

Тела и поверхности вращения

Плоская фигура в движении превращается
в объёмное тело.





Зачем изучать тела вращения в 8 классе

Эта тема связывает плоскую и пространственную геометрию, помогает узнавать знакомые формы вокруг нас и готовит к вычислению площадей поверхностей, работе с чертежами и решению практических задач с цилиндром, конусом и шаром.



Как образуется тело вращения

1

Плоская фигура

Берут плоскую фигуру и мысленно задают прямую, вокруг которой будет происходить вращение.

2

Движение точки

Каждая точка фигуры при повороте описывает окружность, а её радиус равен расстоянию до оси вращения.

3

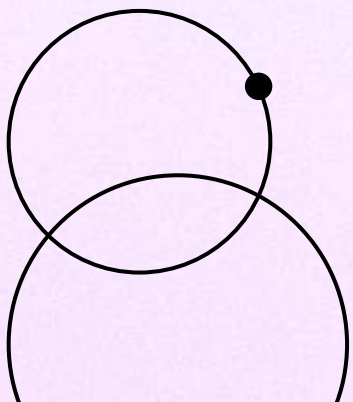
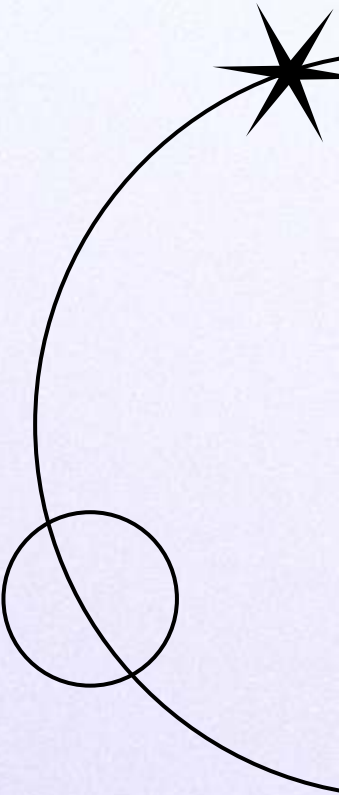
Полный оборот

После полного поворота получается поверхность или объёмное тело, в зависимости от выбранной фигуры.

4

Примеры результата

Прямоугольник образует цилиндр, прямоугольный треугольник — конус, а полукруг — шар.



Ось вращения, образующая и радиус

- **Ось вращения**

Это прямая, вокруг которой поворачивается фигура. Именно она задаёт направление вращения и помогает представить будущую пространственную модель.

- **Образующая**

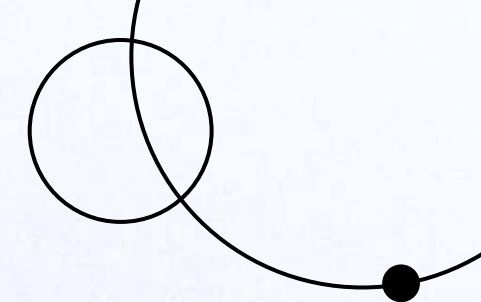
Так называют отрезок или линию, которая при вращении создаёт поверхность тела. По образующей удобно судить о форме боковой части.

- **Радиус**

Радиус показывает расстояние от точки фигуры до оси вращения. Он определяет размер окружности, которую эта точка описывает при движении.



Основные тела вращения и их признаки



Сравним цилиндр, конус и шар по самым важным признакам строения.

Тело	Основания	Вершины	Особенности
Цилиндр	2	0	2 равных круга
Конус	1	1	одно основание
Шар	0	0	одна поверхность

Число оснований и вершин позволяет быстро отличать фигуры, а их строение напрямую связано со способом вращения исходной плоской фигуры.

