

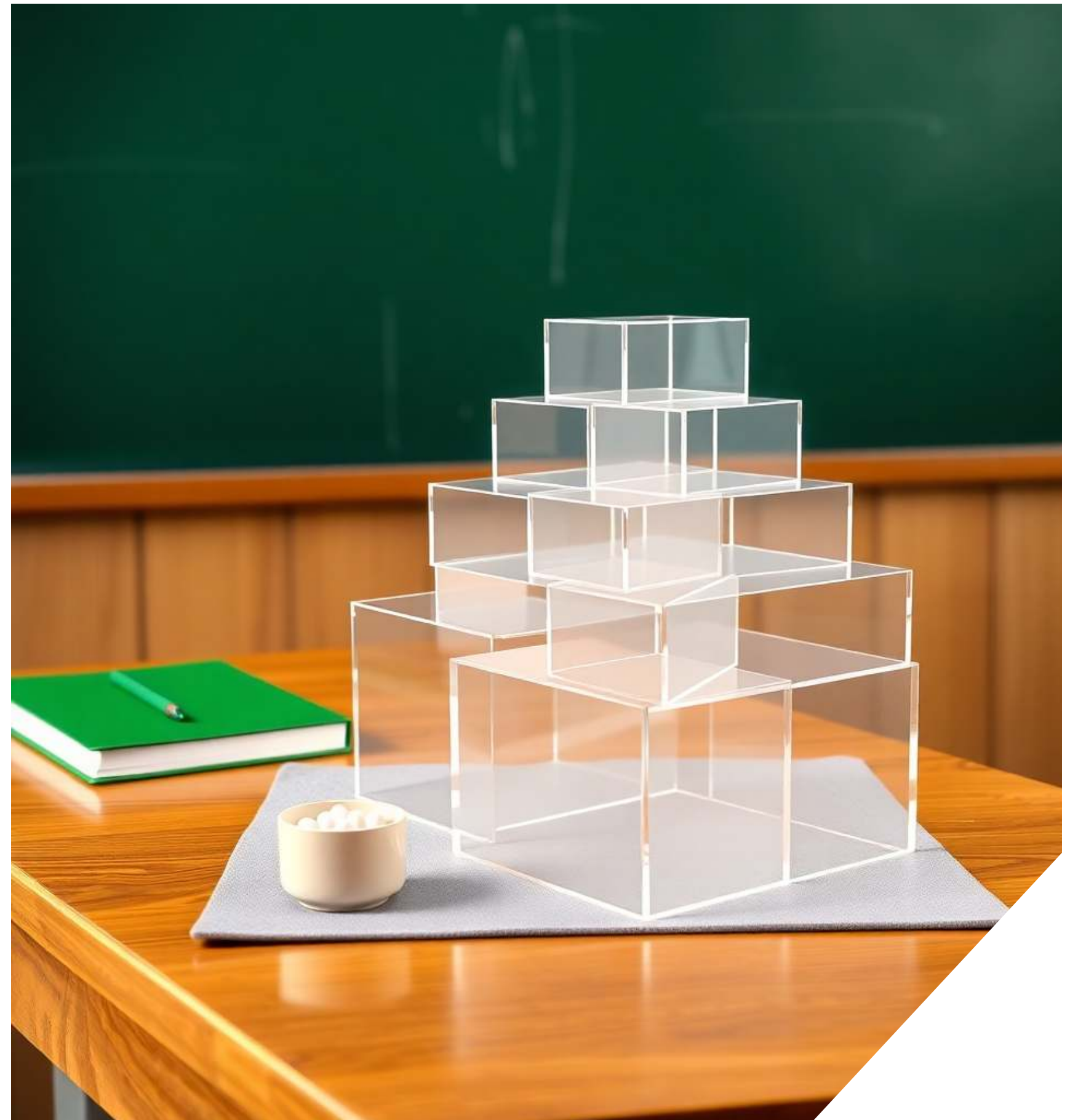
Степень и её свойства

Краткая запись умножения
и её главные правила



> Почему степень полезна в 7 классе

Степень делает запись короче, помогает считать быстрее и упрощает формулы. Она встречается в задачах по алгебре, геометрии, физике и информатике, а ещё в обозначении больших чисел и единиц измерения.



