

Площадь многоугольника: основные способы нахождения

Научимся находить площадь по клеткам, формулам и разбиению фигур.



Зачем изучать площадь многоугольников

Многоугольники встречаются в чертежах, планах комнат, на участках земли и в изделиях из плитки, ткани или листовых материалов. В геометрии площадь находят по формулам или разбиением фигуры на простые части.





1 см²

— это площадь
квадрата со стороной
один сантиметр.

Определение квадратной единицы площади, школьный курс
геометрии

Квадратная единица помогает
измерять, сколько места
занимает фигура на плоскости.

Площадь на клетчатой бумаге

Полные клетки

Сначала считают клетки, которые целиком попали внутрь многоугольника. Это самый простой и наглядный способ получить приблизительную или точную площадь фигуры на сетке.

Неполные клетки

Клетки, пересечённые границей, часто объединяют попарно или оценивают как половины. Тогда из них можно собрать целые клетки и упростить подсчёт.

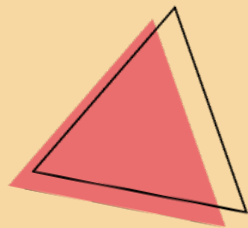
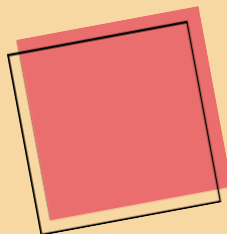
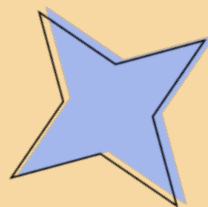
Проверка формул

Подсчёт по клеткам удобно использовать для проверки ответа, полученного по формуле. Если значения сильно расходятся, значит, где-то допущена ошибка в измерениях или вычислениях.

Понимание изменения площади

На сетке хорошо видно, как площадь меняется при увеличении или уменьшении размеров фигуры. Это помогает связать чертёж, измерения и формулу в одну задачу.

Основные формулы площади простых многоугольников

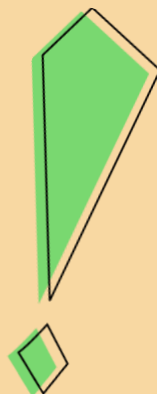
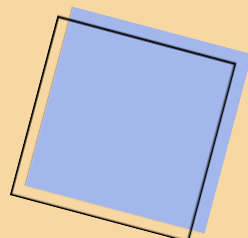
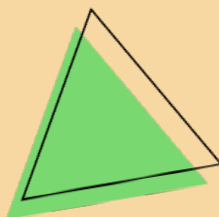


Фигура	Формула
Прямоугольник	$S = a \cdot b$
Квадрат	$S = a^2$
Треугольник	$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h$
Параллелограмм	$S = a \cdot h$
Трапеция	$S = \frac{1}{2} \cdot (a + b) \cdot h$

Для каждой фигуры используется своя формула, но решающими остаются основание и высота.

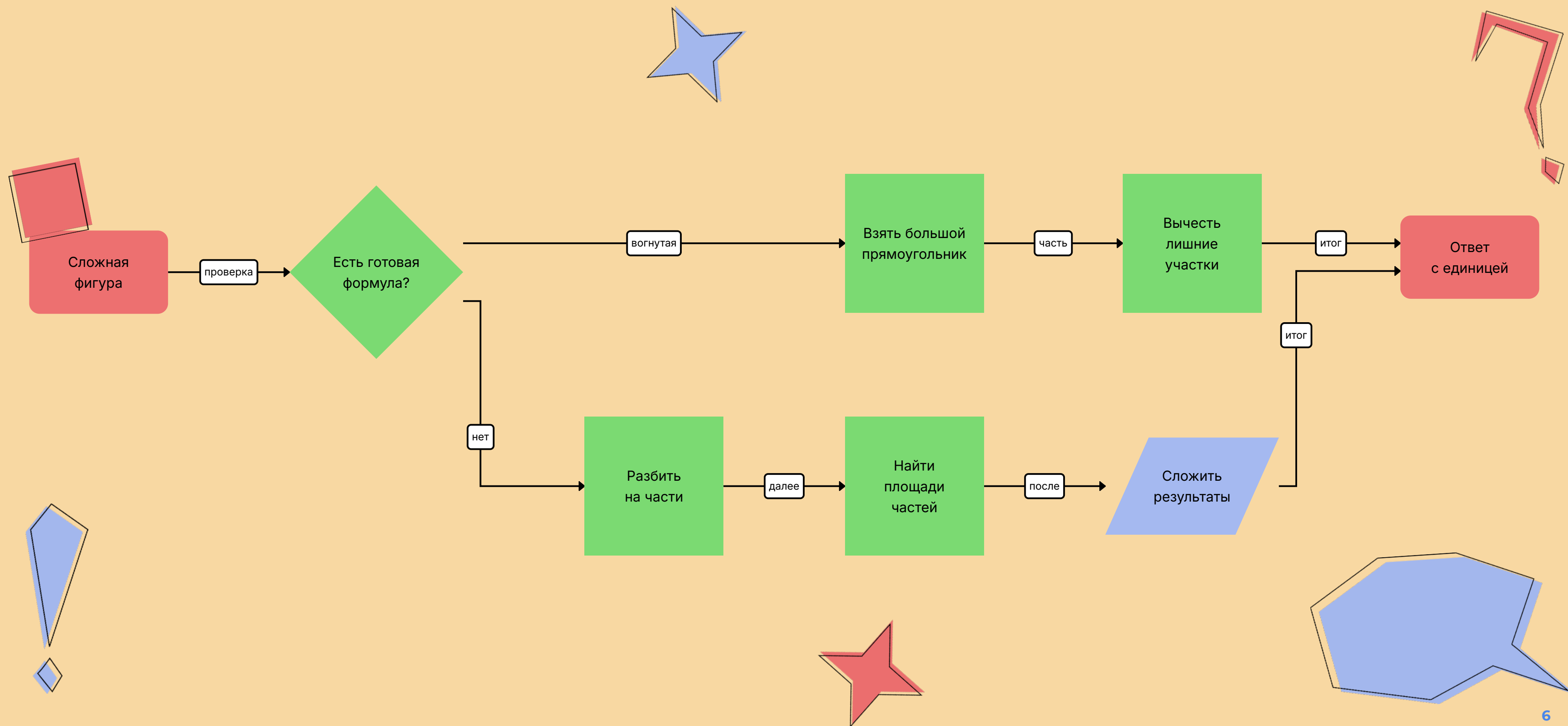
Высота должна быть перпендикулярна основанию, а наклонная сторона в расчёте площади не заменяет высоту.

Школьные формулы площади плоских фигур

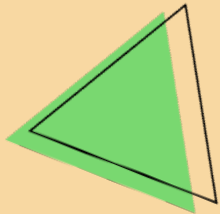


Как находят площадь сложного многоугольника

Алгоритм решения через разбиение фигуры на простые части или вычитание лишнего участка.

