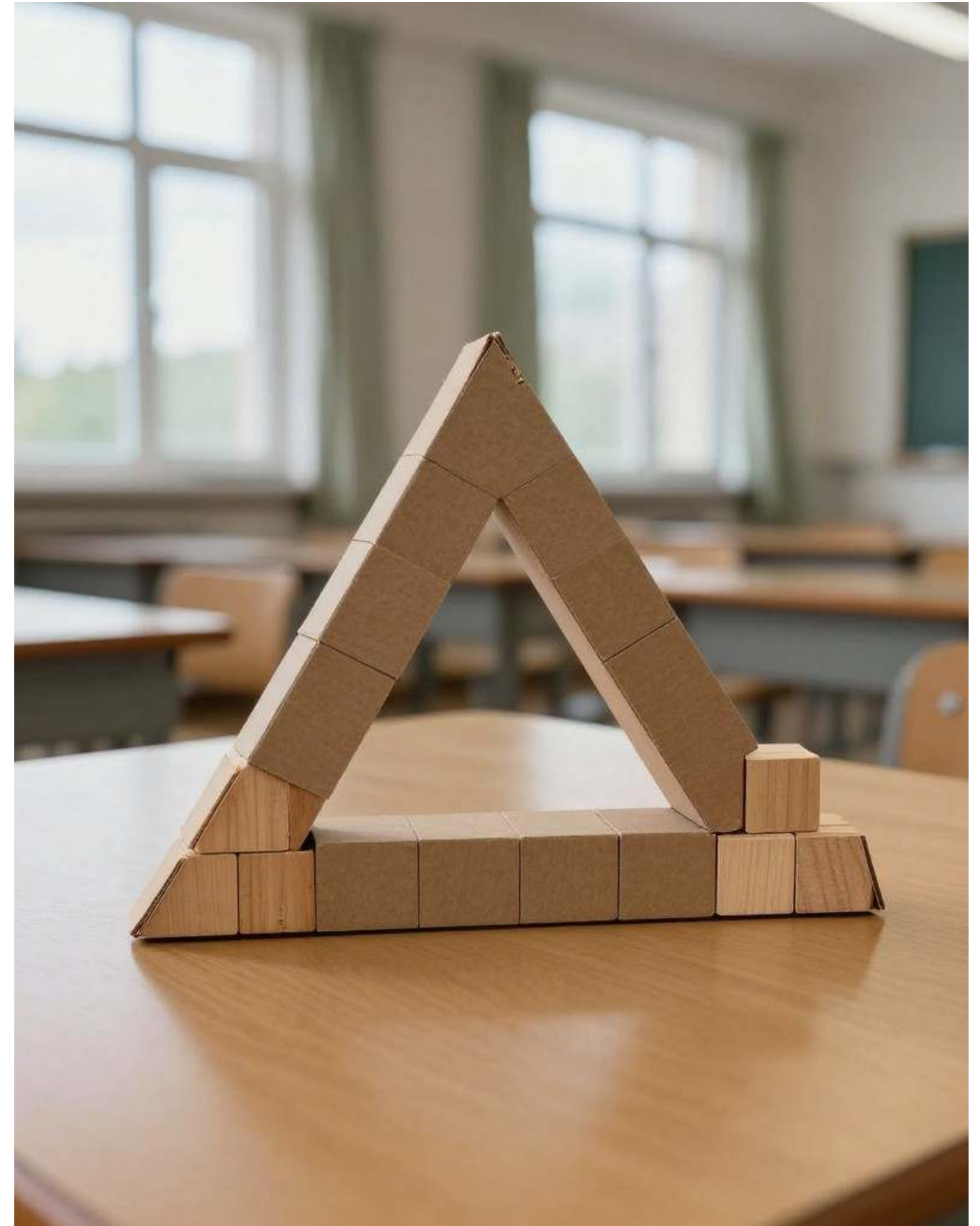


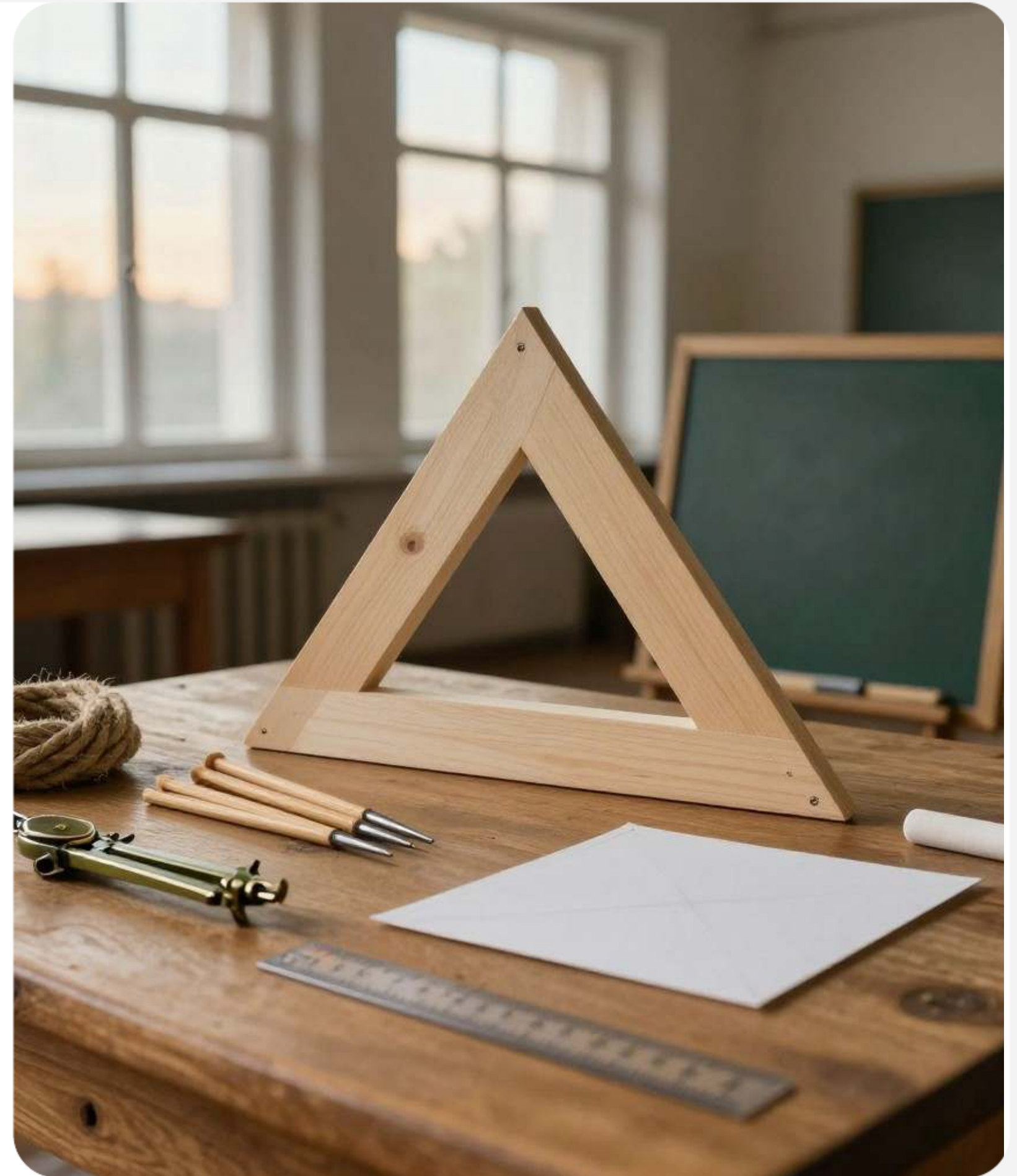
Теорема Пифагора

Главная формула прямоугольного треугольника
и его сторон



От древних измерений к школьной геометрии

Идея теоремы Пифагора возникла не на пустом месте: свойства прямоугольных треугольников знали ещё в Древнем Египте и Вавилоне. Позже формула стала основой для нахождения неизвестных сторон, расстояний и диагоналей.



Прямоугольный треугольник и его элементы

Прямой угол

Прямоугольный треугольник отличается тем, что один из его углов равен 90° . Именно этот угол задаёт особую связь между сторонами и позволяет применять теорему Пифагора.

Два катета