Сравнение тел вращения по главным признакам

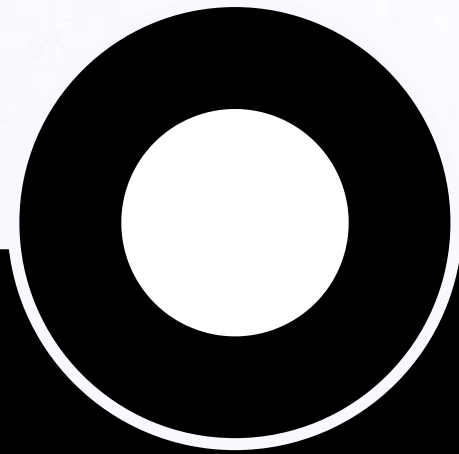
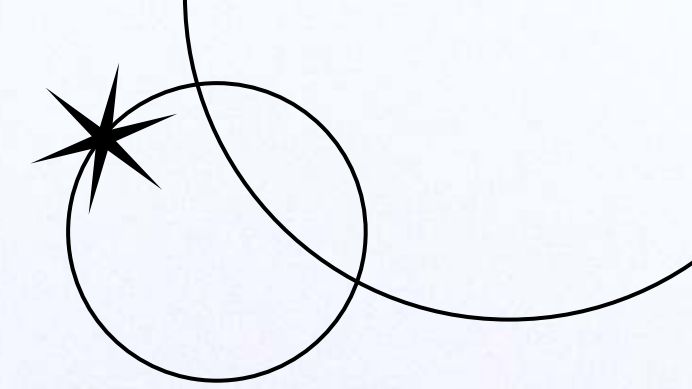
Диаграмма показывает, как различаются тела по числу оснований и вершин, а значит, и по общей конструкции.

Цилиндр отличается двумя основаниями, конус — одной вершиной, шар — отсутствием оснований и вершин.



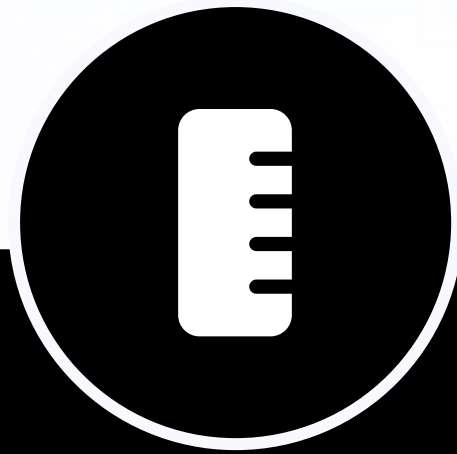
★ Сравнение по определениям цилиндра, конуса и шара; данные для учебной схемы

Цилиндр: строение и примеры



Два основания

Цилиндр имеет два равных круговых основания. Они лежат в параллельных плоскостях и задают размер всей фигуры.



Высота

Высота цилиндра — это расстояние между плоскостями оснований. Она показывает, насколько вытянута фигура в пространстве.



Боковая поверхность

Боковая поверхность соединяет оба основания. У прямого цилиндра она образует гладкую стенку без углов и вершин.



Примеры вокруг нас

Форму цилиндра легко увидеть в банке, стакане, трубе, барабане и свече. В задачах чаще рассматривают прямой цилиндр.

Конус: строение и примеры

1

Одно основание

Конус имеет одно круговое основание. Именно оно служит опорой фигуры и помогает отличить конус от цилиндра.

2

Вершина и высота

Вершина — это единственная верхняя точка конуса. Высота проводится из вершины перпендикулярно к плоскости основания.

3

Образующая

Образующая соединяет вершину с точкой окружности основания. Она нужна для описания боковой поверхности и часто участвует в формулах.

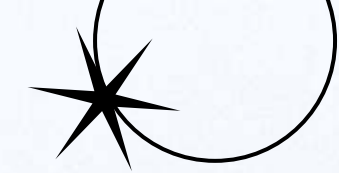
4

Примеры в жизни

Конус напоминают рожок мороженого, дорожный конус, воронка, колпак и некоторые крыши. Эти предметы хорошо показывают его форму.



Шар как особое тело вращения



Как получается шар

Шар образуется при вращении полукруга вокруг его диаметра. При таком движении возникает полностью гладкая объёмная фигура.

Нет граней и вершин

У шара нет оснований, рёбер и вершин. Это делает его самым простым по строению среди рассматриваемых тел вращения.

