

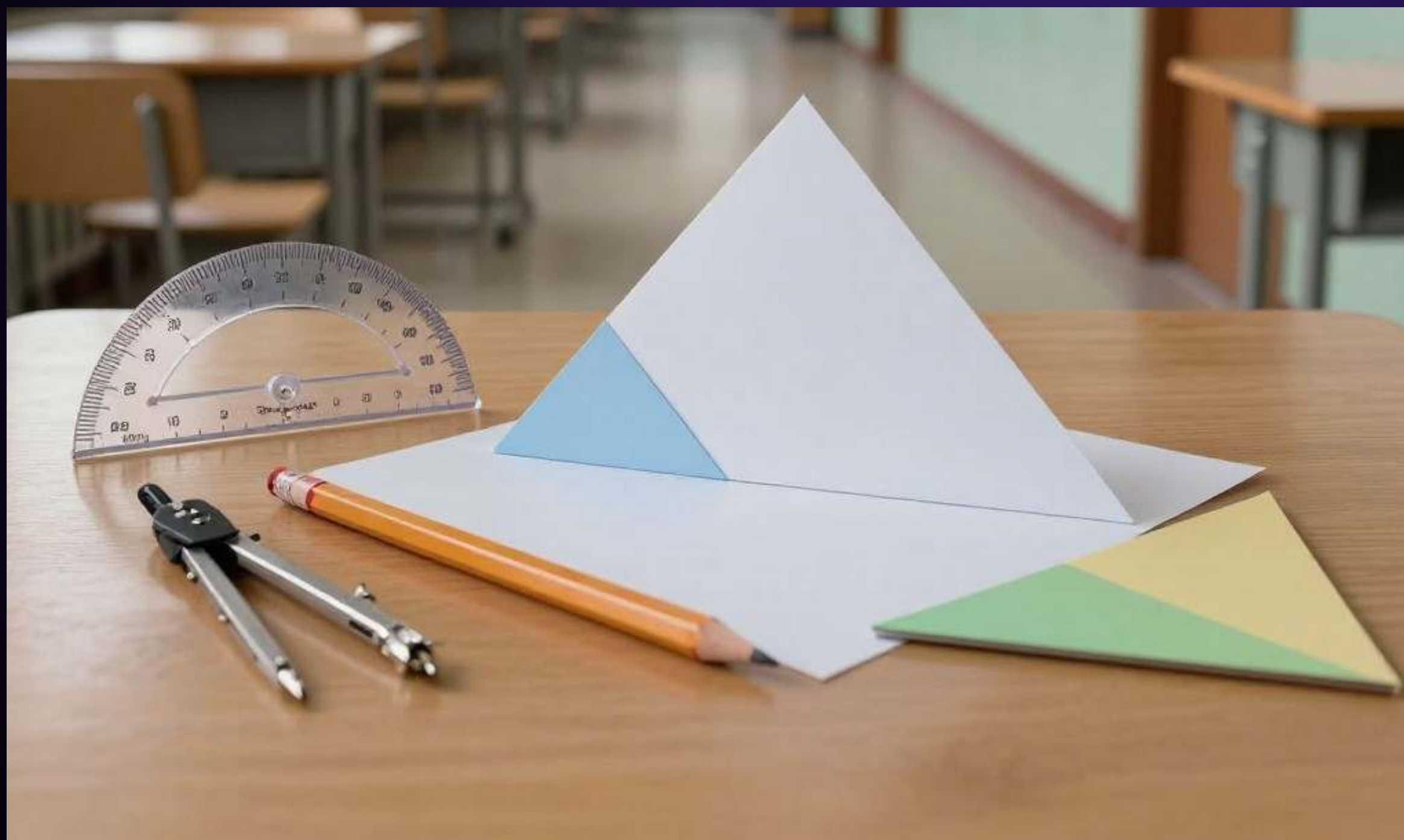


Теорема о сумме углов треугольника

У треугольника сумма внутренних углов равна 180° — это главный инструмент планиметрии.

Почему эта теорема важна в геометрии 9 класса

/2



Теорема связывает треугольники с параллельными прямыми, секущими и углами при пересечении. В 9 классе она помогает доказывать утверждения и решать задачи на четырёхугольники, многоугольники и построения. Идея восходит к античной геометрии и Евклиду.