Стороны, которые образуют прямой угол, называются катетами. Они обычно короче других сторон треугольника и именно с ними чаще всего начинают решение задачи.

Гипотенуза

Сторона, лежащая напротив прямого угла, называется гипотенузой. Она всегда длиннее каждого катета, поэтому в формулах её удобно выделять отдельно.

Главные обозначения

Понимание этих трёх элементов важно для записи формулы, проверки вычислений и выбора правильного пути решения. Без них невозможно уверенно работать с задачами по теме.

Обозначения сторон в формуле $a^2 + b^2 = c^2$

Буквы в записи

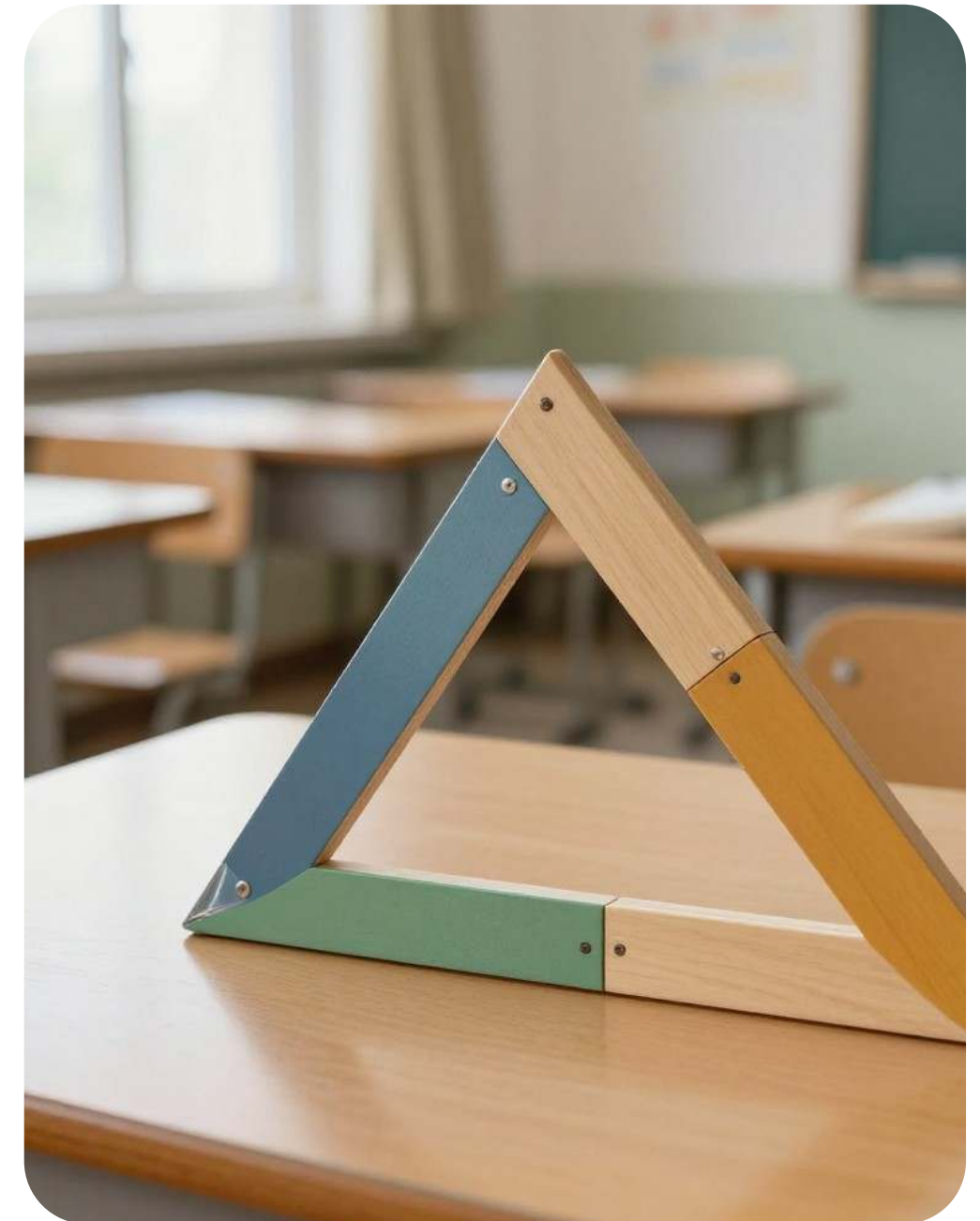
Обычно катеты обозначают буквами a и b , а гипотенузу — буквой c . Такая запись делает формулу короткой и удобной для любых числовых примеров.

