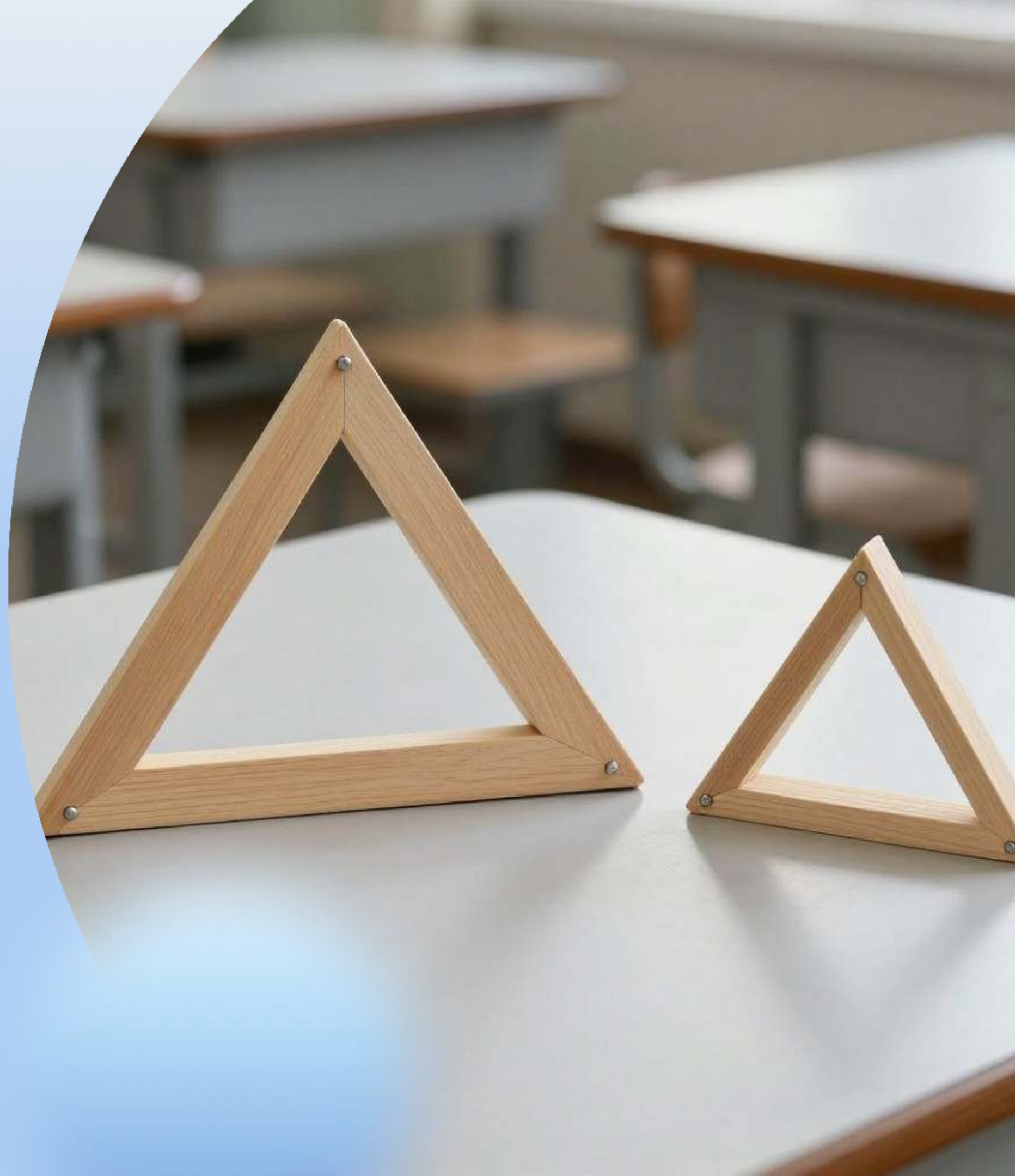


Подобие треугольников и первый признак подобия

Одинаковая форма при разных размерах.