> Что означает запись a^n

Основание степени

Основание — это число, которое умножают само на себя. Именно оно задаёт повторяющийся множитель и определяет, какое число

лежит в основе записи

Какие числа бывают

В 7 классе чаще всего рассматривают степени с натуральными и целыми числами. Основанием может быть почти любое число, но важно правильно читать знак и понимать смысл записи.

Показатель степени

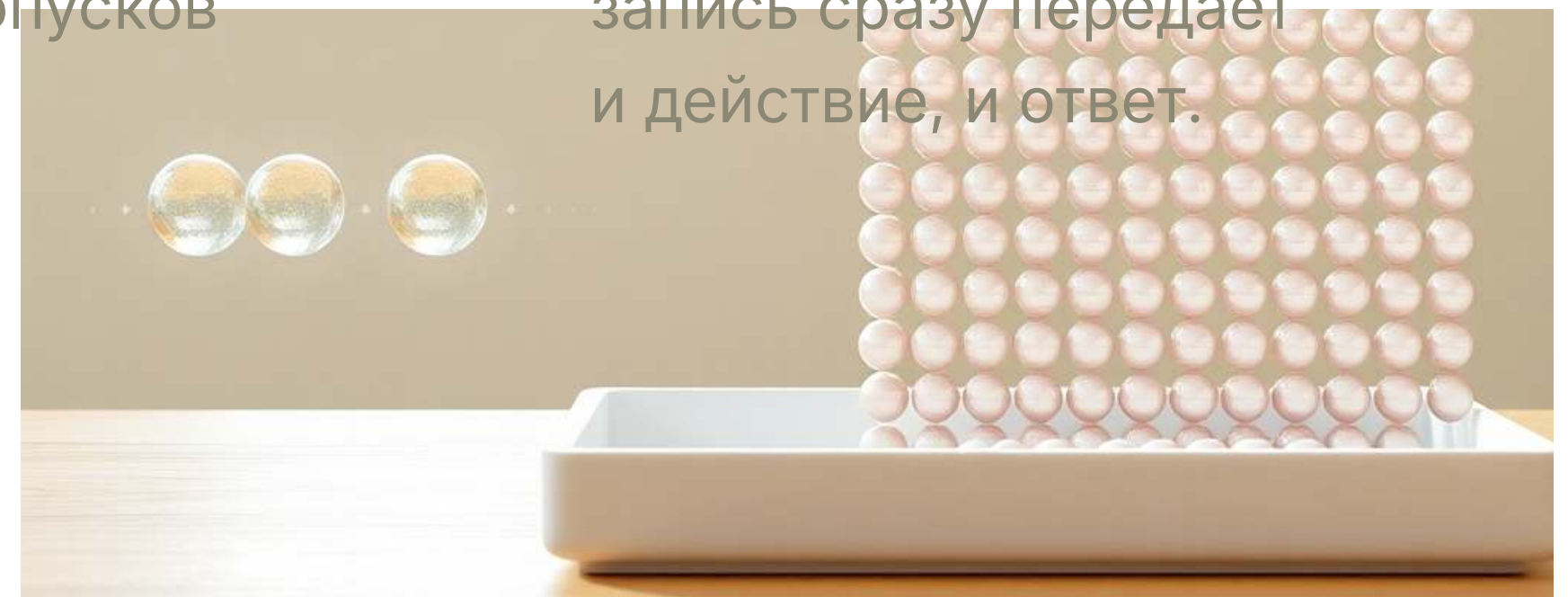
Показатель показывает, сколько раз основание участвует в умножении. Если показатель равен 4, число берётся четыре раза

подряд, без пропусков и изменений.

Значение степени

Значение степени — это результат такого повторяющегося умножения. Например, 3^4 означает $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ и даёт 81, поэтому

запись сразу передаёт и действие, и ответ.



> Примеры степеней и их значений

Запись	Развернутая форма	Значение
2^3	$2 \cdot 2 \cdot 2$	8
5^2	$5 \cdot 5$	25
10^4	$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$	10000
7^1	7	7
4^0	—	1

Таблица показывает, как короткая запись связана с развернутым умножением и результатом.

Степень заменяет длинное одинаковое умножение и позволяет быстрее читать, записывать и сравнивать выражения.

