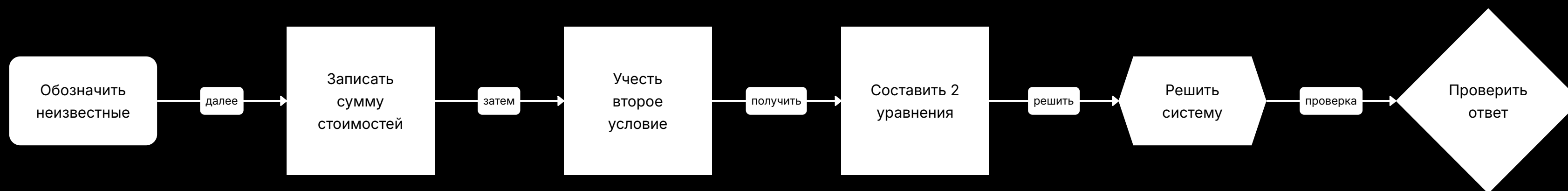
Такую задачу удобно свести к системе: одно уравнение описывает общую стоимость, второе — дополнительное условие о покупке.

Что купили	Цена за 1 шт.	Количество	Стоимость
Тетради	18 руб.	4	72 руб.
Ручки	22 руб.	3	66 руб.
Итого			138 руб.

Условие учебного примера

От условия покупки к системе уравнений

Последовательность составления уравнений по тексту задачи о покупке



Как проверять ответ в системе уравнений

1. Подстановка в уравнения

Подставьте найденную пару чисел в первое и второе уравнение. Оба равенства должны стать верными одновременно, иначе решение получено с ошибкой.

2. Поиск неточностей

Если ответ не подходит, проверьте знаки, вычисления и перенос членов уравнения. Такая проверка быстро показывает, где именно допущена ошибка.

3. Сопоставление с условием

В текстовой задаче ответ должен не только быть верным алгебраически, но и соответствовать смыслу: величины должны быть разумными и совпадать с данными задачи.

Где встречаются задачи с системами уравнений



Такие задачи связаны не только с учебниками: они описывают реальные ситуации, где нужно сравнить две величины и найти их значения одновременно.

Больше всего примеров связано с покупками и движением, но системы уравнений полезны и в других темах.

Иллюстративное распределение для школьной презентации

Типичные ошибки при решении задач

Неверные переменные

Иногда ученик выбирает буквы так, что потом трудно составить уравнение. Лучше сразу обозначать те величины, которые действительно нужно найти, и не менять их смысл в ходе решения.

Сбой при переводе текста

Частая ошибка — записать условие слишком буквально или, наоборот, слишком свободно. Нужно точно перевести слова задачи на язык алгебры: сумма, разность, цена, количество, скорость.

Потерянный знак

При переносе слагаемых легко забыть изменить знак. Из-за этого система становится неверной, хотя на первый взгляд запись выглядит аккуратно. Каждое преобразование стоит проверять отдельно.

Ответ без проверки

Даже если получилось красивое число, оно может не подходить к задаче. Проверка в обоих уравнениях помогает убедиться, что ответ верен и имеет смысл в реальной ситуации.

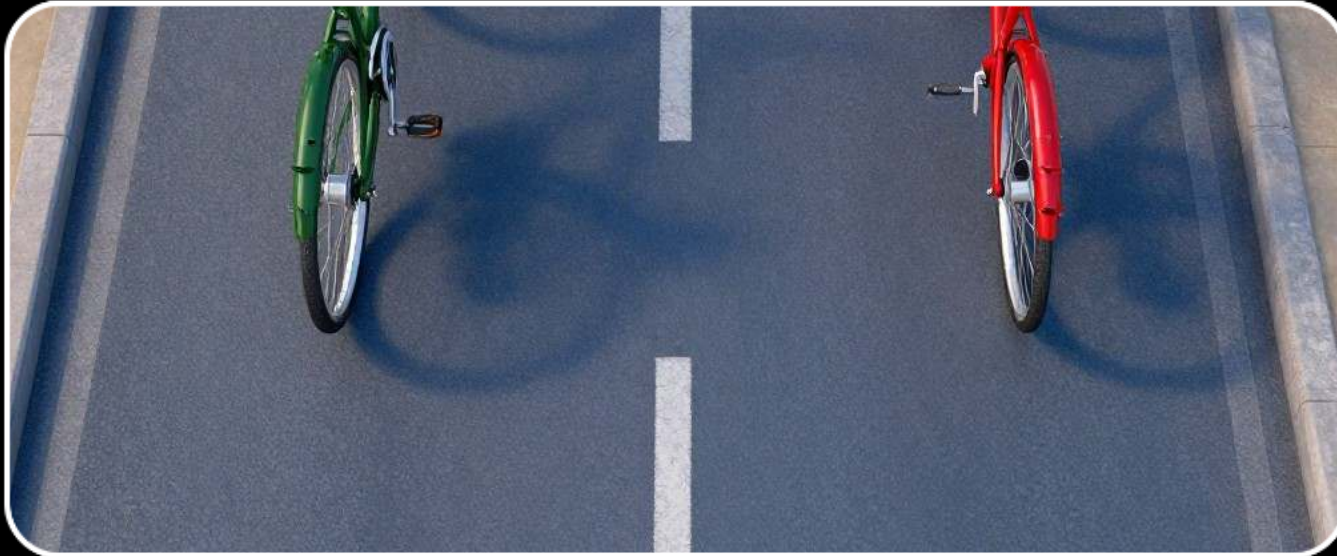
Условия задачи и соответствующие уравнения