У любого треугольника три внутренних угла: α , β и γ .
Их сумма равна 180° и не зависит от формы
треугольника.

180°

Эта сумма составляет полный поворот
фигуры.

Школьная планиметрия: теорема о сумме
внутренних углов треугольника (базовый факт)

Доказательство через параллельную прямую

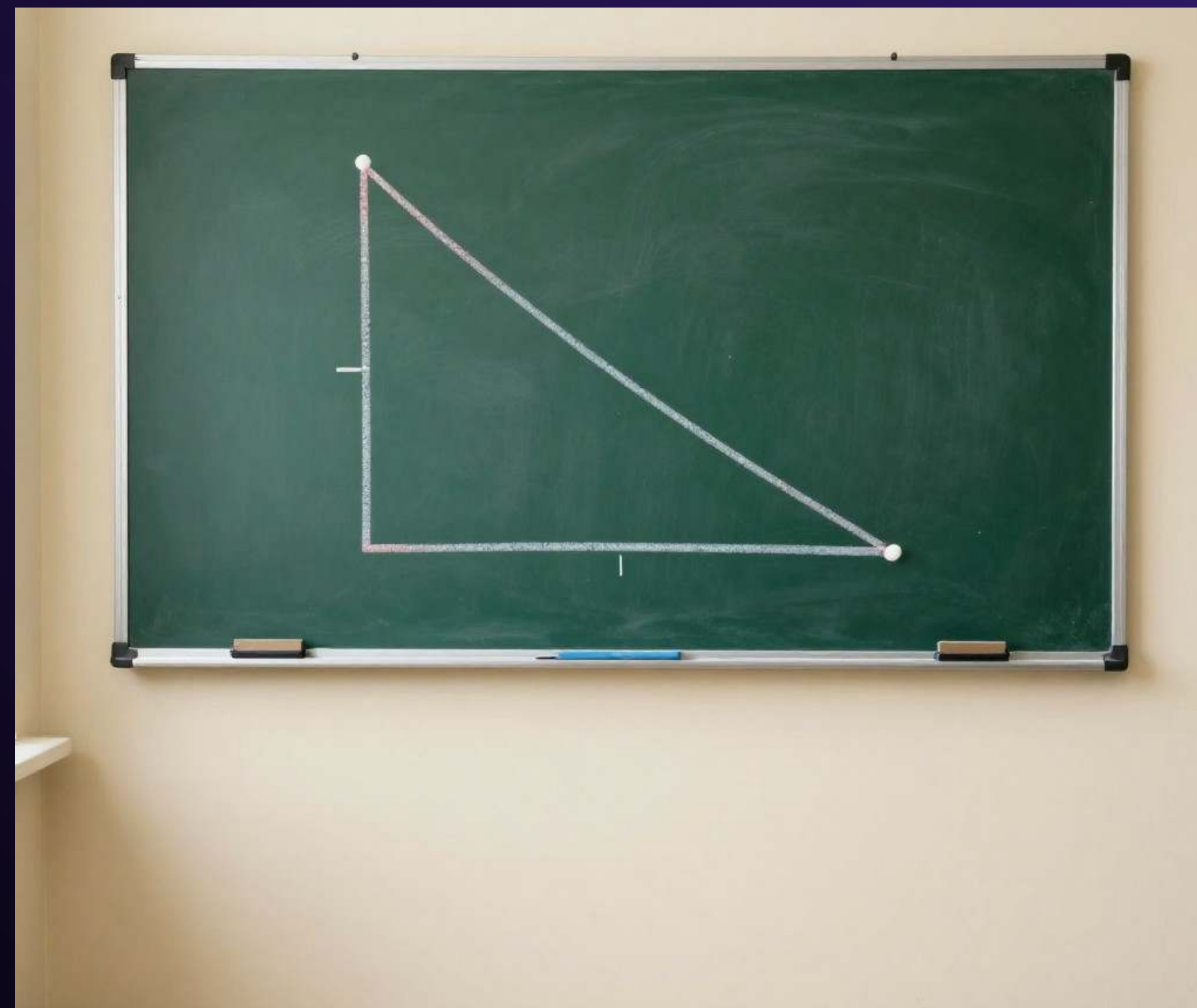
/4

Параллельная линия и равные углы

Через одну вершину треугольника проводят прямую, параллельную основанию. Тогда образуются углы, которые равны накрест лежащим углам при параллельных прямых. Их равенство позволяет связать вершины треугольника с прямой.