Школьные примеры по теме «Степень и её свойства»

> Основание и показатель на наглядном примере

Что видно на рисунке

На изображении запись 4^3 связана с тремя одинаковыми группами по 4 предмета. Такой пример помогает увидеть, что степень — это не абстрактная формула, а понятная модель.

Где основание

Основание здесь равно 4: именно это число повторяется в каждой группе. Оно показывает, какой множитель используется снова и снова, когда мы читаем запись степени.

Где показатель

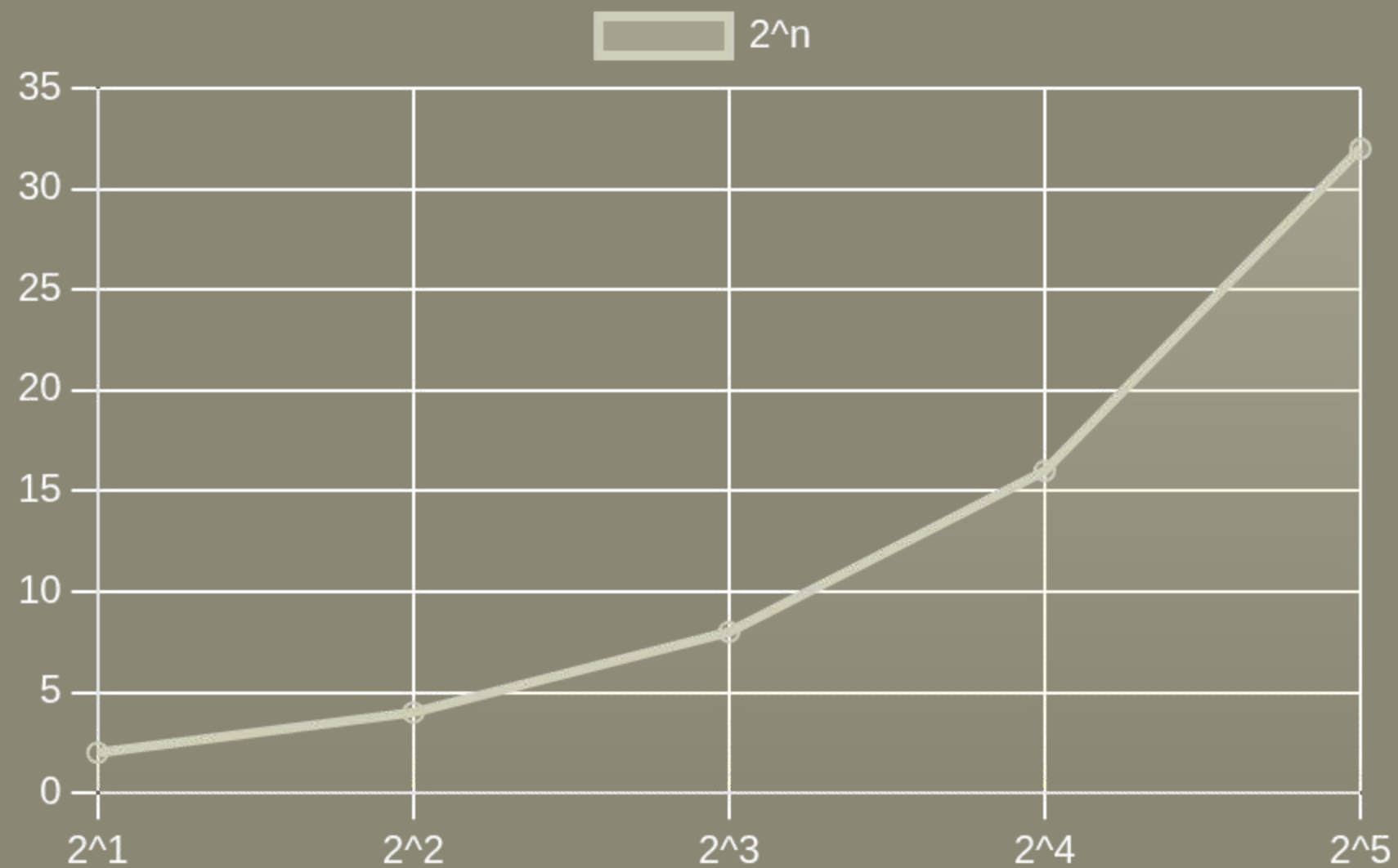
Показатель равен 3, потому что одинаковых групп три. Он отвечает за число повторений и помогает понять, сколько раз нужно взять основание в произведении.