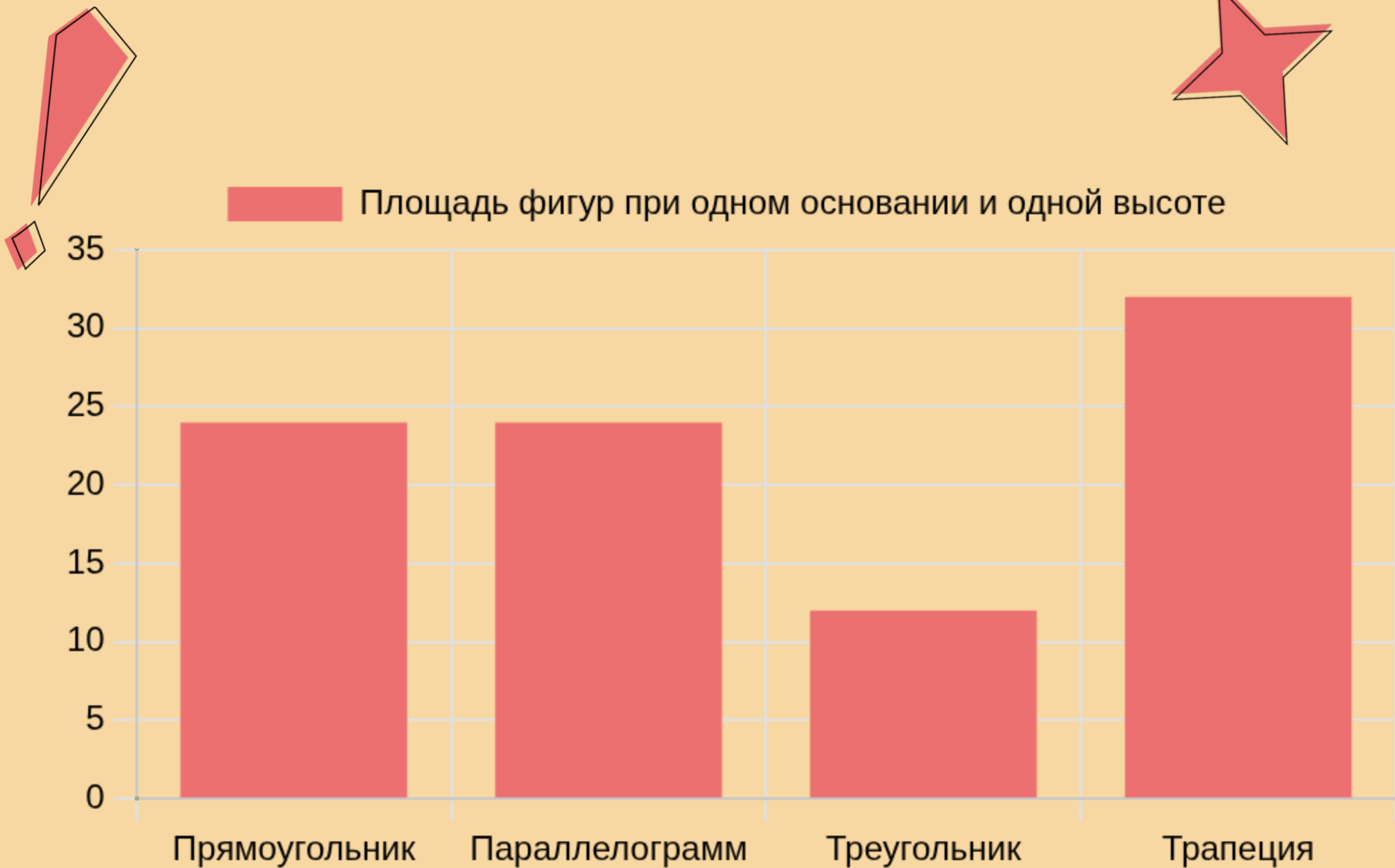


Сравнение площадей фигур с одинаковым основанием и высотой

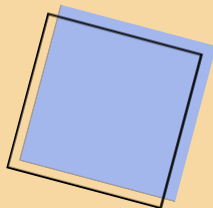
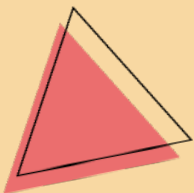
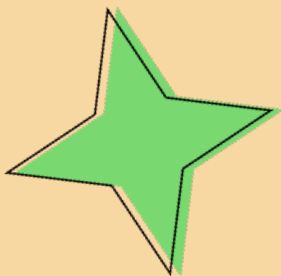


При одинаковой высоте фигуры могут иметь разные площади, если формулы учитывают разное число оснований или коэффициент $\frac{1}{2}$.

Прямоугольник и параллелограмм дают одинаковый результат, а треугольник занимает вдвое меньше при тех же основании и высоте.