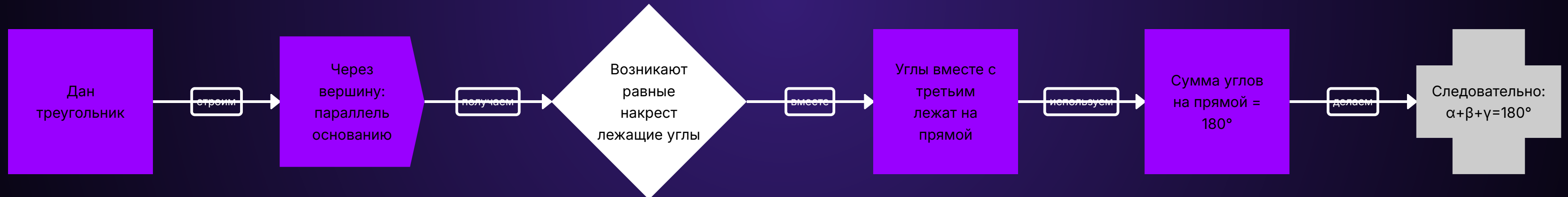
Развёрнутый угол на прямой

Далее эти равные углы вместе с углом при вершине оказываются составными частями развёрнутого угла на прямой. Развёрнутый угол равен 180° , значит сумма трёх внутренних углов треугольника также равна 180° .



Логика вывода: от параллели к сумме 180° /5

Доказательство опирается на свойства накрест лежащих углов при параллельных прямых и на факт суммы углов на прямой.



Следствие для прямоугольного треугольника

/6

01

В прямоугольном треугольнике один угол равен 90° . Поэтому два остальных угла — острые — заполняют оставшуюся «часть» развёрнутого угла.

Отсюда следует простое правило: сумма двух острых углов всегда равна 90° . Например, 35° и 55° дают 90° и образуют прямоугольный треугольник.

02

03

Те же рассуждения работают для любых значений: если один острый угол 47° , второй будет 43° . Это следствие часто используют, чтобы быстро находить неизвестный угол.

Виды треугольников и их углы

/7

Хотя отдельные углы в разных треугольниках отличаются, их суммарная величина остаётся неизменной.

Сравнение примеров показывает общий закон: независимо от формы три угла всегда складываются в 180° .

Школьные задачи и демонстрационные примеры ($60^\circ + 60^\circ + 60^\circ$, $50^\circ + 50^\circ + 80^\circ$, $90^\circ + 30^\circ + 60^\circ$)

Примеры нахождения третьего угла

Даны углы	Вычисление	Третий угол
40° и 65°	$180^\circ - 105^\circ$	75°
90° и 28°	$180^\circ - 118^\circ$	62°
52° и 52°	$180^\circ - 104^\circ$	76°
35° и 95°	$180^\circ - 130^\circ$	50°

Подборка примеров по формуле $180^\circ -$ (данные углы)

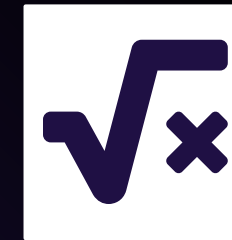
В каждом случае третий угол находят как $180^\circ -$ (два известных угла). Это прямое применение теоремы о сумме внутренних углов треугольника.

Если сумма двух углов известна, третий угол определяется одним вычитанием. Это ускоряет решение задач на углы.

Проверка правильности ответа

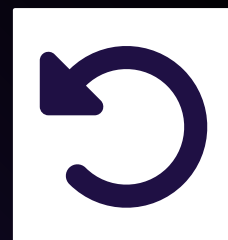
/9

Невозможные варианты



Три прямых угла в треугольнике не встречаются. Например, $90^\circ + 90^\circ + 90^\circ$ даёт 270° , а значит такой треугольник построить нельзя.

Контроль суммы



Посчитайте сумму всех трёх углов. Она должна равняться 180° . Если получилось 200° или 270° , ответ неверен — где-то ошибка в вычислениях или чтении условия.