Смысл квадратов

В выражении $a^2 + b^2 = c^2$ сравниваются не сами длины, а их квадраты. Именно поэтому сначала возводят стороны в квадрат, а затем находят неизвестное значение.

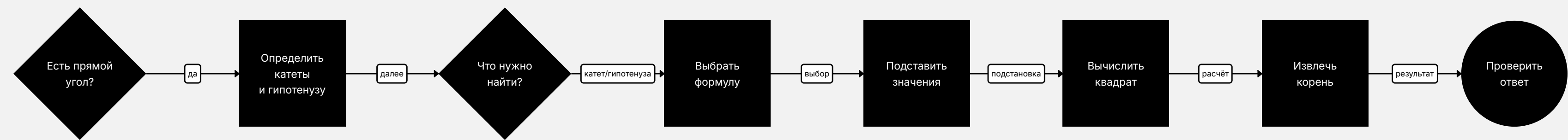
Схема для запоминания

Рядом с формулой полезно держать рисунок прямоугольного треугольника с подписями сторон. Он помогает быстро определить, где катеты, а где гипотенуза, и не ошибиться при подстановке.



Алгоритм решения задач по теореме Пифагора

Последовательность действий при поиске неизвестной стороны прямоугольного треугольника



Типовые числовые примеры и пифагоровы тройки

Эти наборы чисел часто встречаются в задачах и помогают быстро проверять вычисления.

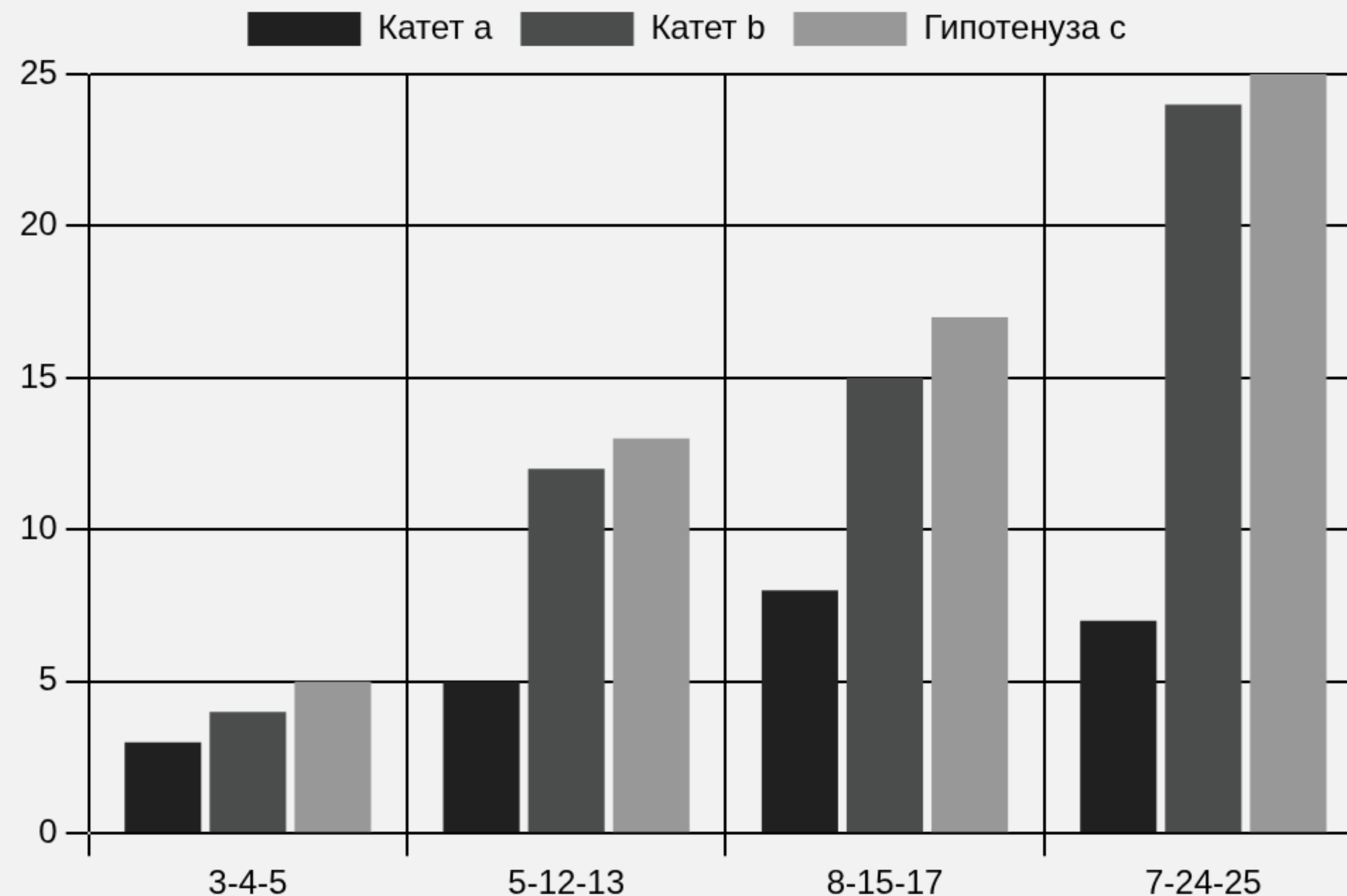
Все строки подтверждают одну и ту же связь сторон: квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