Что важно вспомнить о треугольниках



Перед изучением подобия полезно вспомнить свойства углов и параллельных прямых: именно они помогают находить равные углы и доказывать, что треугольники похожи по форме.



Что такое подобные треугольники

1

Равные углы

У подобных треугольников все соответствующие углы равны. Это значит, что фигуры сохраняют одну и ту же форму, даже если одна из них изображена крупнее или меньше другой.

2

Пропорциональные стороны

Соответствующие стороны подобных треугольников находятся в одинаковом отношении. Если сравнить любую пару соответствующих сторон, полученное отношение будет таким же, как и для остальных пар.

3

Коэффициент подобия

Коэффициент подобия показывает, во сколько раз один треугольник больше или меньше другого. Он помогает быстро сравнивать фигуры и находить неизвестные длины по известным сторонам.

4

Что означает число k

Если коэффициент подобия равен 2, все стороны одного треугольника в два раза больше соответствующих сторон другого. При k меньше 1 треугольник, наоборот, получается уменьшенным.

5

Главный вывод

Подобие объединяет две идеи: одинаковую форму и изменение размеров. Поэтому в задачах нужно одновременно следить за равенством углов и за правильным отношением соответствующих сторон.

Подобие в окружающем мире



Карты и планы

На картах и планах изображают большие объекты в уменьшенном виде. Форма сохраняется, а размеры меняются по масштабу, поэтому подобие помогает точно читать такие изображения.



Чертежи и модели

Архитектурные чертежи и модели зданий строят по тем же принципам. Одинаковые углы и пропорциональные стороны позволяют сохранить вид конструкции, даже если она выполнена в другом размере.



Фотографии и экраны

На фотографиях и экранах изображение можно увеличить или уменьшить без искажения формы. Если соблюден масштаб, треугольные элементы остаются подобными исходному объекту.



Треугольные конструкции

В реальных объектах часто встречаются треугольные элементы: крыши, фермы мостов, дорожные знаки. Их можно сравнивать с геометрическими фигурами и использовать подобие для расчётов.

Соответствие элементов подобных треугольников

Элемент	Треугольник 1	Треугольник 2
Угол A	$\sphericalangle A$	$\sphericalangle A_1$
Сторона AB	AB	A ₁ B ₁
Сторона BC	BC	B ₁ C ₁

✚ При подобии важно сохранять правильный порядок вершин, углов и сторон.

✚ Соответствующие вершины идут в одинаковом порядке, а отношения сторон записываются одинаково для всех пар.

- Школьный курс геометрии

Первый признак подобия треугольников

1

Два равных угла

Если в одном треугольнике два угла равны двум углам другого, то такие треугольники подобны. Это и есть первый признак подобия, самый удобный для многих задач.

2

Третий угол определён

Когда два угла совпадают, третий тоже обязательно равен, потому что сумма углов треугольника всегда составляет 180° . Значит, форма треугольников полностью совпадает.

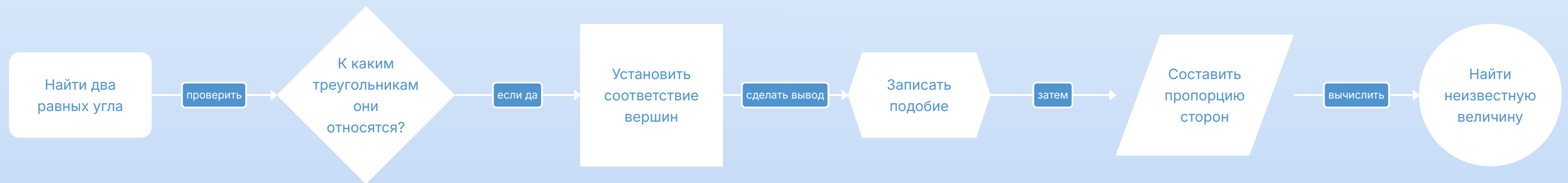
3

Где признак полезен

Этот признак особенно удобен, если в условии даны только углы или если равенство углов нужно увидеть на рисунке. Тогда можно сразу доказать подобие без измерения сторон.