Почему это важно

Наглядный образ помогает отличать степень от суммы и обычного произведения. Если не путать повторяющиеся множители, легче правильно читать записи и выполнять вычисления.



> Как быстро растёт значение степени



При одном и том же основании достаточно увеличить показатель на 1, чтобы получить следующее значение вдвое больше.

Рост идёт очень быстро: даже небольшое увеличение показателя заметно меняет результат.

Последовательность значений степени 2^n для $n = 1-5$

01

Первая степень

Любое число в первой степени равно самому себе. Это правило помогает не усложнять выражение: если показатель равен 1, запись степени можно сразу заменить исходным числом.

Где это используется

Такое правило особенно полезно при преобразовании выражений, когда показатели уменьшаются и доходят до нуля. Оно помогает быстро упрощать записи и не делать лишних вычислений.

02

Простые примеры

Записи $9^1 = 9$ и $12^1 = 12$ показывают, что степень с показателем 1 не изменяет значение числа. Здесь важно видеть именно один множитель, а не новое действие.

03

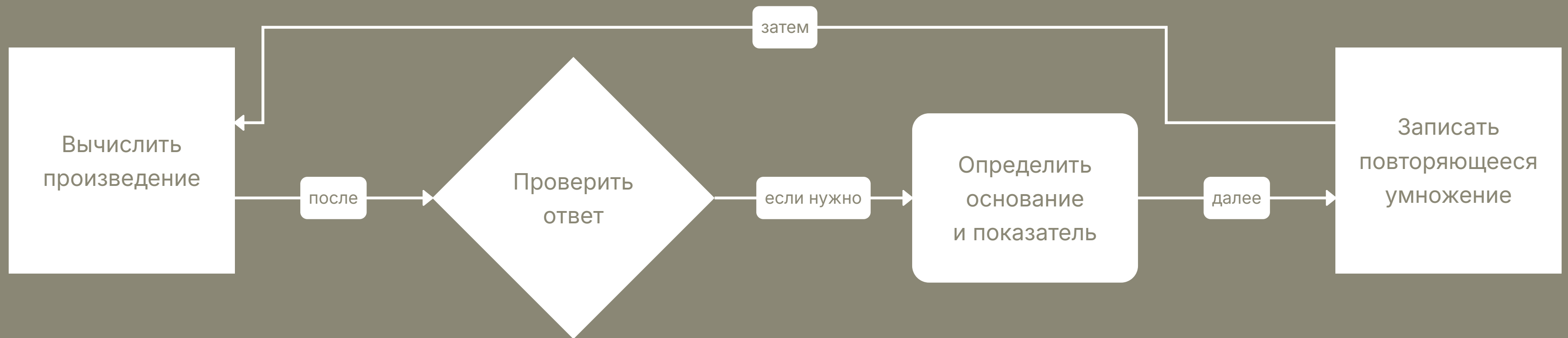
Нулевой показатель

Для любого ненулевого основания число в нулевой степени равно 1. Поэтому 12^0 , 100^0 и 7^0 дают один и тот же результат — единицу.

Степень с показателем 1 и 0

> Как вычислить степень

Алгоритм помогает не перепутать основание, показатель и порядок действий



> Умножение степеней с одинаковым основанием

01 Главное правило

Если перемножаются степени с одинаковым основанием, показатели складываются: $a^m \cdot a^n = a^{(m+n)}$. Основание остаётся прежним, потому что мы соединяем

02 Пример вычисления

В выражении $2^3 \cdot 2^4$ сначала можно представить все множители отдельно, а затем объединить их в одну степень. Получается 2^7 , а это 128.

03 Зачем это нужно

Это свойство особенно удобно при упрощении выражений с несколькими одинаковыми степенями. Оно экономит время, уменьшает число записей и помогает аккуратно работать

> Деление степеней с одинаковым основанием

Основное правило

При делении степеней с одинаковым основанием показатели вычитаются: $a^m : a^n = a^{(m-n)}$. Это работает, если основание не равно нулю и показатель делимого больше.

Пример

В записи $5^6 : 5^2$ одинаковые множители сокращаются, а в ответе остаётся 5^4 . Такой приём позволяет быстро получить 625 без лишних промежуточных действий.