a	b	c	Проверка
3	4	5	$3^2+4^2=5^2$
5	12	13	$5^2+12^2=13^2$
8	15	17	$8^2+15^2=17^2$
7	24	25	$7^2+24^2=25^2$

Пифагоровы тройки в сравнении длин сторон

На диаграмме удобно сравнивать каждую сторону внутри одной тройки и видеть, как меняются размеры без потери связи между ними.

Во всех примерах гипотенуза остаётся самой длинной стороной, а рост катетов сопровождается ростом всей тройки.



8

получается, если из квадрата
гипотенузы вычесть квадрат
известного катета и извлечь корень

Пример вычисления по теореме Пифагора

В примере с гипотенузой 10 и катетом 6
неизвестный катет равен 8. Это показывает,
как работает формула для поиска стороны,
когда известны два других значения.

Геометрический смысл квадратов на сторонах



Три квадрата вокруг одного треугольника

Если построить квадрат на каждой стороне прямоугольного треугольника, можно сравнить их площади. У треугольника 3-4-5 это особенно наглядно: площади равны 9, 16 и 25. Видно, что большой квадрат на гипотенузе как будто «собирает» площади двух меньших.



Почему это удобно для понимания

Такой рисунок помогает увидеть формулу не как абстрактную запись, а как связь между площадями. Когда квадраты расположены рядом, становится ясно, почему $a^2 + b^2$ равно c^2 и как стороны связаны между собой.

История доказательств теоремы

1

Много способов доказать

Сегодня известно более 300 доказательств теоремы Пифагора. Такое число показывает, насколько важной и интересной оказалась эта идея для разных поколений математиков.

2

Доказательство Евклида

Одно из самых известных доказательств связано с Евклидом. Оно использует свойства фигур и площади, поэтому помогает увидеть теорему не только как формулу, но и как геометрический факт.

3

Разные математические идеи

В других доказательствах применяют перестановку частей фигур и свойства подобных треугольников. Это показывает, что одна и та же теорема может объясняться разными способами.

4

Почему это важно

Большое число доказательств делает теорему Пифагора одной из самых изученных в математике. Она объединяет логику, геометрию и точный счёт в одной короткой формуле.