Как применить первый признак

Последовательность действий при решении задач на подобие



Как не перепутать соответствующие углы :::



Одинаковое положение

Соответственные углы занимают одинаковое положение относительно сторон подобных треугольников. Если внимательно посмотреть на рисунок, легче понять, какие вершины должны быть сопоставлены друг другу.



Одинаковые пометки

Полезно отмечать равные углы одинаковыми дугами. Тогда на чертеже сразу видно, какие элементы уже найдены и какие вершины нужно соединить в пару.



Порядок вершин

В записях треугольники лучше обозначать в одном и том же порядке. Если порядок нарушить, можно случайно сопоставить не те стороны и получить неверный ответ.

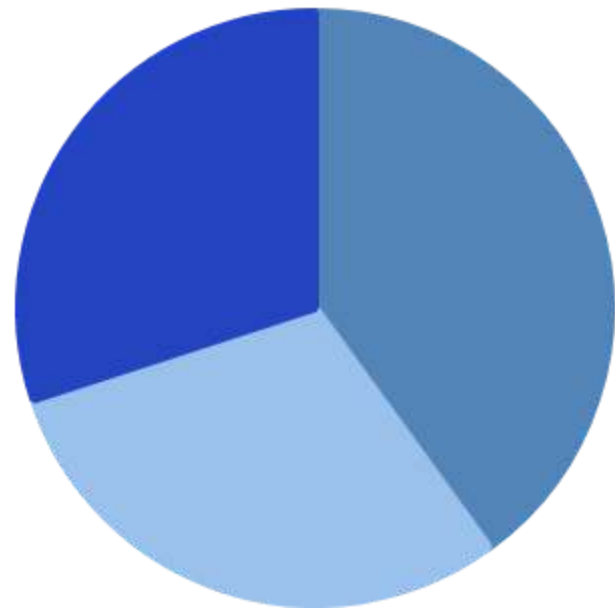


Цветовая схема

Для сложных рисунков удобно использовать одинаковые цвета для соответствующих вершин. Такой способ помогает быстрее ориентироваться в чертеже и уменьшает количество ошибок при решении.

Почему двух равных углов достаточно

- Два равных угла задают форму
- Третий угол определяется автоматически
- Стороны становятся пропорциональны



Первый признак работает даже без измерения сторон: достаточно увидеть два равных угла, чтобы понять, что фигуры имеют одну и ту же форму.

Два угла уже фиксируют конфигурацию треугольника, а остальные свойства следуют из суммы углов и пропорциональности сторон.

Школьная геометрия: первый признак подобия треугольников

Коэффициент подобия помогает быстро находить неизвестные стороны: достаточно знать одну пару соответствующих отрезков, чтобы вычислить остальные.