Сверка с формулировкой задачи



Если сумма углов получилась меньше или больше 180° , остановитесь: проверьте, что вы складываете именно внутренние углы треугольника, а не внешние или соседние.

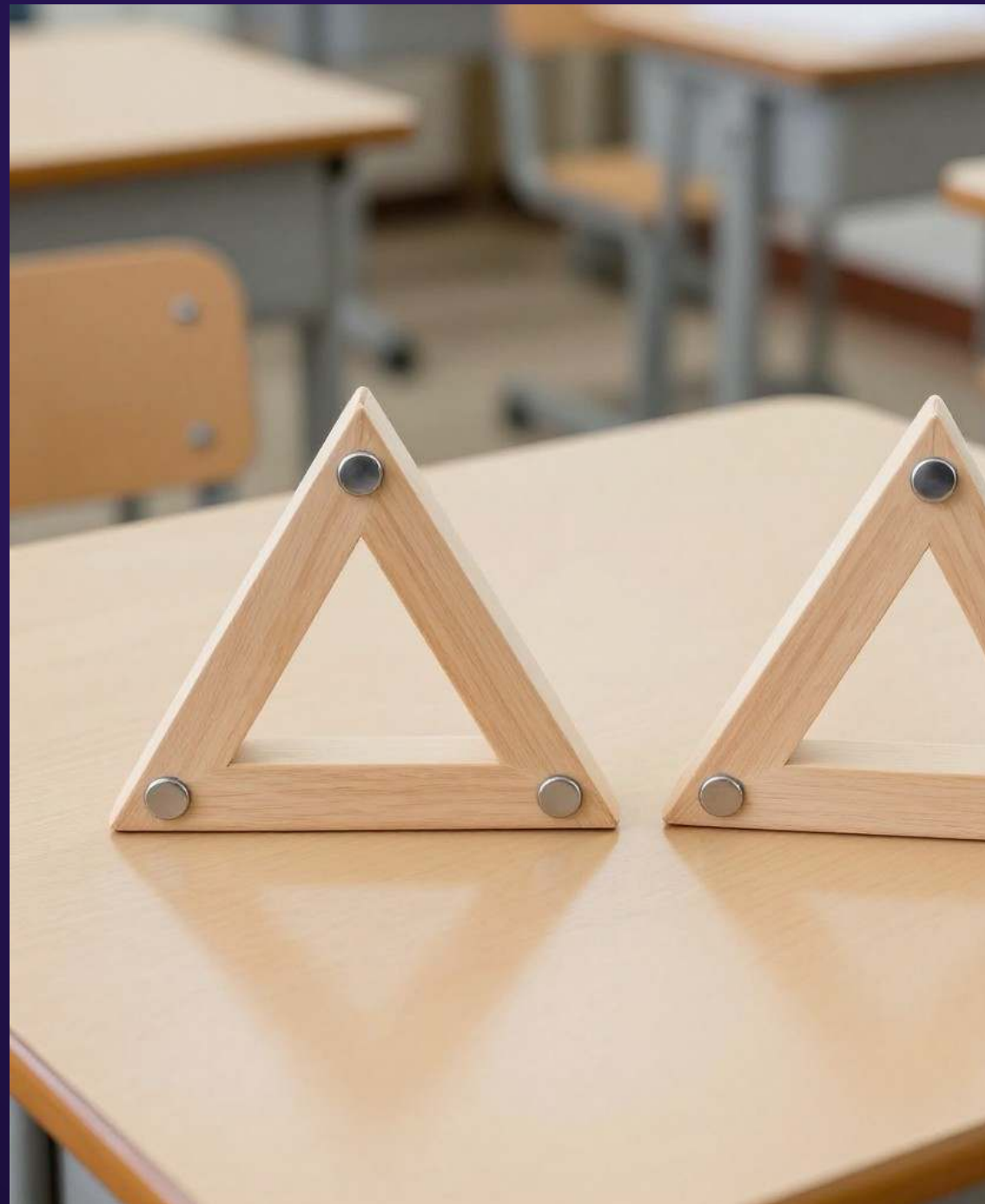
Равносторонний и равнобедренный треугольники

/10

Равносторонний: все углы равны

В равностороннем треугольнике все стороны равны, поэтому симметрия заставляет и углы быть одинаковыми. Каждый угол равен 60° , а сумма трёх углов всё равно даёт 180° .