Способы проверки решения задачи

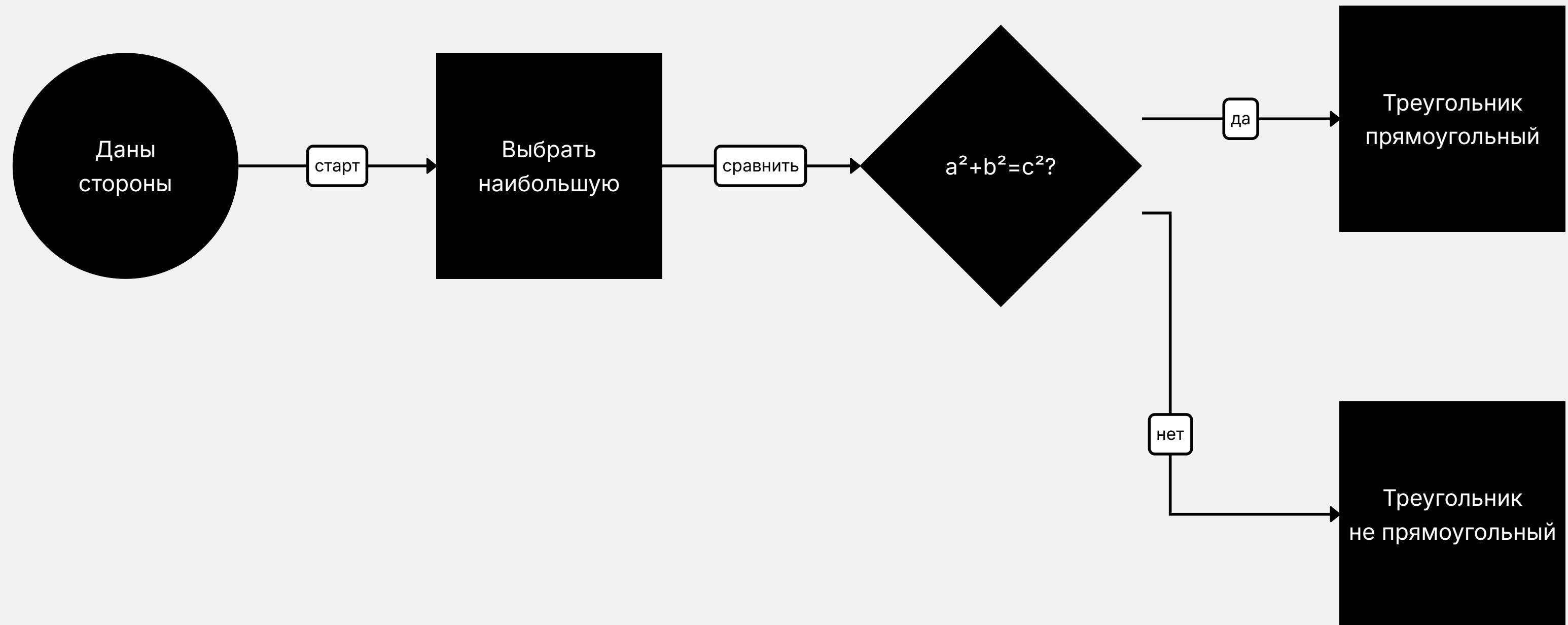
Способ проверки	Что проверяется	Когда используется
Подстановка в формулу	Вычисления	После решения
Оценка сторон	Логичность ответа	Перед записью
Квадратный корень	Точность корня	При проверке

Три коротких способа помогают заметить ошибку до того, как ответ будет записан окончательно.

Проверка ответа позволяет вовремя заметить ошибки в формулах, вычислениях и выборе сторон треугольника.

Обратная теорема Пифагора

Алгоритм распознавания прямоугольного треугольника по длинам его сторон.



Где теорема Пифагора используется на практике

Во всех этих сферах теорема помогает работать с расстояниями, диагоналями и точными измерениями без лишних построений.

Наибольшая польза теоремы связана с прикладными задачами, где нужно быстро вычислять длины и проверять геометрию объектов.

■ Строительство ■ Картография ■ Спорт
■ Робототехника ■ Компьютерная графика



Частые ошибки при решении задач



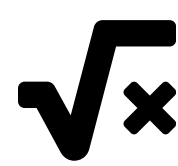
Путают стороны

Часто катет принимают за гипотенузу или наоборот. Из-за этого подставляют числа в неверную часть формулы и получают ответ, который не соответствует условию задачи.



Не возводят в квадрат

Иногда в формулу ставят сами длины сторон, а не их квадраты. Тогда равенство теряет смысл, и результат получается неправильным даже при верной записи выражения.



Забывают корень

После нахождения квадрата неизвестной стороны нужно извлечь квадратный корень. Если пропустить этот шаг, ответ останется в неправильной форме и будет слишком большим.



Не проверяют условие

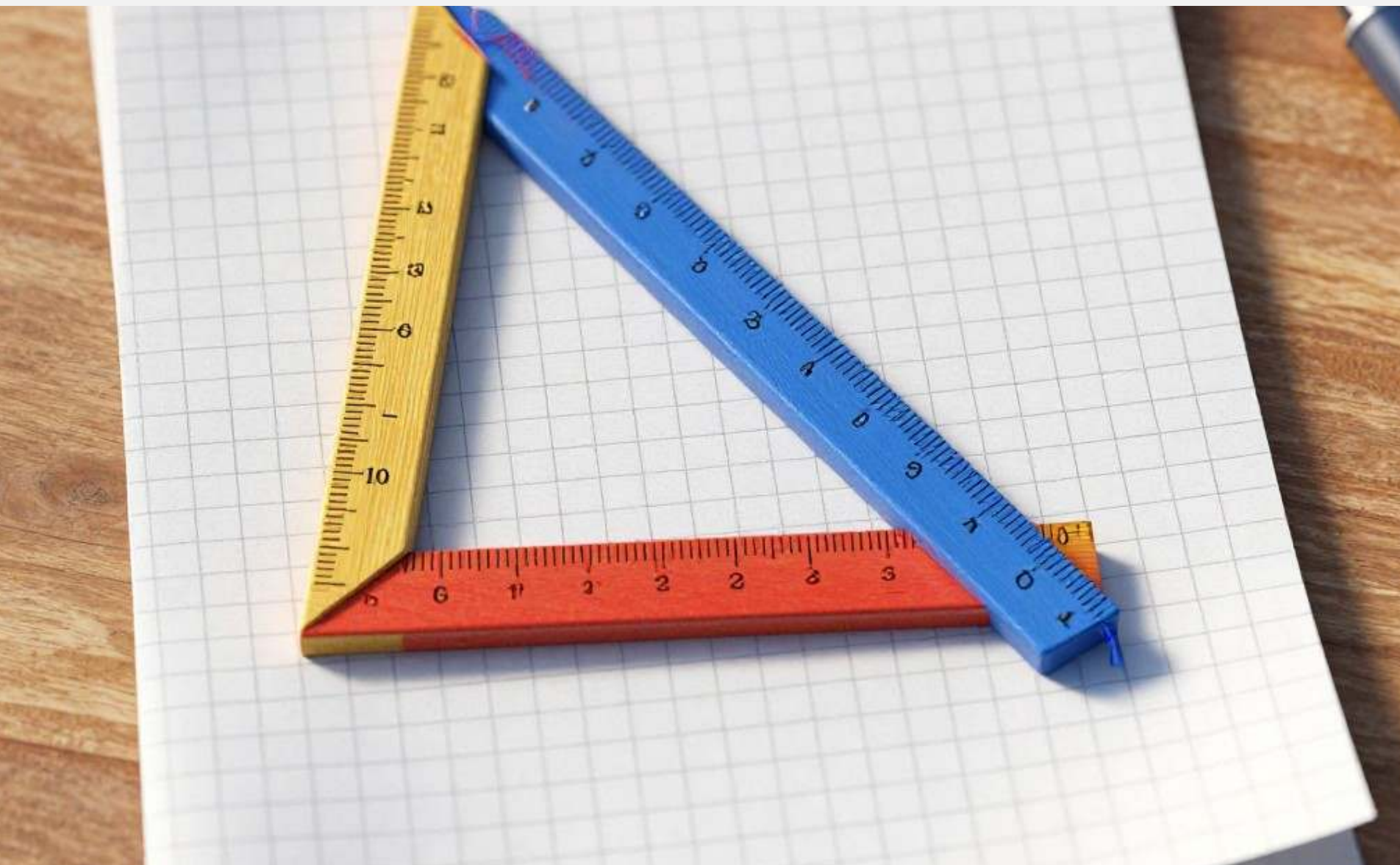
Теорему Пифагора применяют только к прямоугольному треугольнику. Если прямого угла нет, формула не подходит, поэтому решение сразу становится неверным.