Учебный пример, вычисления по формулам площади



Площадь треугольника

1. Общая формула

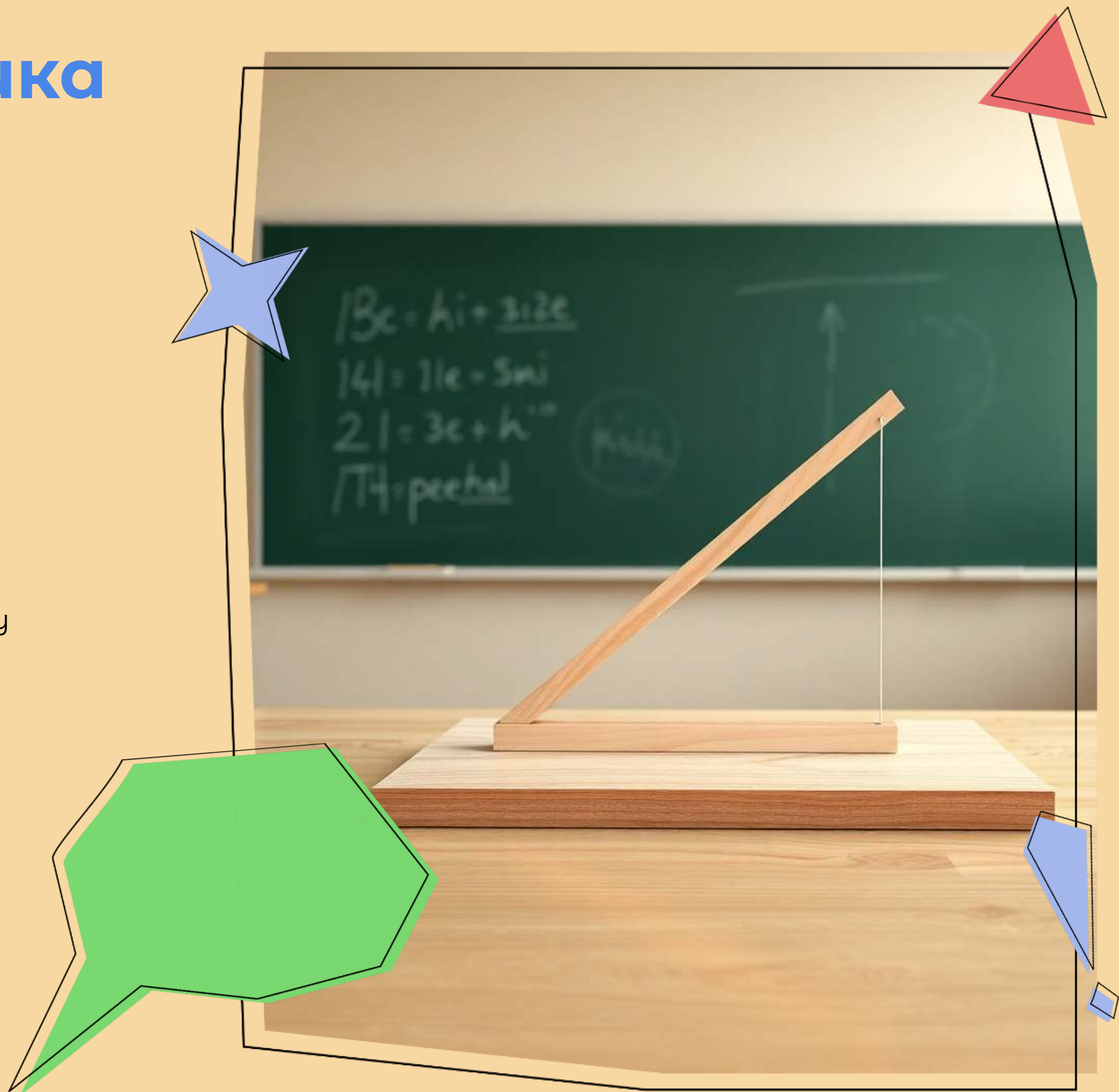
Площадь треугольника находят по формуле $S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h$. Она подходит для любой разновидности треугольника, если известны основание и перпендикулярная ему высота.

2. Почему половина

Треугольник можно рассматривать как половину параллелограмма с тем же основанием и высотой. Поэтому его площадь в два раза меньше площади соответствующего параллелограмма.

3. Как выбирать основание

Основанием может быть любая сторона треугольника. Главное — правильно опустить к ней высоту, то есть отрезок, образующий прямой угол с выбранным основанием.



Площадь параллелограмма

Формула площади

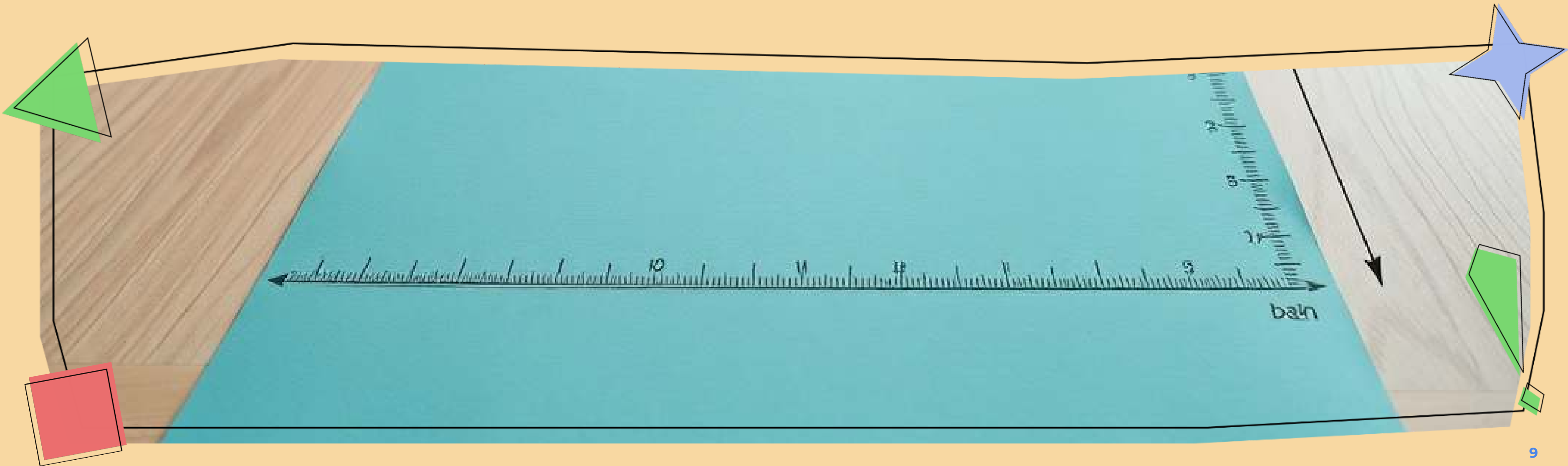
Площадь параллелограмма вычисляют по формуле $S = a \cdot h$, где a — основание, а h — высота. Эта запись удобна, потому что показывает, какие размеры действительно нужны.

Связь с прямоугольником

Если мысленно сдвинуть одну часть фигуры, параллелограмм можно превратить в прямоугольник той же площади. Поэтому такой способ помогает лучше понять происхождение формулы.

Высота и сторона

Высота не обязательно совпадает с боковой стороной. У наклонного параллелограмма именно перпендикуляр к основанию используется в вычислении, а не длина наклонного ребра.

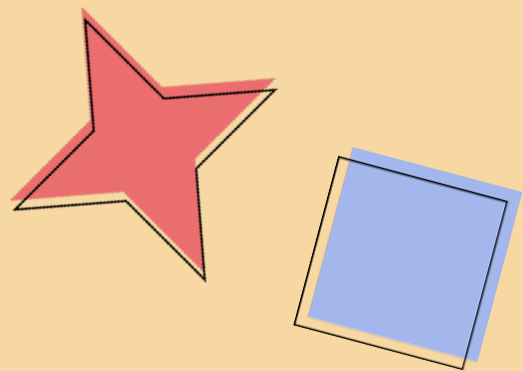


Площадь трапеции

1.