Где помогает

Это правило удобно при преобразовании дробей и более сложных выражений. Оно показывает, как сокращать повторяющиеся множители и переводить длинную запись в более простую форму.

01

Смысл правила

Если в скобках стоит произведение, каждую его часть можно возвести в одинаковую степень отдельно. Это удобно, потому что не нужно сначала перемножать числа, а потом снова возводить результат в степень.

02

Как выглядит формула

Правило записывают так: $(ab)^n = a^n \cdot b^n$. Оно показывает, что показатель действует сразу на оба множителя, а не только на одно число внутри скобок.

03

Пример вычисления

Например, $(2 \cdot 3)^2 = 6^2 = 36$, а по правилу $2^2 \cdot 3^2 = 4 \cdot 9 = 36$. Значения совпадают, значит, свойство работает и помогает упрощать выражения со скобками.

Степень произведения

> Степень частного

Основное правило

Если в скобках записано деление, каждую часть частного можно возвести в степень отдельно. При этом делитель не должен быть равен нулю, иначе выражение не имеет смысла.

Проверка на примере

Например, $(8:2)^3 = 4^3 = 64$. Если вычислить по свойству, получим $8^3:2^3 = 512:8 = 64$. Оба способа дают одинаковый результат.

Формула и смысл

Свойство записывают так: $(a:b)^n = a^n:b^n$, где $b \neq 0$. Оно показывает, что степень распределяется и на делимое, и на делитель одинаково.

> Степень степени

01 Что происходит сначала

Сначала рассматривают внутреннюю степень, а затем результат снова возводят в степень. Поэтому важно не терять порядок действий

02 Правило в записи

Для этого свойства используют формулу $(a^m)^n = a^{(m \cdot n)}$. Она означает, что показатели не складываются и не вычитаются,

03 Пример упрощения

Например, $(3^2)^4 = 3^8 = 6561$. Сначала число 3 берут в квадрат, а затем полученную степень возводят в четвёртую

> Сравнение основных свойств степени

Правило	Формула	Пример
Умножение	$a^m \cdot a^n = a^{(m+n)}$	$3^2 \cdot 3^3 = 3^5$
Деление	$a^m : a^n = a^{(m-n)}$	$7^5 : 7^2 = 7^3$
Степень степени	$(a^m)^n = a^{(mn)}$	$(2^3)^2 = 2^6$

Таблица показывает три главных правила работы со степенями. Важно видеть, как меняется показатель в каждом случае и когда сохраняется одно и то же основание.

Во всех случаях нужно внимательно смотреть на показатели: они либо складываются, либо вычитаются, либо перемножаются. Основание при этом изменяется по-разному в зависимости от свойства.

01

Почему нужны скобки

Скобки показывают, какое число действительно является основанием степени. Без них знак минус не входит в основание, а относится к результату после выполнения возведения в степень.

02

Два разных ответа

Выражение $(-2)^2$ означает, что в квадрат возводится число -2 , поэтому получается 4. А в записи -2^2 сначала вычисляют 2^2 , а затем ставят минус, и выходит -4 .

03

Как избежать ошибки

Чтобы не перепутать значения, нужно каждый раз проверять, где заканчивается основание. Если число отрицательное и оно должно возводиться в степень целиком, обязательно ставят скобки.