01



Равнобедренный: равны углы при основании

В равнобедренном треугольнике две стороны равны, значит и углы при основании тоже равны между собой. Вершинный угол может быть другим, но в сумме все три угла остаются 180° .

02

Как меняются углы в разных треугольниках

/11

На графике показано: при изменении формы треугольника отдельные углы меняются, но их общая сумма сохраняется.

Во всех наборах углы складываются в развернутый угол 180° . Значит, вычислять неизвестный угол можно смело по правилу $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$.

Самостоятельная проверка по заданным наборам углов; без внешних данных.

Связь с четырёхугольниками

/12

Любой четырёхугольник можно мысленно разделить диагональю на два треугольника. Тогда суммируем по теореме: каждый треугольник даёт 180° .

01

Поскольку диагональ не меняет уже существующие углы, получаем общую сумму углов четырёхугольника: $180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$.

02

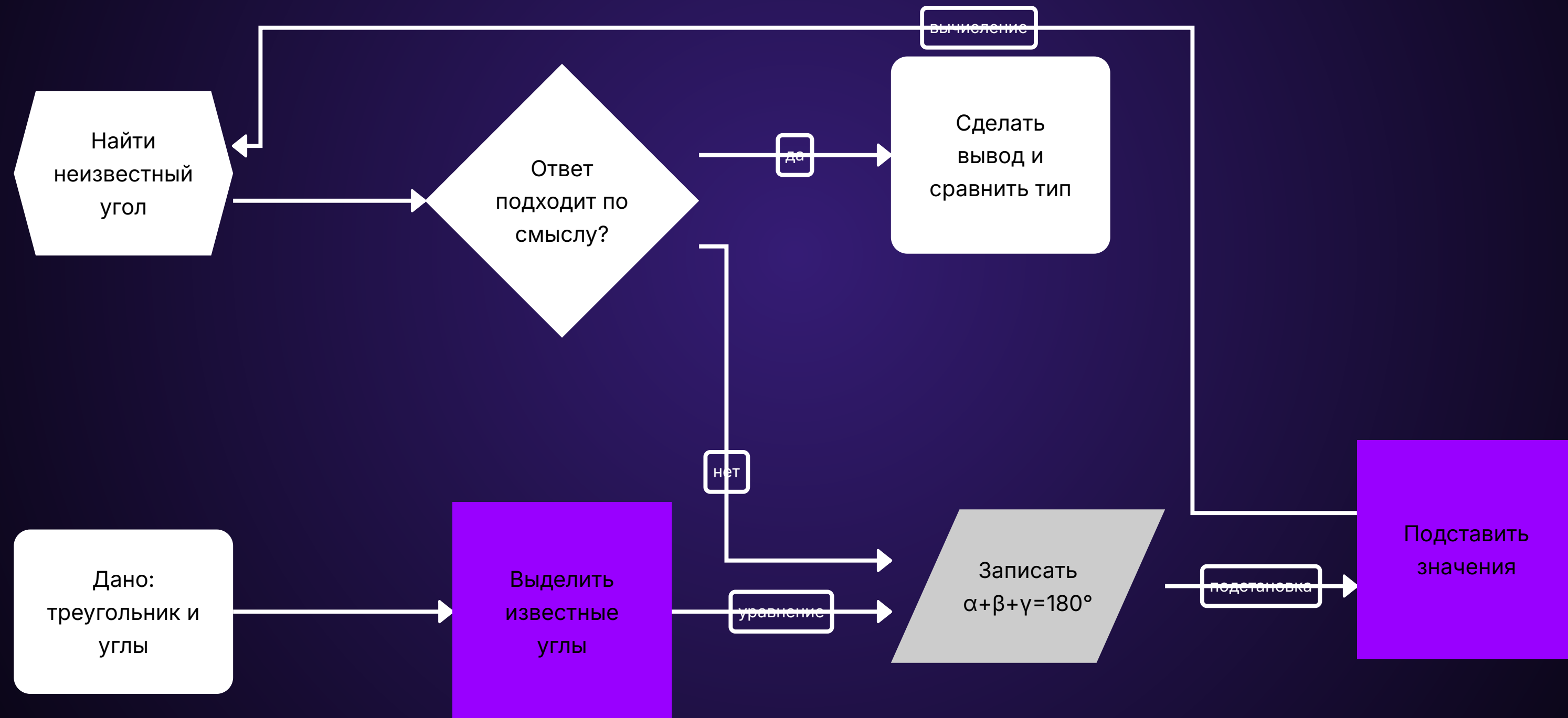
Так одно правило для треугольников помогает находить углы в более сложных фигурах и проверять ответы в задачах на четырёхугольники.