Формула

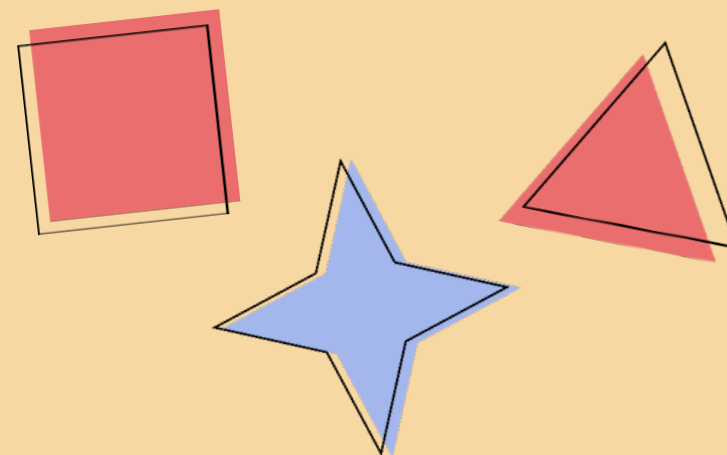
Площадь трапеции находят по формуле $S = \frac{1}{2} \cdot (a+b) \cdot h$. Здесь a и b — основания, а h — высота, проведённая перпендикулярно между ними.



2.

Смысл формулы

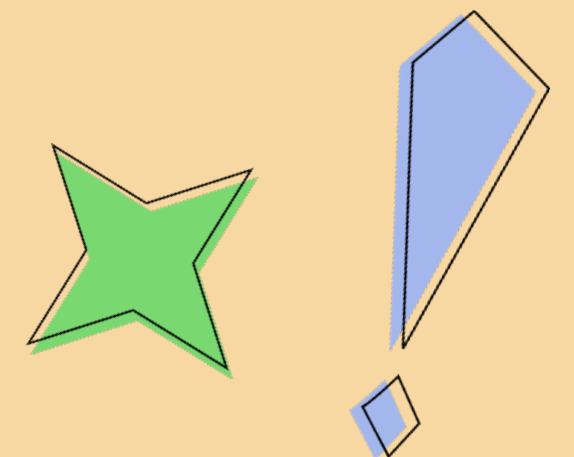
Формулу можно понимать как произведение высоты на среднее арифметическое оснований. Это удобно, когда в задаче даны оба основания и расстояние между ними.



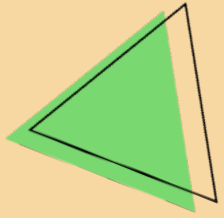
3.

Где применяется

Трапеция часто встречается в чертежах, планах и разрезах деталей. Поэтому умение быстро выделять основания и высоту помогает решать практические задачи без лишних вычислений.

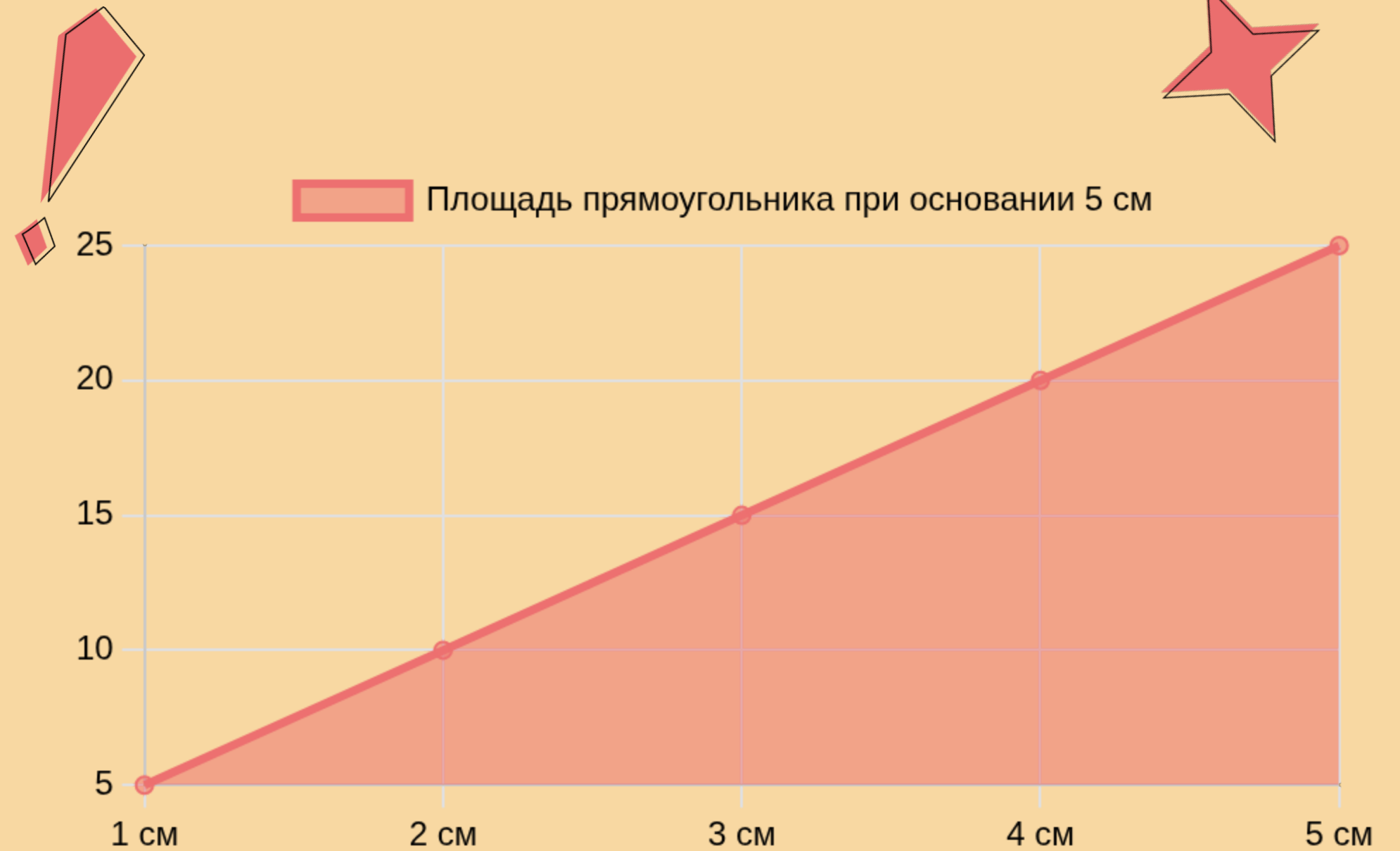


Как площадь прямоугольника зависит от высоты

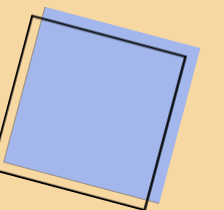
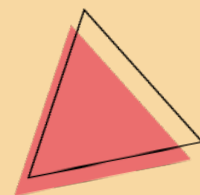
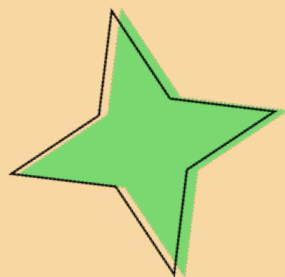


При постоянном основании рост площади происходит равномерно: каждый дополнительный сантиметр высоты добавляет 5 см^2 .