Не оценивают ответ

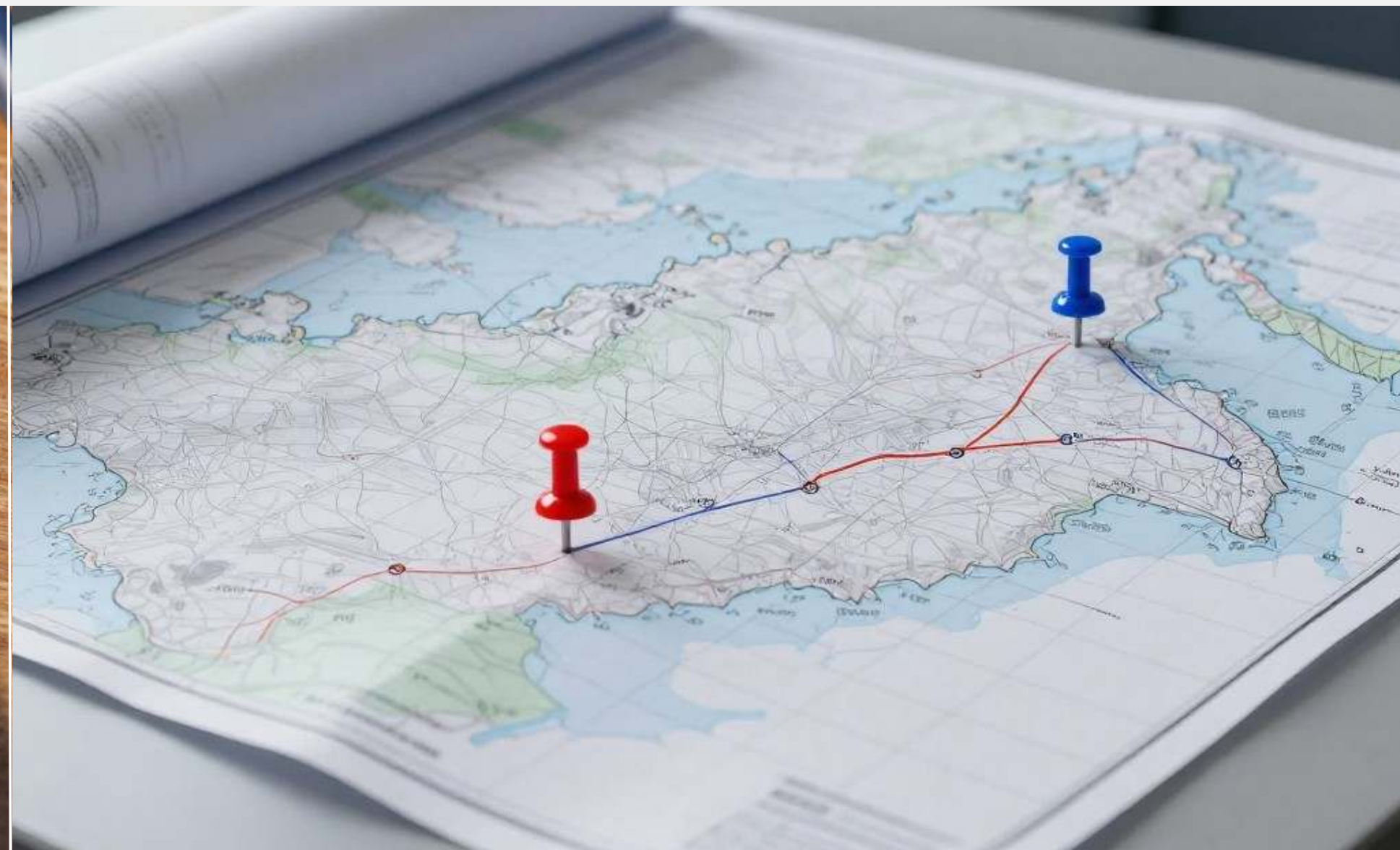
Полезно сравнить результат с длинами известных сторон. Если гипотенуза меньше катета или значение выглядит нелогично, значит, в вычислениях допущена ошибка.