Тип условия	Что обозначить	Пример
Сумма	два числа	$x+y=18$
Разность	большее и меньшее	$x-y=4$
Цена и количество	цена, число	$18x+22y=138$
Скорость и время	v, t	$s=vt$

Каждый тип условия удобно переводить в отдельное уравнение, а затем объединять их в систему.

Одно условие даёт одно уравнение, а вместе они позволяют найти обе неизвестные.

Движение в задачах: формула и ситуации



Навстречу друг другу

Два велосипедиста выезжают из разных пунктов и сближаются. Чтобы составить систему, нужно связать путь, скорость и время формулой $s = vt$. Особенно важно заранее привести километры и часы к одним единицам.

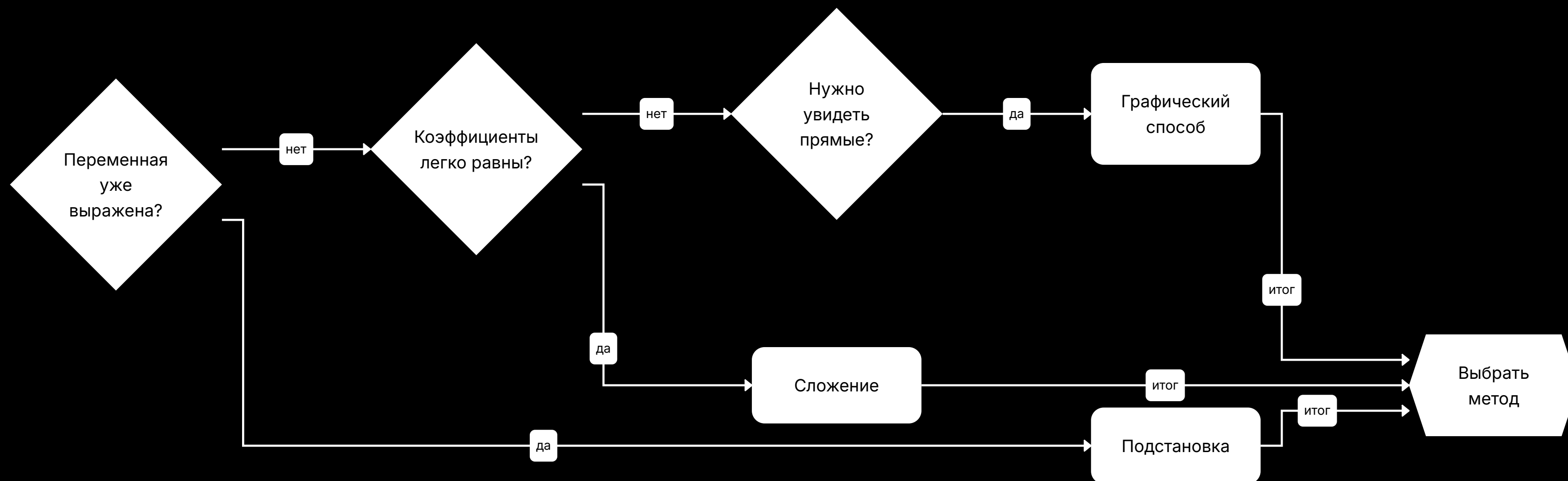


По реке и по дороге

В задачах о лодке скорость зависит от течения, а в задачах о пешеходе — от времени движения. Сначала удобно записать известные скорости и расстояния, а потом составить уравнения для каждой части пути.

Выбор способа решения системы

Как выбрать метод по виду уравнений и числу вычислений



Как оформить решение в тетради

1

Краткая запись

Сначала запишите условие в удобной форме: что известно, что нужно найти, какие величины связаны между собой. Это помогает не пропустить важные данные и сразу увидеть структуру задачи.