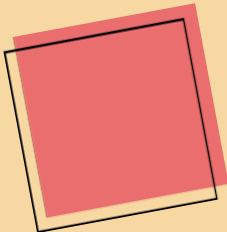
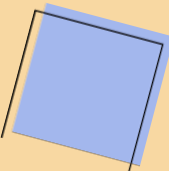
При фиксированном основании площадь прямо пропорциональна высоте, поэтому график получается линейным.



Расчёт по формуле $S = a \cdot h$, где $a = 5 \text{ см}$; учебный пример.

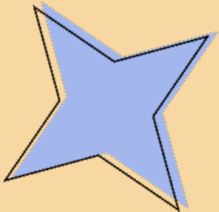
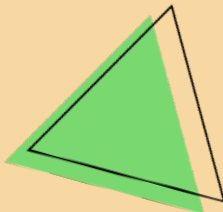


Перевод единиц площади



Переход	Соотношение	Комментарий
1 см ²	100 мм ²	в 100 раз
1 дм ²	100 см ²	в 100 раз
1 м ²	100 дм ²	в 100 раз
1 м ²	10 000 см ²	в 10 000 раз

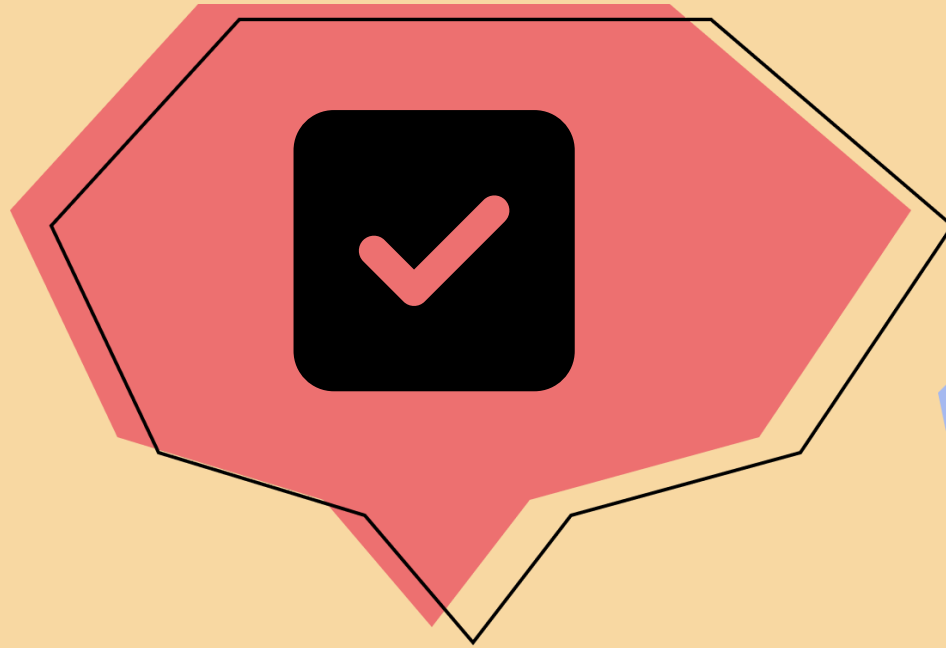
Стандартные соотношения единиц площади из школьного курса математики.



Переход между единицами площади связан с квадратом линейного коэффициента.

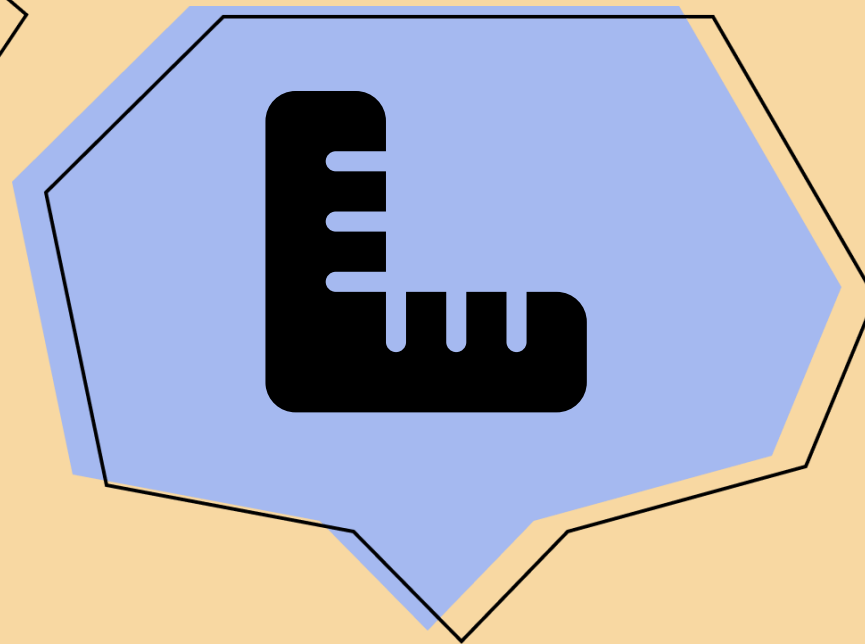
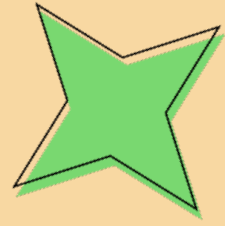
Чем меньше единица, тем больше числовое значение; важно не смешивать линейные и квадратные единицы.

Площадь многоугольника на координатной сетке



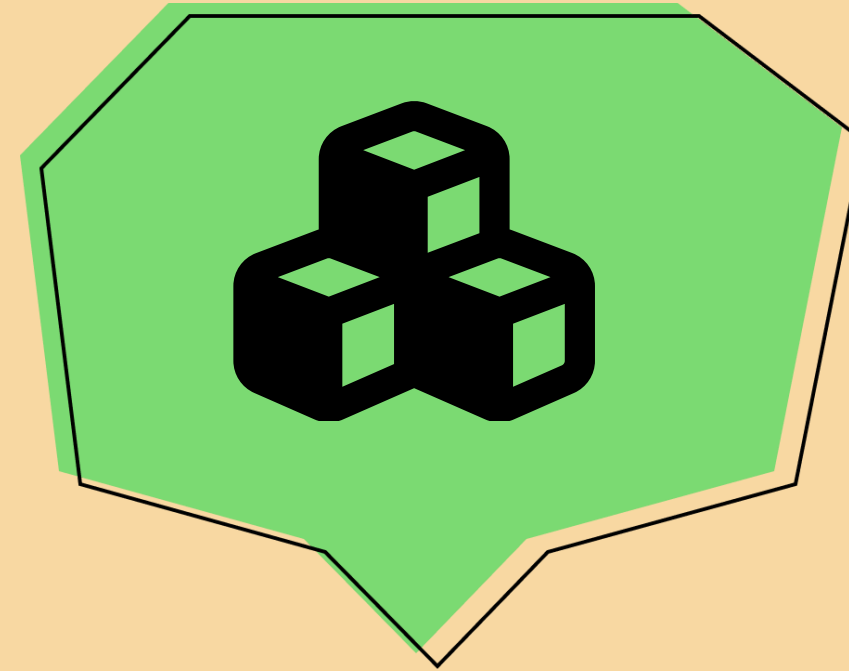
Построение по точкам

Координаты вершин позволяют точно нанести многоугольник на сетку и сразу увидеть его размеры по клеткам, не полагаясь только на рисунок от руки.



