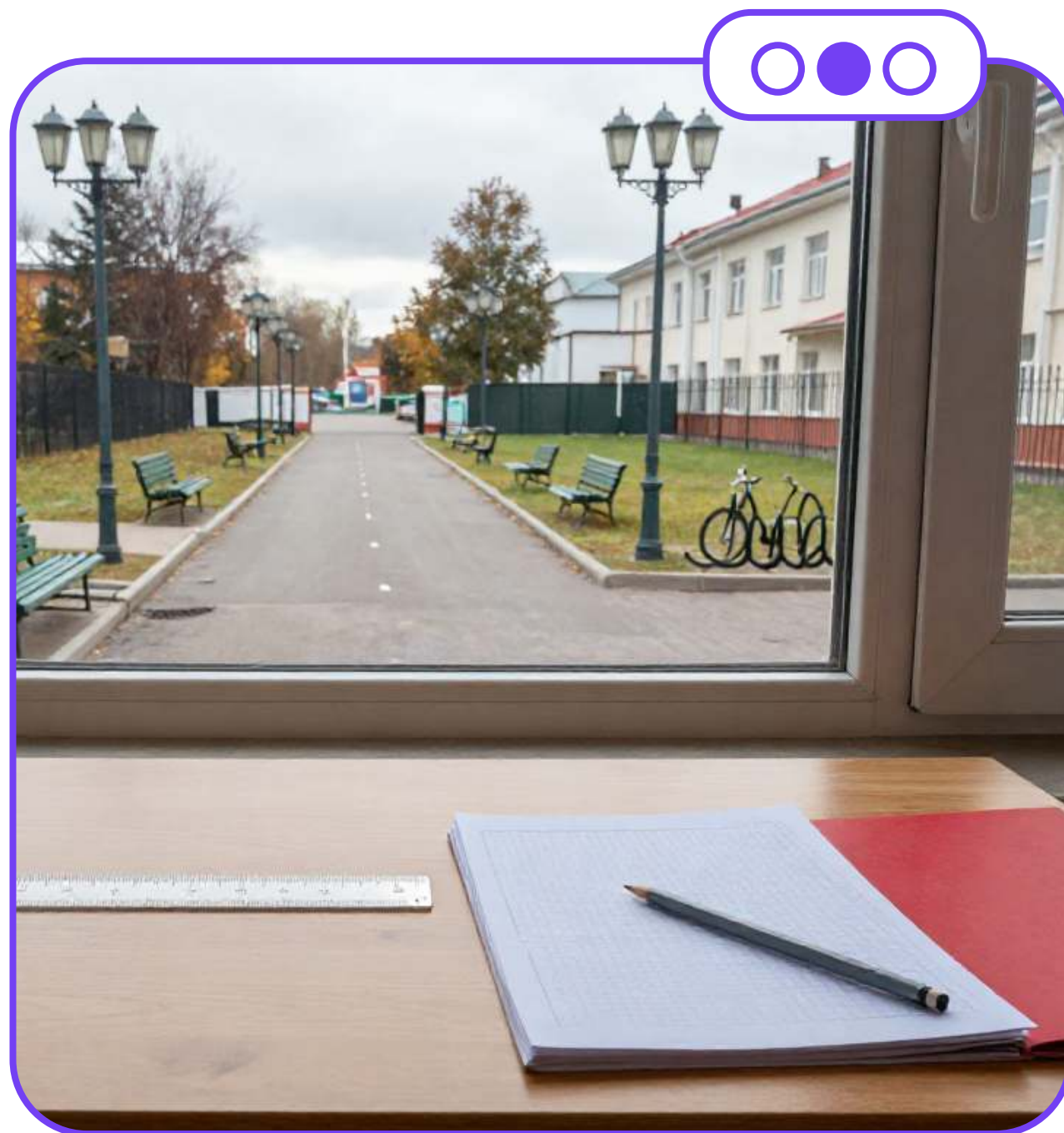


Линейная функция: как формула и график связаны между собой



Формула, таблица и прямая — один и тот же закон изменения.