Пифагорова тройка на клетчатой сетке



Треугольник 6–8–10 на бумаге в клетку

На клетчатой бумаге удобно отложить катеты длиной 6 и 8 клеток, а затем соединить их концы. Получится прямоугольный треугольник, у которого гипотенуза равна 10. Такой рисунок помогает увидеть связь между сторонами и проверить прямой угол без сложных измерений.



От плана до координатной плоскости

Этот же пример часто используют на плане местности и на координатной плоскости. Если две точки расположены по горизонтали и вертикали, их соединяет диагональ, которую можно найти по теореме Пифагора. Поэтому клетчатая сетка делает задачу наглядной и понятной.

Проверочные примеры для самоконтроля

Эти примеры помогают быстро сверить вычисления и убедиться, что гипотенуза найдена верно.

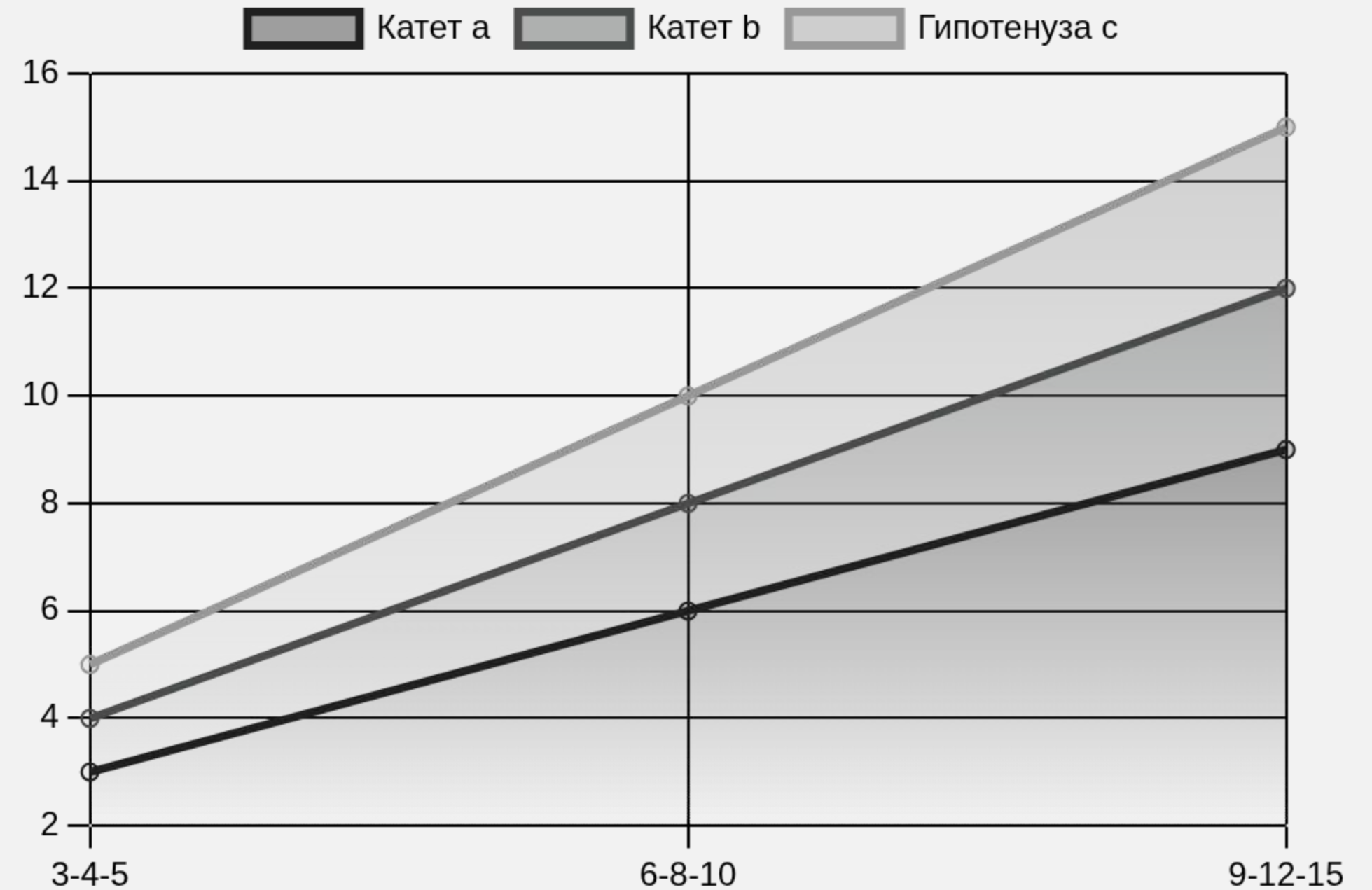
Во всех примерах квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов, а сама гипотенуза больше каждой из сторон.

Катеты	Гипотенуза	Проверка
9 и 12	15	$81+144=225$
7 и 24	25	$49+576=625$
20 и 21	29	$400+441=841$

Как меняются стороны при увеличении масштаба

Все три треугольника имеют одинаковую форму, но отличаются размером. Это удобно видеть на одной диаграмме.

При увеличении масштаба стороны растут пропорционально, а соотношение между ними сохраняется.



Теорема Пифагора на координатной плоскости

1

1. Найти разности координат

Сначала определяют, насколько точки отличаются по горизонтали и вертикали. Эти значения становятся катетами прямоугольного треугольника, построенного по двум точкам.