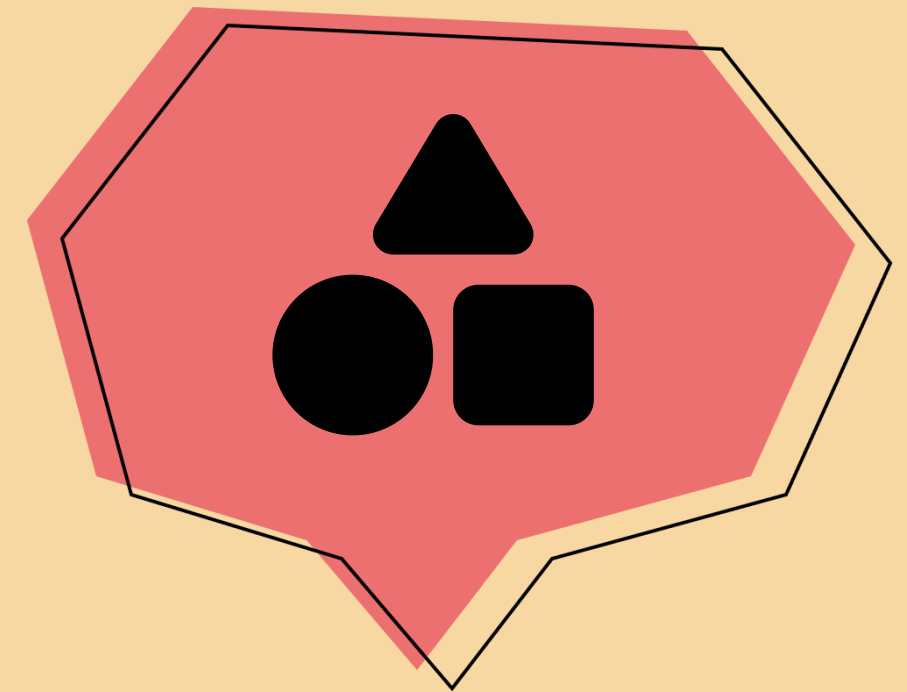
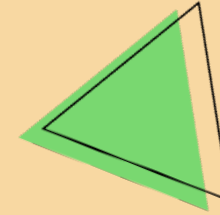
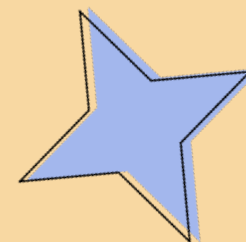
Разбиение на части

Сложную фигуру удобно разделить на прямоугольники, треугольники и трапеции, чтобы использовать знакомые формулы и считать площадь по частям без лишних трудностей.



Связь координат и размеров

Перемещение точки по осям показывает длину и высоту фигуры наглядно, поэтому координатная сетка помогает лучше понять, как устроена площадь многоугольника.

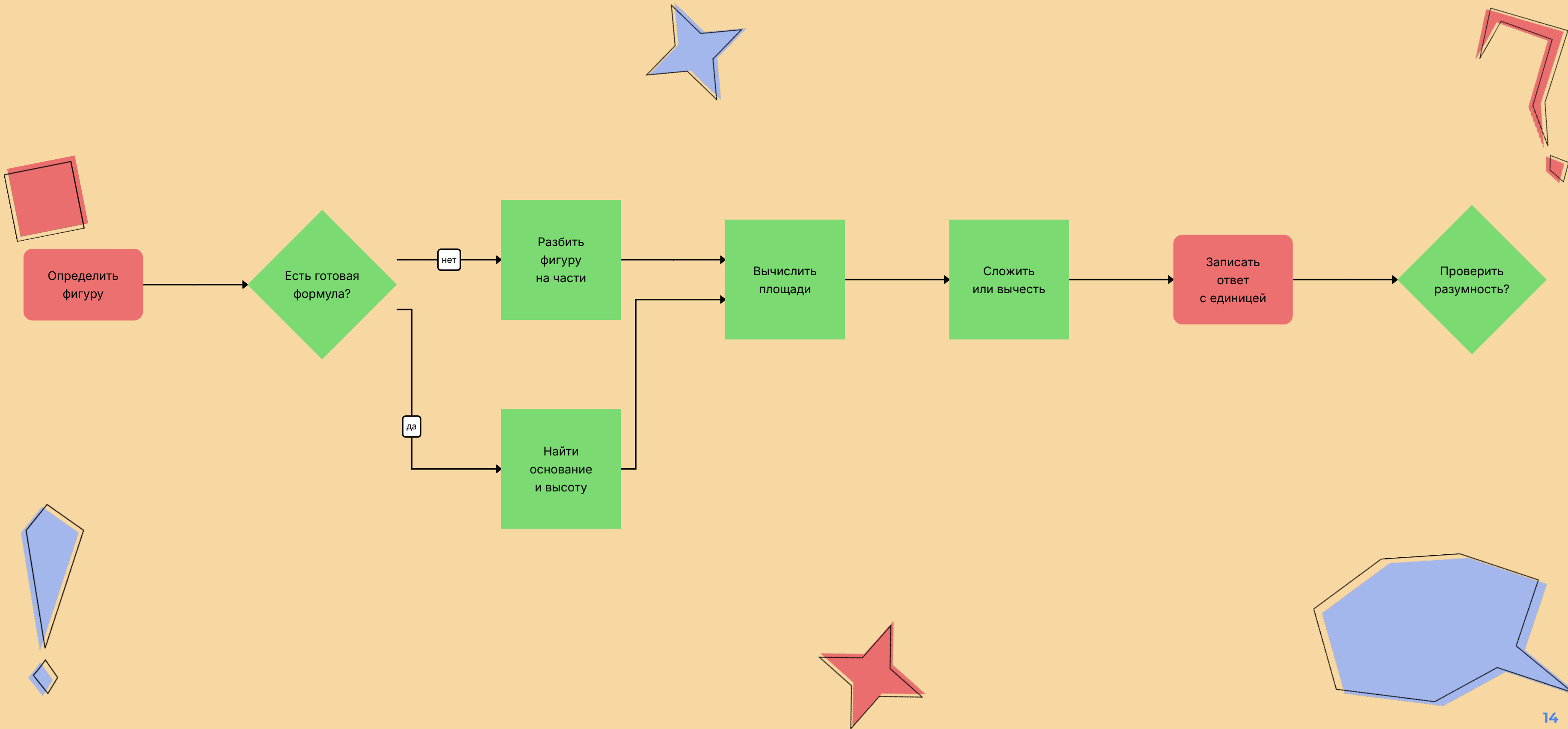


Выбор удобной модели

В задачах на координатной плоскости часто сначала находят простую вспомогательную фигуру, а затем убирают лишние части или дополняют недостающие участки.