Радиус шара

Все точки поверхности шара находятся на одинаковом расстоянии от центра. Это расстояние и называется радиусом шара.

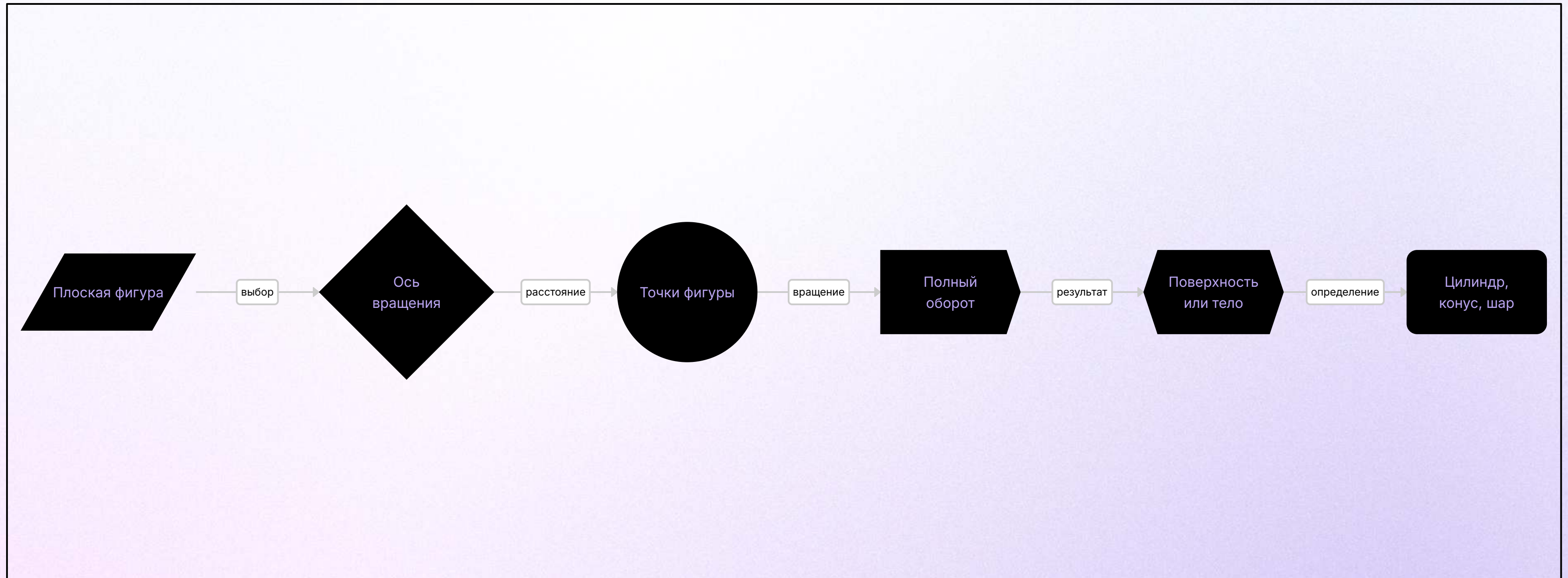
Примеры и симметрия

Шарообразную форму имеют мяч, глобус, апельсин, шарик и планеты. Шар симметричен во всех направлениях.



Как из плоской фигуры получить тело вращения

Схема показывает, как чертёж превращается в объёмную фигуру при вращении вокруг оси.



Поверхность вращения

- **Как возникает поверхность**

Если линия или дуга вращается вокруг прямой, каждая её точка описывает окружность. В результате получается гладкая поверхность без углов, которая является частью или всей поверхностью тела вращения.