2

показывает, что соответствующие стороны увеличились вдвое

Школьный курс геометрии

Пример нахождения неизвестной стороны

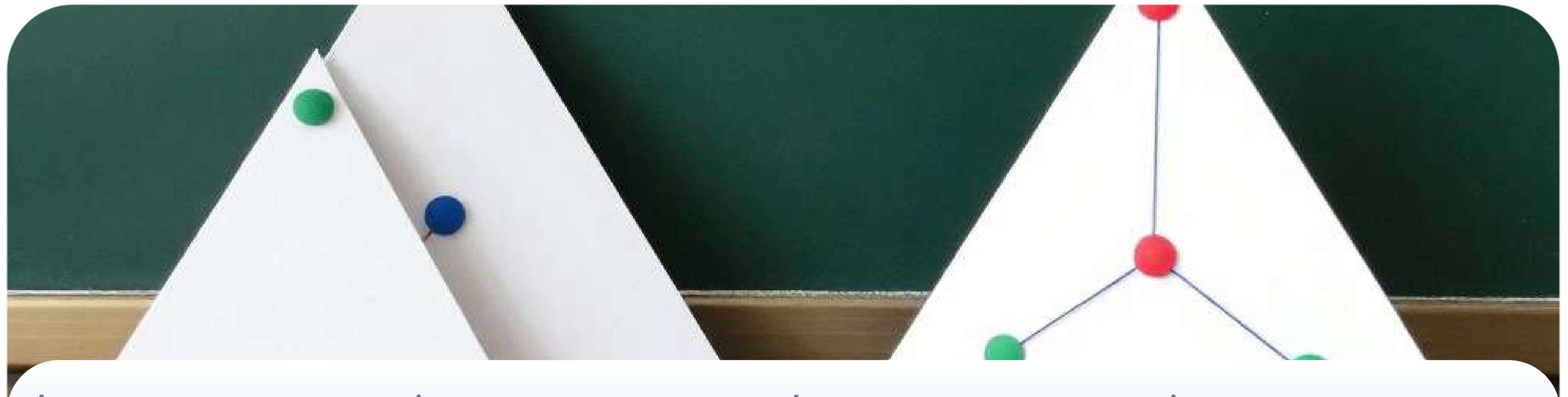
- Типовая задача из школьного учебника геометрии

Сторона 1	Сторона 2	Отношение
3 см	6 см	2
4 см	x	2
5 см	10 см	2

Сравним соответствующие стороны двух подобных треугольников и найдём неизвестную длину по коэффициенту подобия.

Коэффициент подобия равен 2, значит все соответствующие стороны второго треугольника вдвое больше; неизвестная сторона $x = 8$ см.

Типичные ошибки при решении задач :::



+

Путают вершины

Часто ученики записывают соответствие вершин в случайном порядке. Из-за этого дальше неверно сравниваются углы и стороны, а правильное подобие устанавливается не между теми треугольниками.

+

Берут не те углы

Иногда за равные принимают углы, которые лишь похожи на рисунке, но не доказаны. В задаче нужно опираться только на известные свойства: вертикальные, накрест лежащие или углы равнобедренного треугольника.

+

Неверно пишут отношения

Ошибка возникает, когда стороны сопоставляют в разном порядке или смешивают длины с отношениями. Запись должна быть одинаковой для всех пар соответствующих сторон, иначе пропорция теряет смысл.

+

Не проверяют ответ

После вычислений важно оценить результат: подходит ли он по размеру, единицам измерения и логике чертежа. Такая проверка помогает заметить случайную ошибку ещё до сдачи работы.

Откуда берутся равные углы



Вертикальные углы

Если две прямые пересекаются, противоположные углы равны. Это один из самых простых способов сразу получить пару равных углов в задачах на подобие.



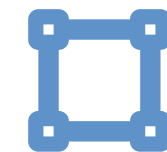
Параллельные прямые

При пересечении параллельных прямых секущей появляются накрест лежащие и соответственные углы. Их равенство часто позволяет быстро доказать подобие треугольников по первому признаку.



Равнобедренный треугольник

В равнобедренном треугольнике углы при основании равны. Это свойство удобно использовать, когда в рисунке есть две равные стороны и нужно найти одинаковые углы.



Секущая и лучи

Иногда равные углы возникают из-за пересечения секущей с несколькими линиями или лучами. Тогда важно внимательно проследить рисунок и выделить именно те углы, которые действительно совпадают.