2

Обозначение неизвестных

Затем введите буквы и поясните, что означает каждая из них. Чёткое обозначение делает запись понятной и позволяет без путаницы составить первое и второе уравнение.

3

Решение системы

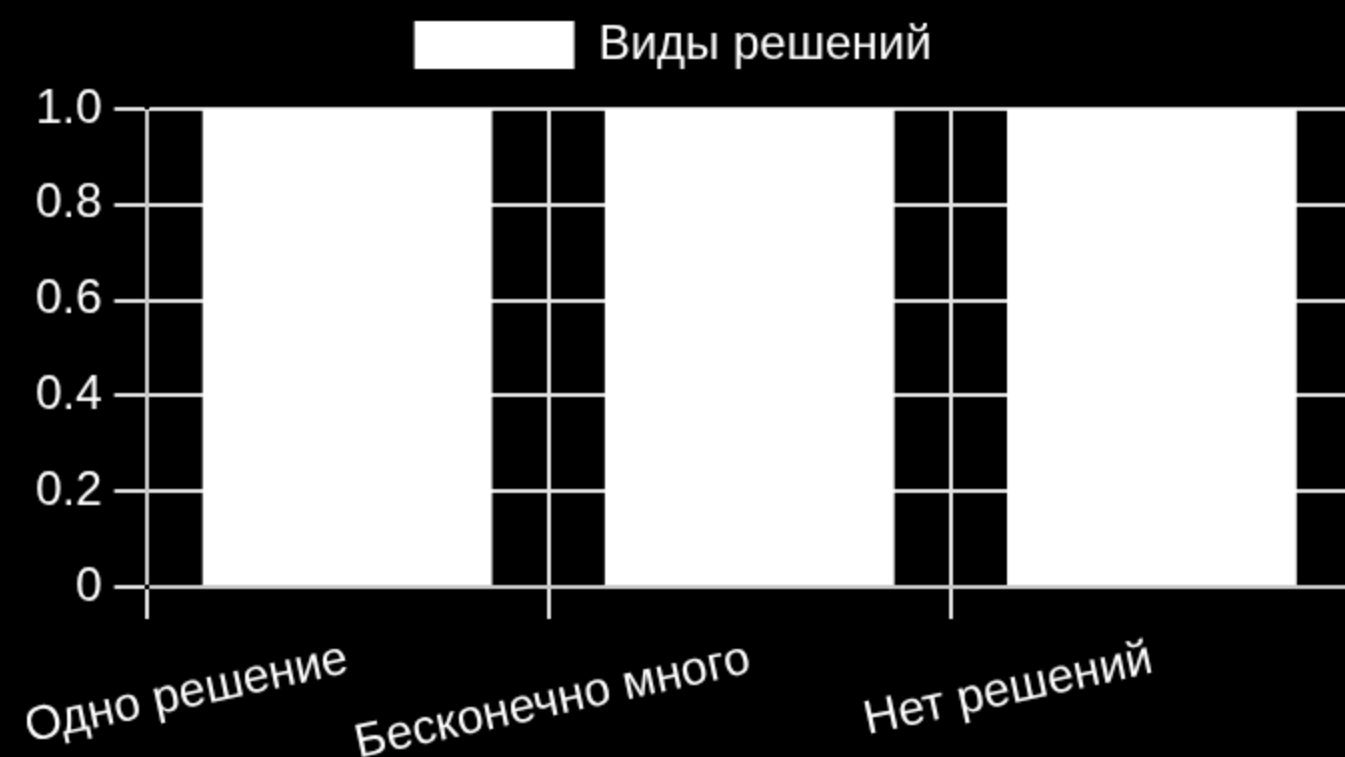
После составления уравнений выполняйте преобразования по шагам, без лишних переходов. Так легче заметить ошибку, если число или знак вдруг не совпадут с ожидаемым результатом.

4

Ответ и проверка

В конце отдельно запишите ответ парой чисел и обязательно проверьте его подстановкой. Такая запись показывает, что задача решена полностью и аккуратно.

Сколько решений может быть у системы



Число решений зависит от того, как расположены две прямые на координатной плоскости.

Пересечение, совпадение и параллельность прямых сразу показывают, будет ли решение одно, много или не будет совсем.

Системы уравнений помогают решать реальные задачи

Системы уравнений превращают текст задачи в точный алгебраический язык. Если правильно выбрать неизвестные, составить уравнения и проверить ответ, можно уверенно находить решения в самых разных ситуациях.