Скобки и частая ошибка в записи степеней

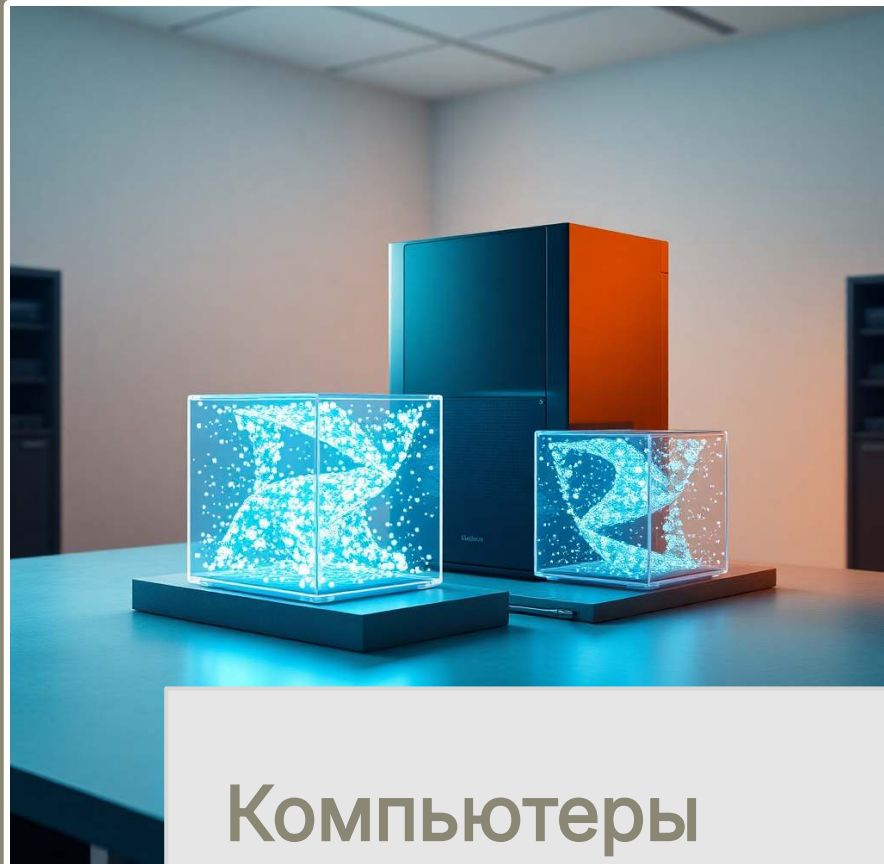
> Положительные, нулевые и отрицательные показатели



Диаграмма показывает, что знак показателя полностью меняет смысл записи. Особенно важно помнить: при отрицательном показателе получается дробь, а не отрицательное число.

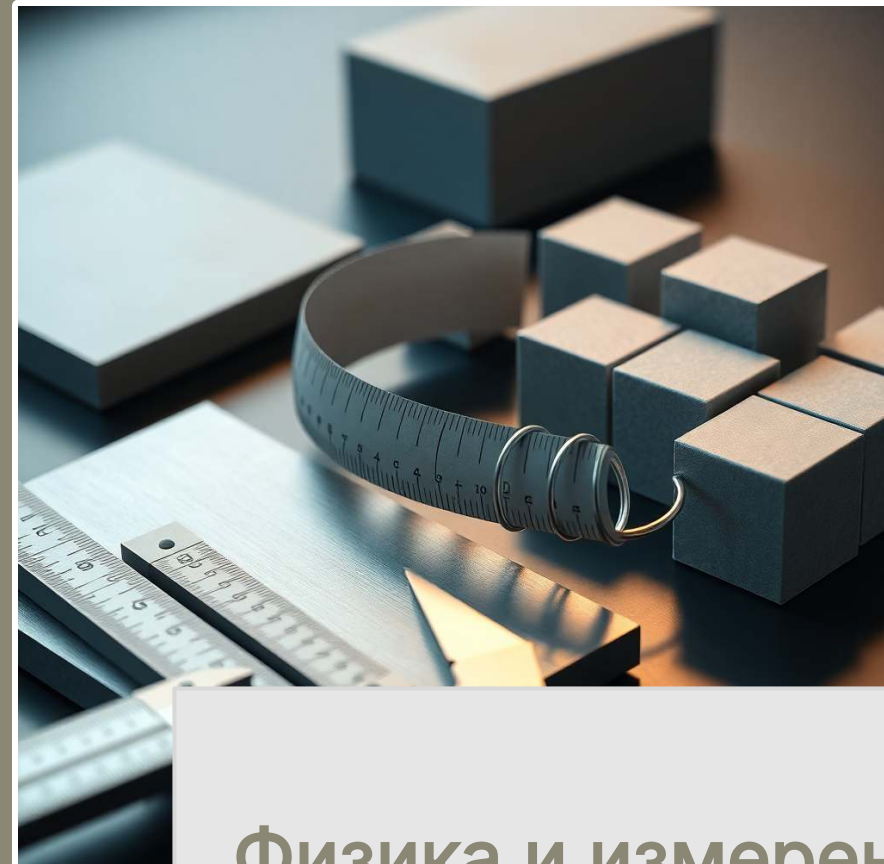
Чем меньше показатель, тем сильнее меняется форма записи. Нулевой показатель даёт 1, а отрицательный переводит число в знаменатель дроби.