Зачем изучать линейную функцию



Она помогает понять, как связаны две величины, читать графики и решать реальные задачи — от стоимости покупки до движения с постоянной скоростью. Это основа многих тем алгебры 7 класса.

Общий вид линейной функции и её обозначения

01

Формула записи

Линейную функцию записывают так: $y = kx + b$. Здесь x — аргумент, а y — значение функции, которое зависит от выбранного x .

02

Роль коэффициента k

Число k показывает, насколько быстро меняется y при изменении x . По его знаку и модулю можно понять направление и крутизну прямой.

03

Свободный член b

Если $x = 0$, то $y = b$. Значит, точка $(0; b)$ всегда лежит на графике и показывает, где прямая пересекает ось Oy .

04

Что означает график

Графиком линейной функции всегда является прямая линия. Любая её точка должна удовлетворять формуле $y = kx + b$.

Линейная функция на координатной плоскости



○ Оси координат

Координатная плоскость состоит из оси Ox и оси Oy . По ним удобно откладывать значения x и y , чтобы строить график функции.

○ Точки графика

Каждая точка прямой записывается как $(x; y)$. Если её координаты подставить в формулу $y = kx + b$, равенство должно выполняться.

○ Что важно увидеть на рисунке

На чертеже полезно отметить точку пересечения с осью Oy и ещё одну точку, найденную по формуле. Так проще проверить, что прямая построена верно.



Как знак коэффициента k влияет на график



Общее свойство линейной функции $y = kx + b$.

Знак коэффициента k определяет, в какую сторону направлена прямая и как ведёт себя функция.

Значение k	Вид функции	График
$k > 0$	возрастает	снизу вверх
$k < 0$	убывает	сверху вниз
$k = 0$	$y = b$	горизонтальная

Знак k задаёт направление изменения, а $k = 0$ превращает график в прямую, параллельную оси Ox .