Последовательность решения задачи на площадь

Алгоритм основан на выборе формулы, вычислении нужных размеров и проверке результата.



Практическая задача: площадь комнаты или участка

1. Снять размеры

Сначала измеряют длину и ширину помещения или участка. Для прямоугольной комнаты достаточно двух размеров, а для сложной формы нужно отметить все стороны и выступы.

2. Разбить на части

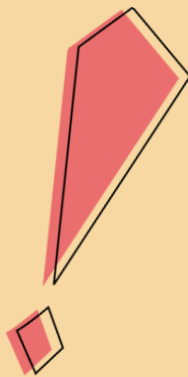
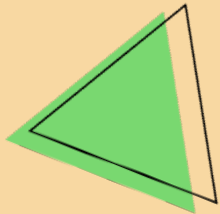
Если контур неровный, его делят на знакомые фигуры: прямоугольники, треугольники и иногда трапеции. Это помогает вычислять площадь по отдельным участкам без путаницы.

3. Сложить результат

После расчёта площадей частей их складывают и записывают ответ в квадратных метрах или других подходящих единицах. Так получают нужное значение для ремонта или планирования.

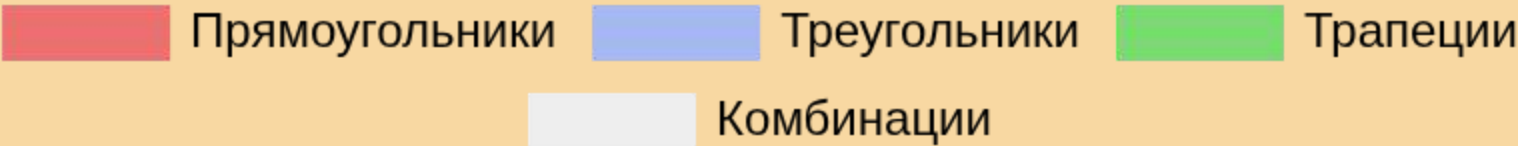


Как часто используют разные способы разбиения фигур

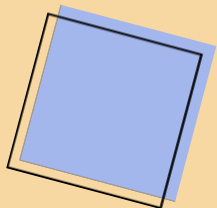
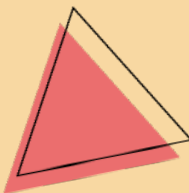
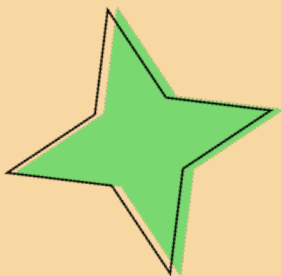


Выбор разбиения зависит от формы фигуры и удобства вычислений, поэтому один чертёж можно решить несколькими способами.

Чаще всего используют прямоугольники, но и другие фигуры важны; гибкий выбор разбиения упрощает решение сложных задач.



Учебный пример распределения способов разбиения для наглядного сравнения.



Частые ошибки при нахождении площади

Неверное основание

Иногда за основание принимают не ту сторону фигуры. Из-за этого высота выбирается неправильно, и формула даёт неверный результат, даже если все вычисления выполнены аккуратно.

Путаница с высотой

Высота всегда перпендикулярна основанию, а не совпадает с наклонной стороной. Особенно часто это забывают в параллелограмме и трапеции, где стороны выглядят похожими.

Забывтый коэффициент

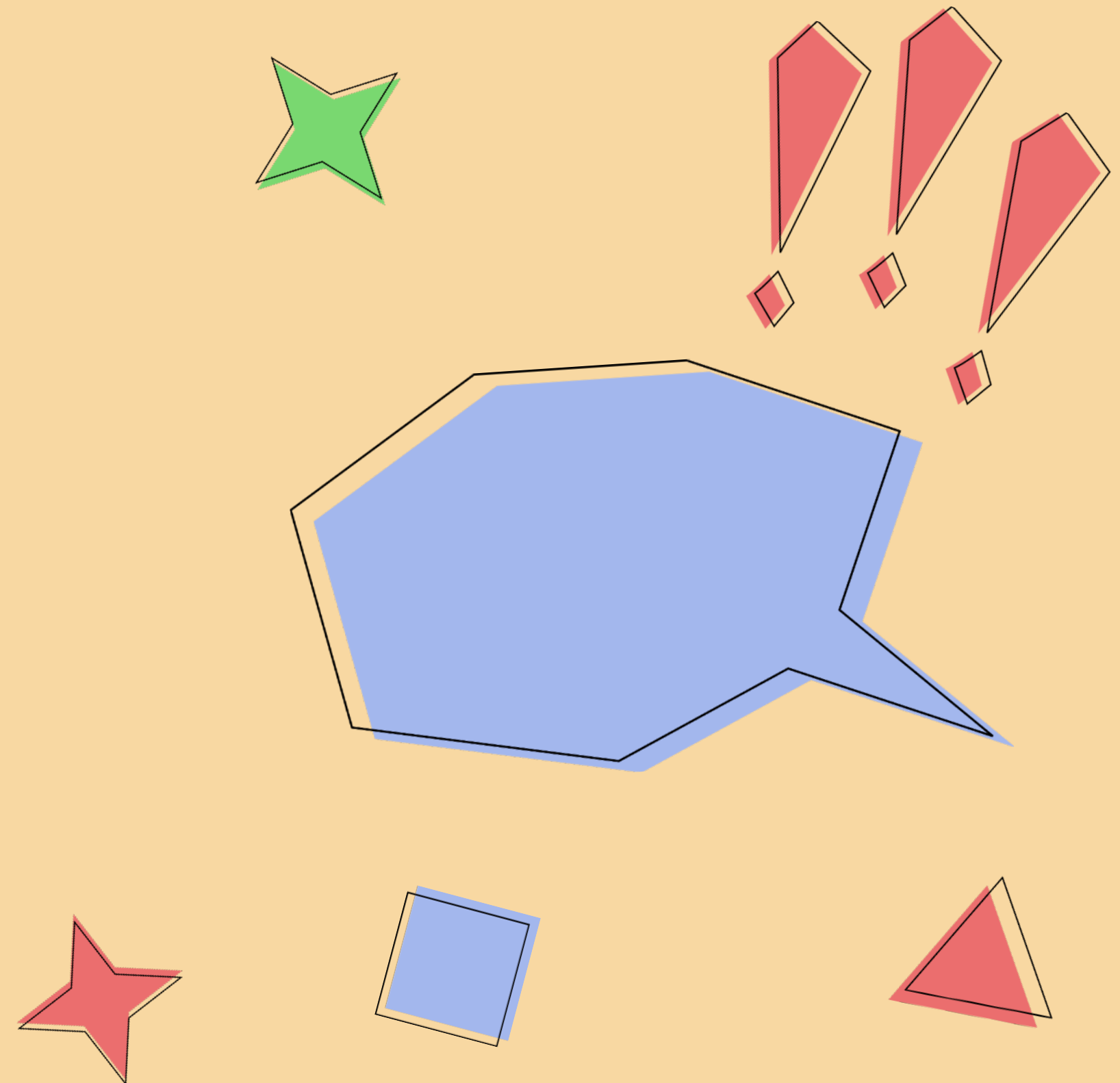
В формулах треугольника и трапеции обязательно есть множитель $\frac{1}{2}$. Если его пропустить, площадь получится вдвое больше настоящего значения.