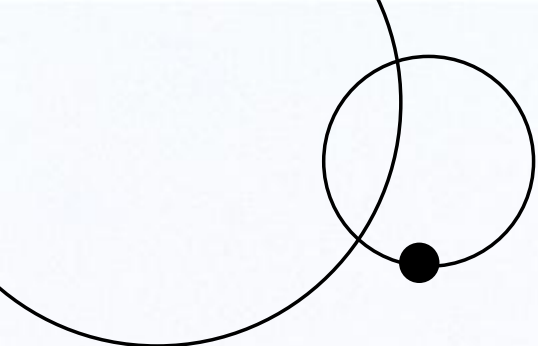
- **Связь с телами**

У цилиндра и конуса поверхность вращения образует боковую часть, а у шара — всю внешнюю оболочку. Поэтому одна и та же идея помогает описывать разные пространственные фигуры.

- **Почему она гладкая**

При вращении нет разрывов и ломаных участков: поверхность строится непрерывно. Это удобно для чертежей и задач, где важно понимать, как плоский контур превращается в объёмную форму.





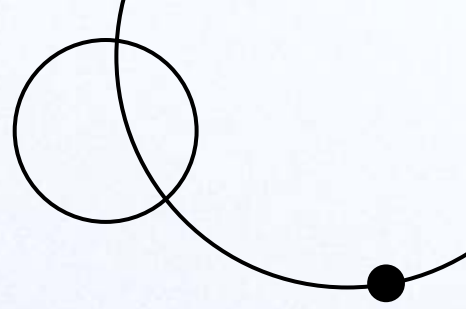
3

основные тела
вращения чаще всего
рассматривают
в школьных задачах
по площади
поверхности

Именно для трёх фигур —
цилиндра, конуса и шара —
ученики учатся различать
внешние части поверхности
и не путать площадь
с объёмом.

★ Учебная тема по геометрии 8 класса: тела
и поверхности вращения

Формулы площади поверхности



Фигура	Формула	Элементы
Цилиндр	$2\pi r^2 + 2\pi rh$	2 основания
Конус	$\pi r^2 + \pi rl$	1 основание
Шар	$4\pi r^2$	одна поверхность

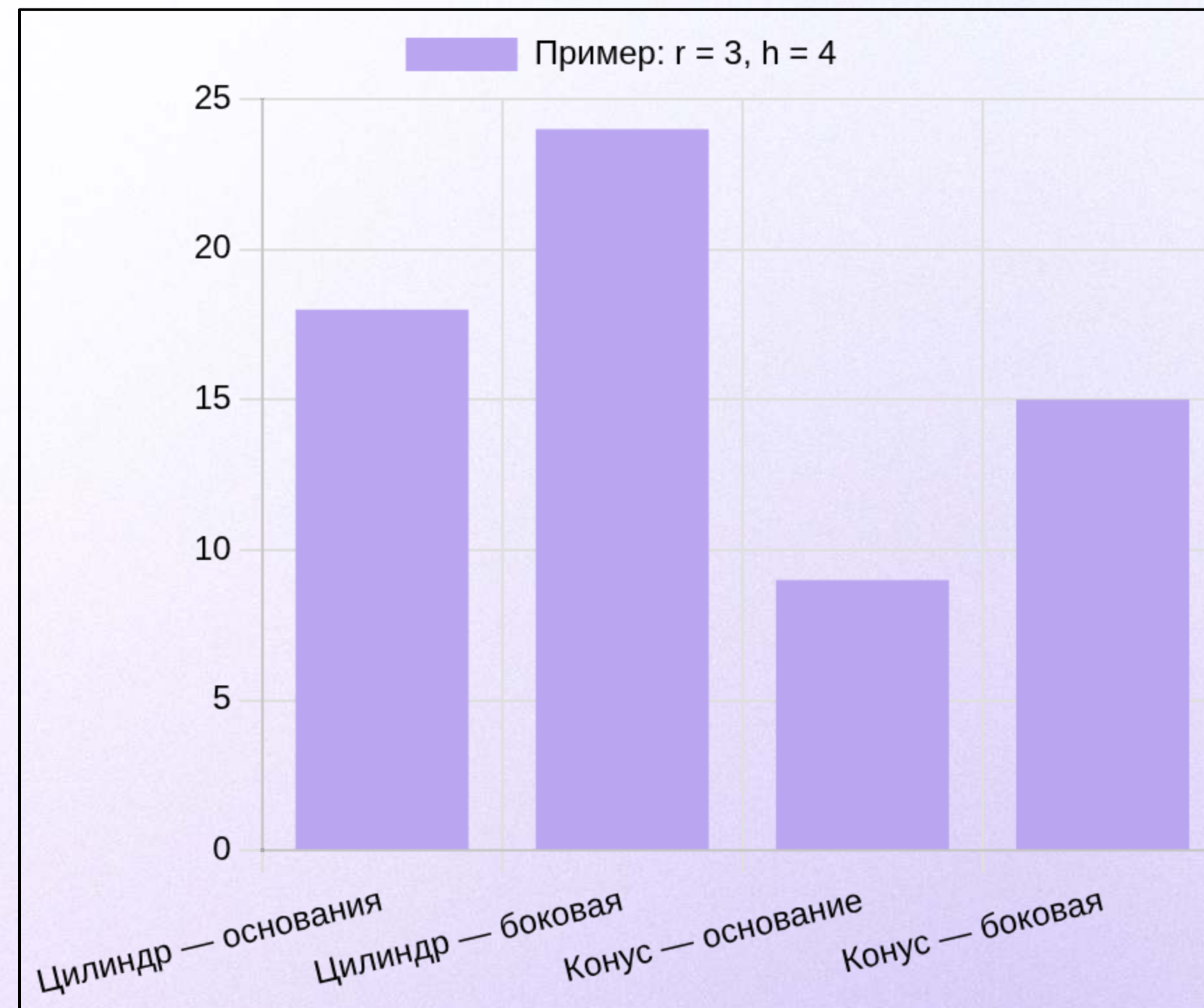
Сравним формулы для основных тел вращения и увидим, какие элементы входят в каждую из них.