Частые источники равных углов в задачах

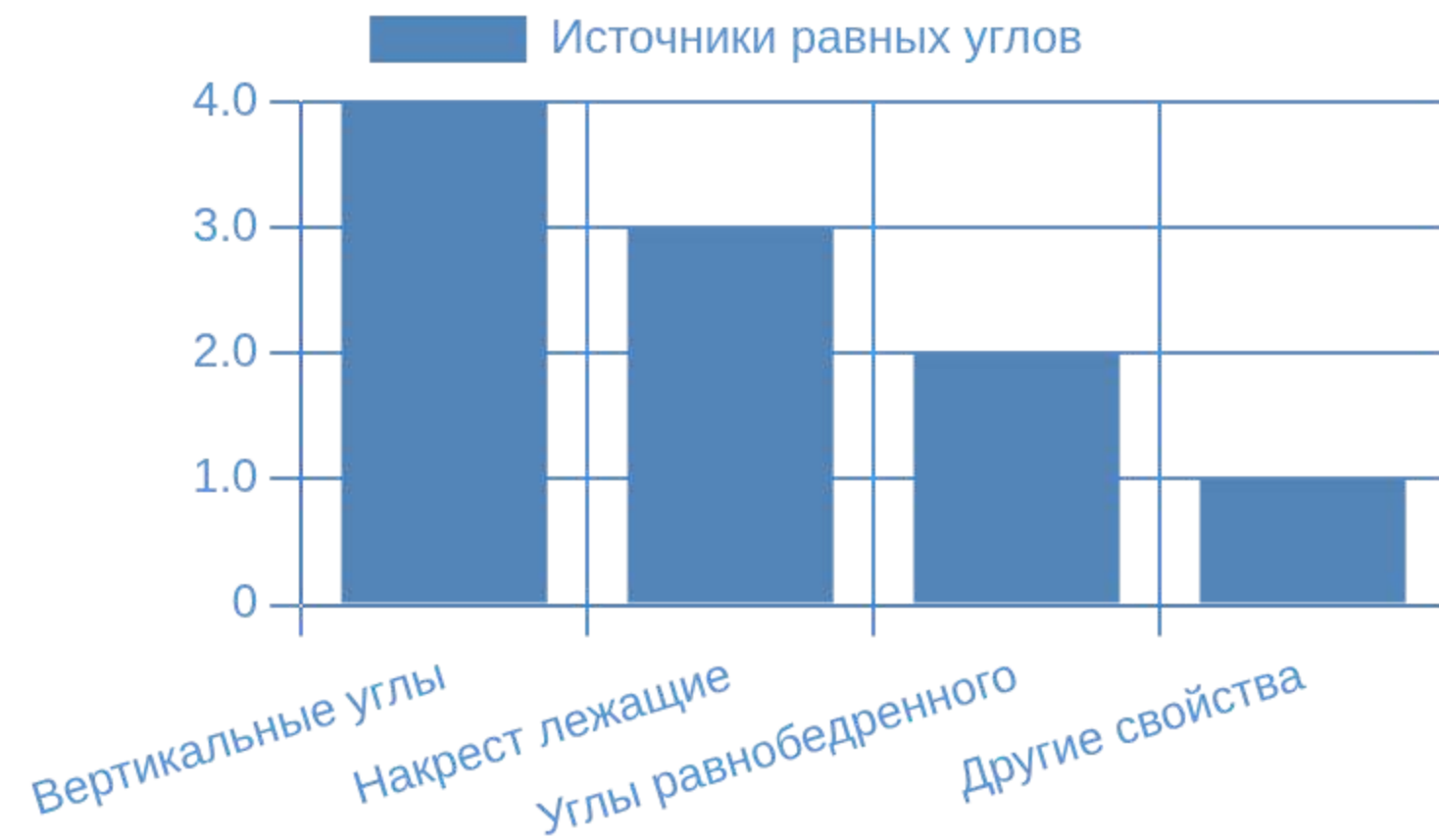


Диаграмма показывает, какие свойства чаще всего помогают заметить равенство углов в школьных чертежах и схемах.

Чаще всего равные углы находят через пересечение прямых и параллельные линии, поэтому эти свойства стоит проверять в первую очередь.