Ошибки в единицах

Нужно писать именно квадратные единицы: см^2 , м^2 , мм^2 . Часто путают их с длиной, хотя сантиметры и квадратные сантиметры означают разные величины.

Сложение не того

Иногда складывают длины сторон вместо площадей частей. При разбиении фигуры сначала находят площадь каждого фрагмента, а затем только суммируют результаты.



Проверка ответа на разумность

1.

Оценить по клеткам

Если фигура нарисована на сетке, полезно примерно посчитать клетки. Это помогает понять, не завышен ли ответ и не потеряны ли заметные части фигуры.

2.

Сравнить с размерами

Можно прикинуть площадь по длине и ширине или по известной формуле для похожей фигуры. Если размеры маленькие, а площадь получилась огромной, нужно перепроверить расчёты.

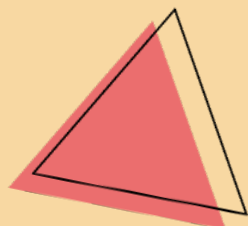
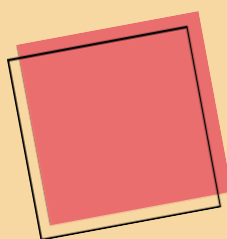
3.

Посмотреть другим способом

Когда возможно, задачу решают ещё одним методом: разбиением на части, вычитанием лишнего или повторным вычислением. Совпадение результатов повышает уверенность в ответе.



Мини-примеры вычисления площади

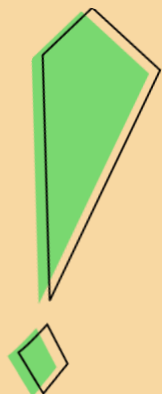
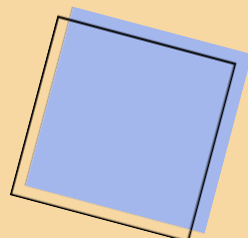
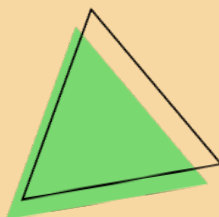


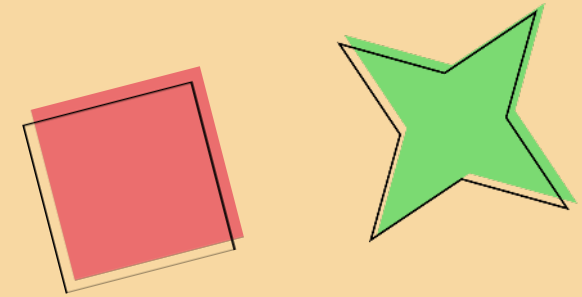
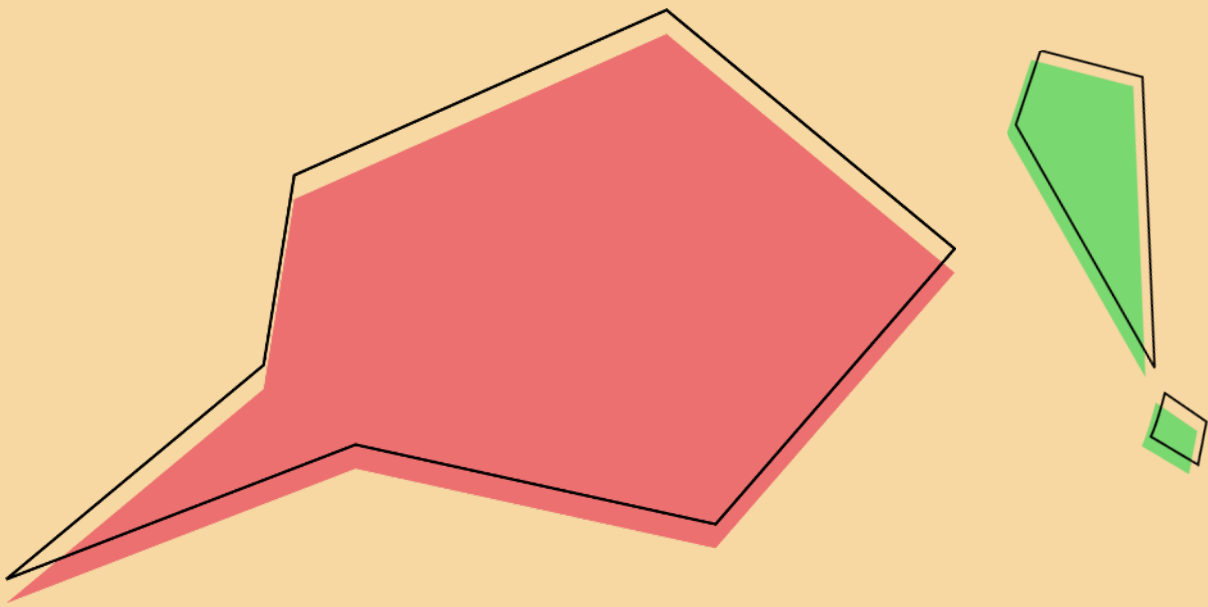
Фигура	Дано	Площадь
Прямоугольник	$8 \times 3 \text{ см}$	24 см^2
Треугольник	$a=10, h=6$	30 см^2
Параллелограмм	$a=7, h=4$	28 см^2
Трапеция	$6, 8, h=5$	35 см^2

Короткие примеры показывают, как выбирается формула для разных многоугольников.

Для каждой фигуры работает своя формула, но общий принцип одинаков: использовать основание, высоту и не забывать единицы площади.

Вычисления по школьным формулам площади прямоугольника, треугольника, параллелограмма и трапеции.





Площадь многоугольника: формулы, разбиение, проверка

Чтобы найти площадь многоугольника, нужно выбрать подходящую формулу или разложить фигуру на простые части. Важно правильно определять основание, высоту и всегда записывать ответ в квадратных единицах.