У цилиндра и конуса формулы состоят из нескольких частей, а у шара выражение короче всего, потому что у него одна цельная поверхность.

Какая часть площади больше влияет на результат

В примере значения даны без учёта множителя π , чтобы удобнее сравнивать части поверхности между собой.

У цилиндра и конуса заметно выделяется боковая поверхность. При росте высоты или образующей именно она чаще всего сильнее всего меняет итоговую площадь.



★ Учебный пример для $r = 3$ и $h = 4$; значения частей площади записаны без множителя π

Развертки тел вращения

1 Цилиндр

Развертка цилиндра состоит из прямоугольника и двух равных кругов. Прямоугольник показывает боковую поверхность, а круги соответствуют основаниям, поэтому по развертке легко восстановить строение фигуры.

2 Конус

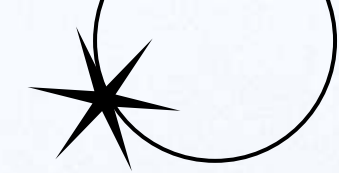
Развертка конуса включает сектор круга и одно круглое основание. По размеру сектора можно понять, какой длины будет боковая поверхность, если снова собрать фигуру в пространстве.

3 Шар

Для шара точной плоской развертки не существует: его поверхность нельзя разложить на плоскость без растяжения или разрыва. Это делает шар особенным среди тел вращения.



Тела вращения в окружающем мире



В быту

Формы тел вращения легко заметить дома и в школе: это стаканы, банки, батареи, колонки, воронки и некоторые упаковки. Такие предметы удобны и часто хорошо выдерживают нагрузку.

В спорте и природе

Шарообразные формы встречаются у мячей, пузырей, планет и некоторых декоративных элементов. Они связаны с равномерностью формы и одинаковым расстоянием от центра до поверхности.