03

Алгоритм решения задач на углы

/13

Логика поиска по теореме о сумме внутренних углов треугольника



Частые ошибки в задачах

Ошибка	Почему	Как правильно
Внутренний и внешний углы	В разных задачах складывают разные углы	Использовать правило для внутренних углов треугольника
Сложение сторон	Стороны задают размеры, но не определяют сумму углов напрямую	Складывать нужно углы: $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$
360° вместо 180°	Иногда переносят формулу для четырёхугольников	Для треугольника всегда 180°
Нет проверки единиц	Можно спутать градусы и другое измерение	Сначала убедиться, что все углы заданы в градусах

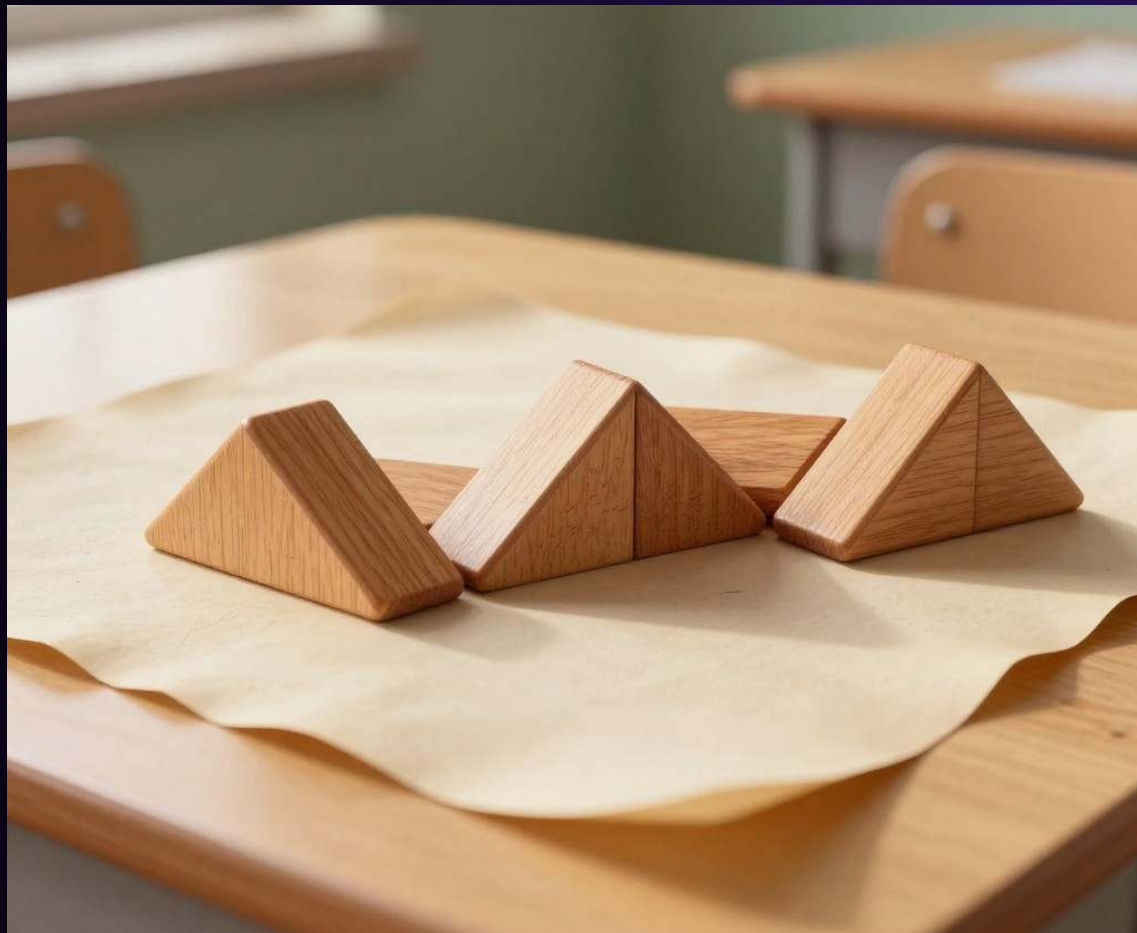
Ошибки чаще всего связаны с тем, что путают тип угла и выбирают неверную формулу или число.