Обобщение типовых школьных задач по геометрии

Связь подобия с масштабом

Масштаб как отношение

1

Масштаб показывает, во сколько раз изображение меньше или больше реального объекта. Он выражает то же постоянное отношение, что и коэффициент подобия у треугольников.

Примеры из практики

2

На картах, планах и чертежах размеры уменьшают, чтобы поместить объект на лист. При этом сохраняются форма и пропорции, а значит, можно точно измерять и сравнивать.

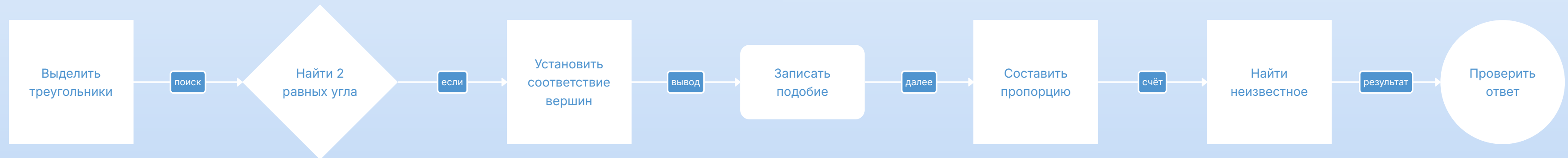
Почему это удобно

3

Если известен масштаб, легко перевести длину с рисунка в реальный размер и обратно. Поэтому подобие широко используют в архитектуре, географии и техническом черчении.

Порядок решения задач на подобие

Алгоритм применения первого признака подобия треугольников



Примеры применения подобия в жизни :::



Архитектура и строительство

При проектировании зданий используют чертежи и модели, где реальные размеры уменьшаются в заданное число раз. Подобие помогает сохранять пропорции крыши, фасада и несущих конструкций.



География и карты

На картах расстояния показывают в уменьшенном виде, но форма берегов, рек и границ остаётся узнаваемой. Это возможно благодаря постоянному масштабу и геометрическому подобию.



Фотография и графика

Изображения можно увеличивать или уменьшать без потери формы объекта. В компьютерной графике подобие позволяет создавать аккуратные схемы, макеты и иллюстрации разных размеров.



Модели и макеты

В школьных и музейных макетах здания, мосты и другие объекты воспроизводят в уменьшенном виде. Так легче изучать конструкцию, не меняя её основную форму.

Сравнение признаков подобия треугольников



Признак	Что нужно	Главная идея
1-й	2 угла	Равенство углов
2-й	2 стороны и угол	Пропорция и угол
3-й	3 стороны	Пропорция сторон

- + Сопоставим три признака, чтобы увидеть, какие данные нужны для доказательства подобия в каждом случае.
- + Первый признак самый быстрый: достаточно двух равных углов. Остальные признаки требуют дополнительных измерений или сравнений сторон.
- Школьная геометрия, раздел о подобии треугольников

Что нужно запомнить перед самостоятельной работой

1

Смотри на углы

Для первого признака достаточно найти два равных угла. Если они принадлежат разным треугольникам и расположены правильно, можно сразу делать вывод о подобии.

2

Сохраняй порядок вершин

Записывай соответствие вершин, углов и сторон в одном и том же порядке. Это помогает не перепутать пары и правильно составить пропорции при вычислениях.

3

Используй коэффициент

Коэффициент подобия показывает, во сколько раз одна фигура больше другой. Он помогает быстро находить неизвестные стороны, не пересчитывая все отношения заново.

4

Проверяй решение

После ответа убедись, что число реалистично, единицы измерения верны, а полученная длина согласуется с рисунком. Такая привычка уменьшает число ошибок.

Подобие, которое помогает считать

Подобие треугольников показывает, что форму можно сохранить даже при другом размере. Первый признак, основанный на двух равных углах, помогает доказывать подобие, находить неизвестные стороны и решать задачи на масштаб.