В технике и архитектуре

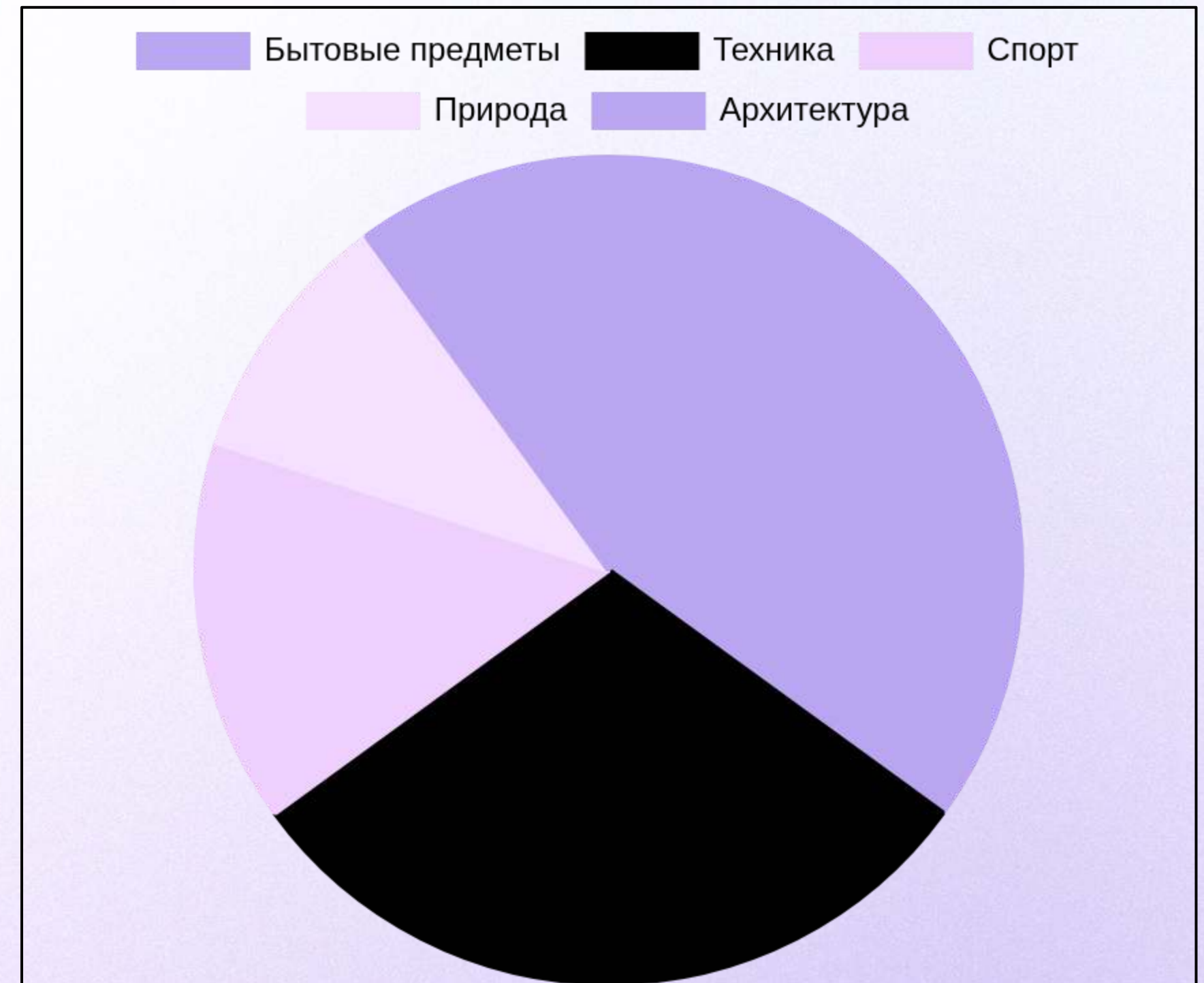
Конус и цилиндр часто используют в зданиях, трубах, опорах, крышах и дорожных конструкциях. Эти формы помогают сочетать прочность, устойчивость и простоту изготовления.



Где чаще встречаются тела вращения

Диаграмма показывает не точный подсчёт, а типичное распределение примеров, которое удобно использовать на уроке и в обсуждении.