Если ответ не даёт в сумме 180°, почти всегда ошибка либо в выборе углов, либо в вычислениях. Проверка экономит время и снижает вероятность опечаток.

Школьная методика решения задач по планиметрии; обобщение типичных ошибок.

Короткие истории об идее доказательства

/15



Евклид и строгое обоснование

В «Началах» геометрия строилась так, чтобы выводы следовали из уже доказанных фактов. Для теоремы о сумме углов треугольника важна логическая цепочка и аккуратные чертежи. Смысл в том, что рисунок помогает увидеть равенства углов, а доказательство закрепляет их строгость.



Параллельные прямые как «двигатель» теоремы

В античной школе ключевую роль играли свойства параллельных прямых. Когда проводят линию, параллельную стороне треугольника, появляются равные накрест лежащие углы. Эти равенства складываются в развернутый угол 180° . Так чертёж превращается в аргумент доказательства.



Линейка, транспортир и современный школьный рисунок

В классе всё выглядит проще: строят треугольник, помечают углы и используют уравнение $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$. Символически здесь уместны линейка и школьный рисунок — они показывают, что геометрия опирается на проверяемые шаги. Иллюстрация подчёркивает переход от картинки к вычислению.

Проверка теоремы на разных примерах

/16

Разные наборы углов соответствуют разной «форме» треугольника, но правило суммы остаётся неизменным для любых вариантов.

Если в вычислениях вы получаете не 180° , это сигнал проверить подстановку и правильность найденного угла.

Самопроверка по заданным наборам углов;
дата: 12.05.2026.

Где применяется теорема

/17

В школьных чертежах и планиметрических задачах теорема помогает быстро находить углы, когда известно два из трёх значений или есть равенства углов.

01

При проектировании крыш, ферм и опорных конструкций треугольники часто берут как основу устойчивости, а углы нужны для точной разметки и контроля размеров.

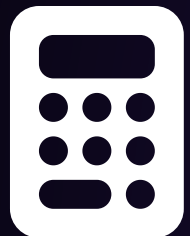
02

В навигационных схемах и компьютерной графике треугольные формы используют для построения поверхностей и расчёта направлений, где правильные углы критичны.

03

Примеры мини-задач

/18



Задача на третий угол

Если два угла равны 68° и 27° , третий угол находится как $180^\circ - (68^\circ + 27^\circ)$. Получится 85° , и это соответствует сумме внутренних углов.



Равнобедренный треугольник

В равнобедренном треугольнике углы при основании равны. Если вершины 40° , то основные углы равны $(180^\circ - 40^\circ) / 2$, то есть по 70° .



Прямоугольный треугольник

В прямоугольном треугольнике острые углы в сумме дают 90° . Если один острый угол 32° , второй равен $90^\circ - 32^\circ = 58^\circ$.

Что нужно запомнить по теме

/19

Положение	Запомни
У треугольника	3 внутренних угла
Сумма углов	всегда 180°
Равнобедренный треугольник	углы при основании равны
Равносторонний треугольник	каждый угол равен 60°
Прямоугольный треугольник	два острых угла дают 90°

Школьный курс планиметрии (теорема и свойства частных видов треугольников).

Короткая «шпаргалка» по ключевым фактам о треугольниках и углах, которые напрямую связаны с теоремой.

Одна формула $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ позволяет находить неизвестные углы и дополнительно подтверждать свойства равнобедренных, равносторонних и прямоугольных треугольников.

Теорема $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ — базовое правило школьной геометрии: она помогает вычислять углы, доказывать свойства треугольников и проверять чертежи, а затем расширяется на четырёхугольники и многоугольники.

**Главный смысл
теоремы**