> Степени в жизни и науке



Компьютеры и большие числа

В информатике степени помогают записывать огромные значения короче и понятнее. Например, 10^6 означает миллион, а 10^9 — миллиард. Такая запись удобна, когда нужно сравнивать объёмы данных, скорость обработки и размеры файлов.



Физика и измерения

В формулах физики степени показывают, как быстро меняются величины, а также помогают записывать квадратные и кубические единицы. Площадь выражают в квадратных единицах, а объём — в кубических, поэтому степенная запись здесь особенно важна.

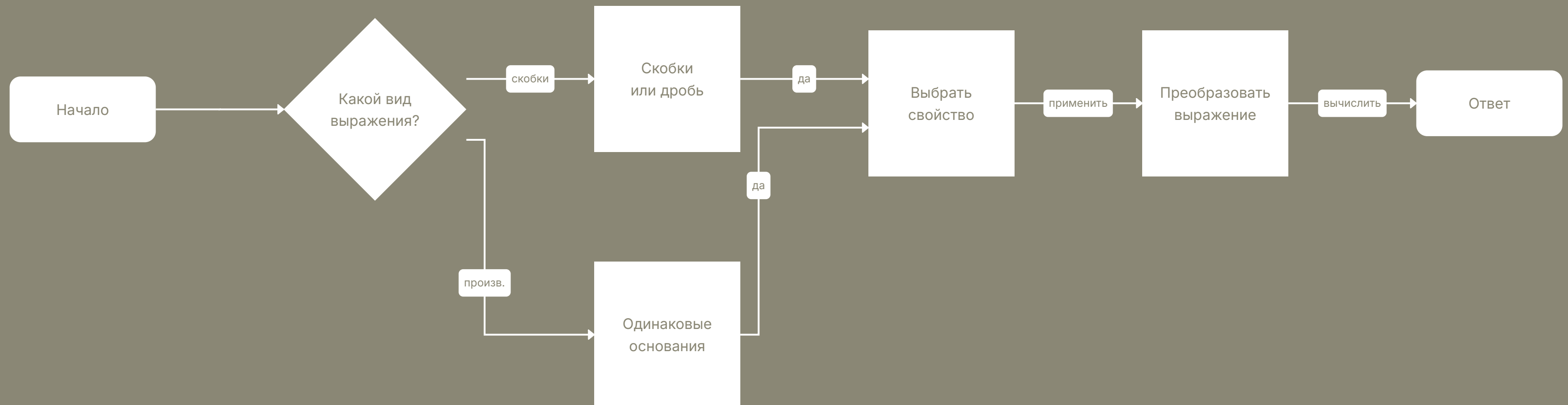


Природа и клеточный мир

Степени встречаются и в описании очень маленьких объектов, например клеток, микроорганизмов и расстояний на научных шкалах. Благодаря такой записи учёные могут кратко фиксировать значения, которые трудно писать обычными длинными числами.

> Как применять свойства степени в вычислениях

Пошаговая схема помогает выбрать верное правило и не перепутать действия со степенями.



> Что нужно помнить перед контрольной работой

01 Основа записи

Нужно уверенно различать основание и показатель степени. Основание показывает, какое число повторяется, а показатель сообщает, сколько раз оно умножается само на себя.

04 Порядок действий

Если выражение выглядит сложным, сначала определяют вид степени, потом выбирают нужное свойство и только после этого считают. Такой порядок

02 Главные формулы

Полезно помнить основные правила: $a^1 = a$, $a^0 = 1$ для $a \neq 0$, $a^m \cdot a^n = a^{(m+n)}$, $a^m : a^n = a^{(m-n)}$, $(a^m)^n = a^{(mn)}$.

05 Самопроверка

После решения полезно ещё раз посмотреть на знаки, показатели и основания. Это помогает заметить неточность до того, как ответ будет записан в тетрадь.

03 Работа со скобками

Перед ответом стоит проверять, не изменяют ли скобки смысл выражения. Именно они показывают, относится ли минус к основанию, а также какое действие выполняется первым.

> Степень — короткая запись, большие возможности

Степень помогает записывать повторяющееся умножение короче и удобнее. Её свойства ускоряют вычисления, упрощают выражения и становятся важной основой для дальнейшего изучения алгебры.