2

2. Построить прямоугольный треугольник

Горизонтальный и вертикальный отрезки образуют прямой угол. Соединяющий их концы отрезок — это гипотенуза, то есть искомое расстояние между точками.

3

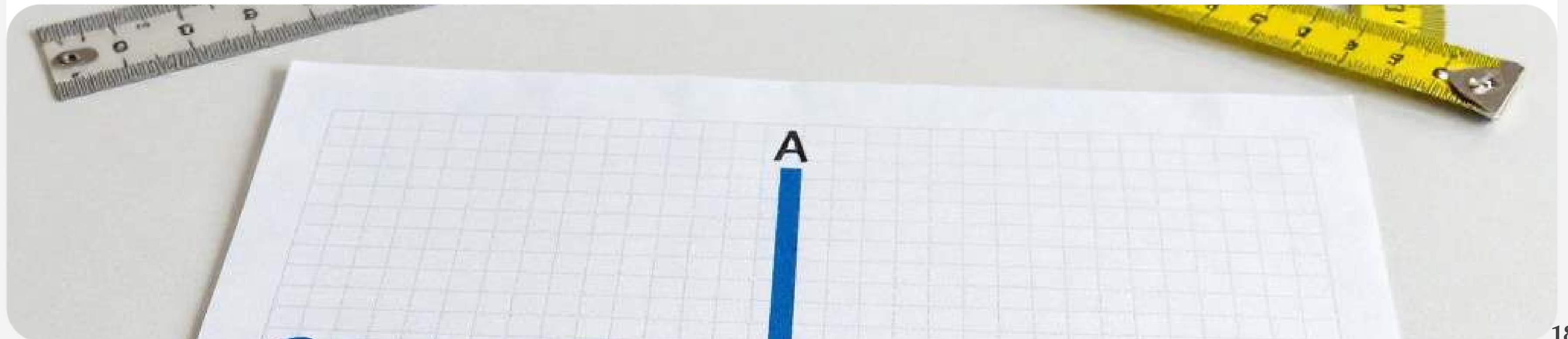
3. Применить формулу

Длину отрезка находят по теореме Пифагора. Такой способ особенно полезен, когда нужно измерить диагональ на карте, чертеже или графике.

4

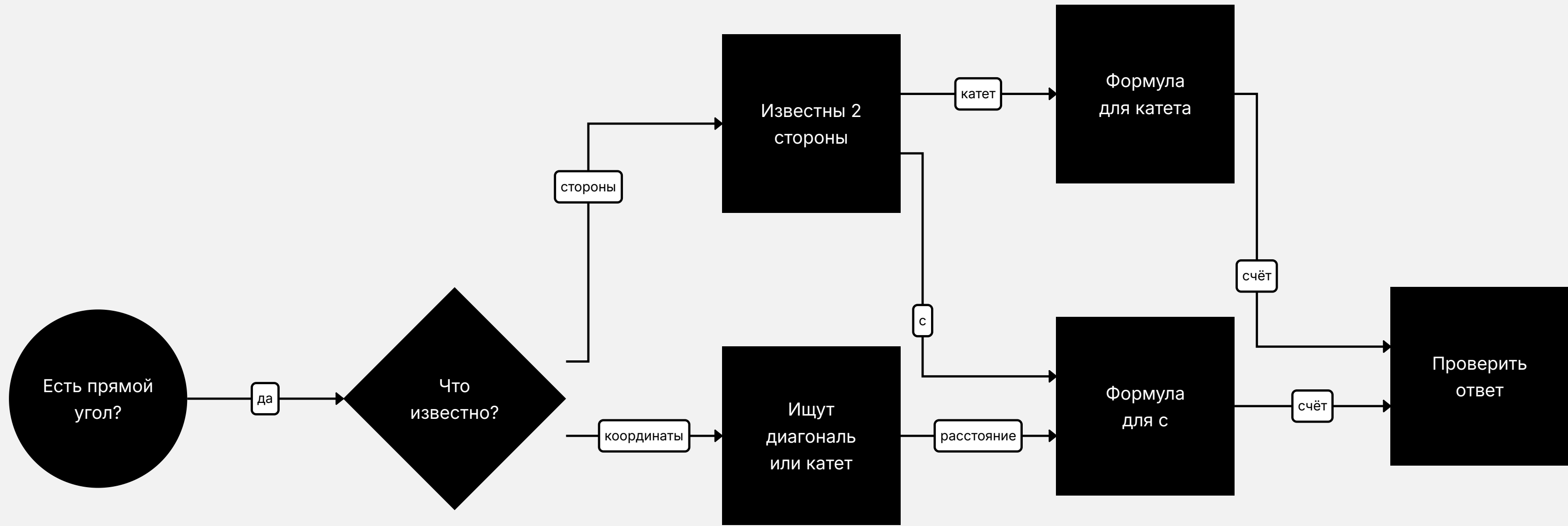
4. Проверить результат

Ответ сравнивают с расположением точек и масштабом рисунка. Если расстояние выглядит слишком маленьким или слишком большим, вычисления нужно перепроверить.



Как распознать задачу на теорему Пифагора

Схема помогает понять, когда в задаче нужен прямоугольный треугольник и какая формула подходит.



Почему теорема Пифагора остаётся важной в 9 классе

Она соединяет простую формулу, наглядный рисунок и точный расчёт. Теорема помогает решать школьные задачи, работать с планами и координатами, а также быстрее находить неизвестные стороны треугольника.