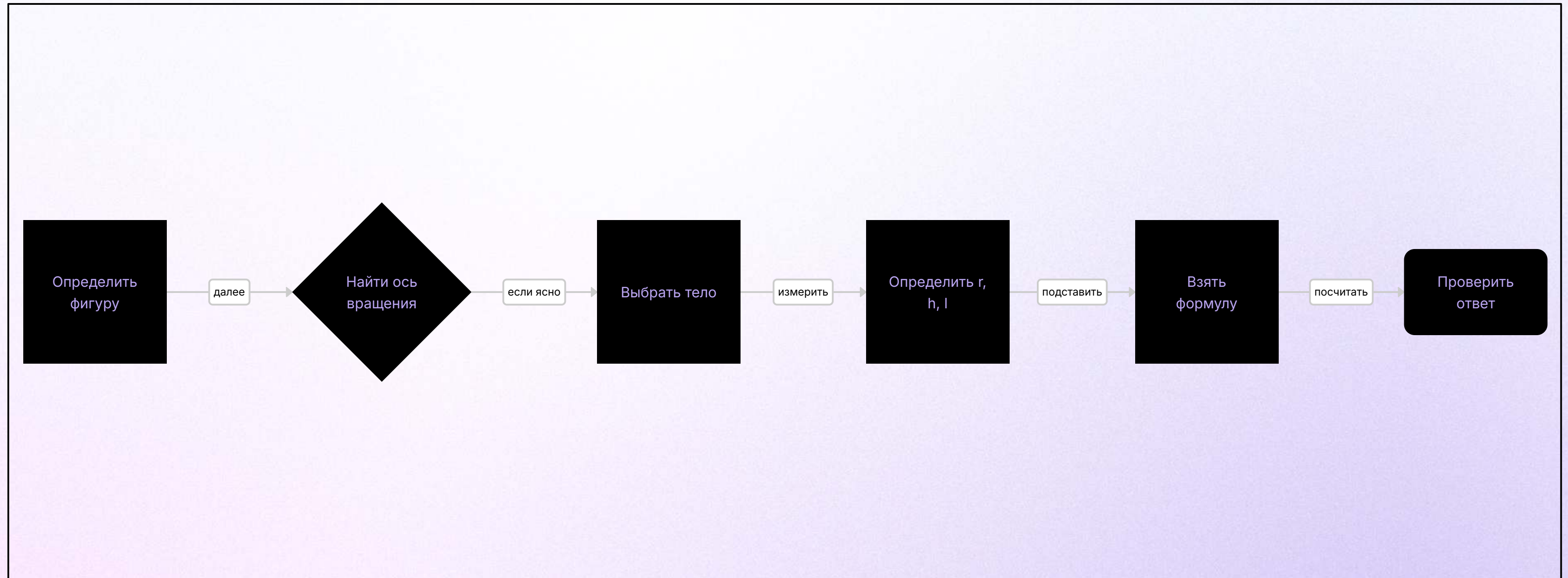
Больше всего примеров связано с бытом и техникой: там особенно востребованы устойчивые и удобные формы цилиндра и конуса.



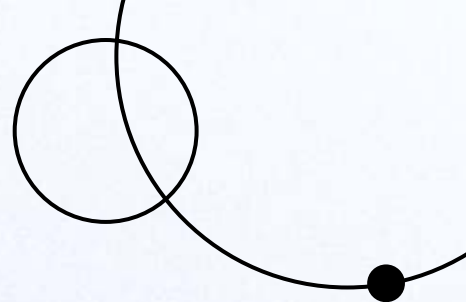
★ Учебная подборка жизненных примеров для темы «Тела и поверхности вращения»

Как решать задачи на тела вращения

Последовательность действий при работе с чертежом или реальным предметом



Сравнение цилиндра, конуса и шара



Кратко сопоставим три основные фигуры по самым важным признакам, которые помогают не путать их в задачах.

Фигура	Основания	Особенность
Цилиндр	2	высота
Конус	1	вершина
Шар	0	центр

Число оснований и наличие вершины сразу отличают цилиндр и конус от шара, у которого поверхность полностью непрерывна.

Тела вращения: видеть форму, понимать смысл

Тела и поверхности вращения показывают, как плоский рисунок превращается в объёмную фигуру. Умение различать цилиндр, конус и шар помогает уверенно решать задачи, читать чертежи и узнавать математику вокруг себя.