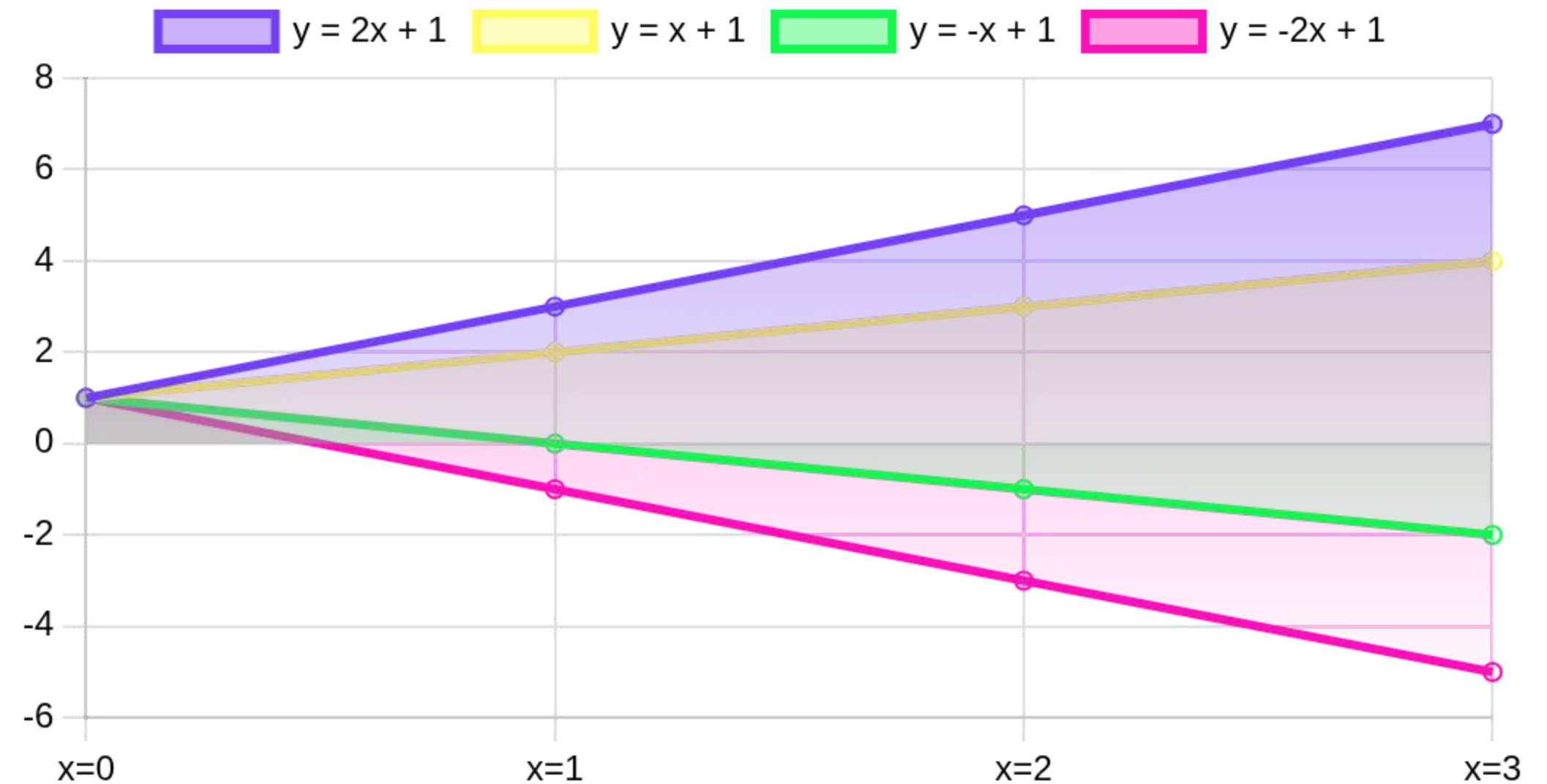


Сравнение прямых с разными коэффициентами k



Все четыре прямые начинаются из одной точки на оси Oy , потому что свободный член одинаковый. Меняется только наклон и направление роста.

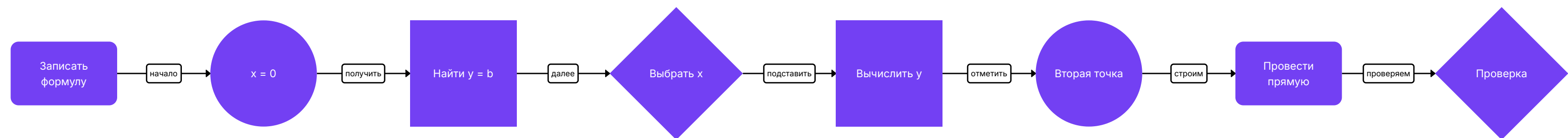
Составлено по функциям $y = 2x + 1$, $y = x + 1$, $y = -x + 1$, $y = -2x + 1$.



Чем больше $|k|$, тем резче наклон; положительный k даёт рост, отрицательный — убывание.

Построение графика линейной функции шаг за шагом

Алгоритм построения по формуле $y = kx + b$



Почему двух точек достаточно



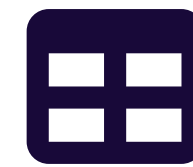
Одна прямая

Через две разные точки на плоскости проходит только одна прямая, поэтому для линейной функции не нужно искать много координат. Двух точек хватает, чтобы задать весь график.



Удобная проверка

Если добавить третью точку, можно быстро проверить вычисления. Она должна тоже лежать на прямой, иначе в подстановке или построении допущена ошибка.



Связь с таблицей

Это свойство делает график удобным для построения по таблице значений. Достаточно выбрать два верных набора координат и аккуратно соединить их прямой линией.

Частные случаи линейной функции

Если $b = 0$

Формула принимает вид $y = kx$. Такая прямая проходит через начало координат, потому что при $x = 0$ получается $y = 0$.

1

Если $k = 0$

Получаем $y = b$. Значение y не меняется, поэтому график становится горизонтальной прямой, параллельной оси Ox .

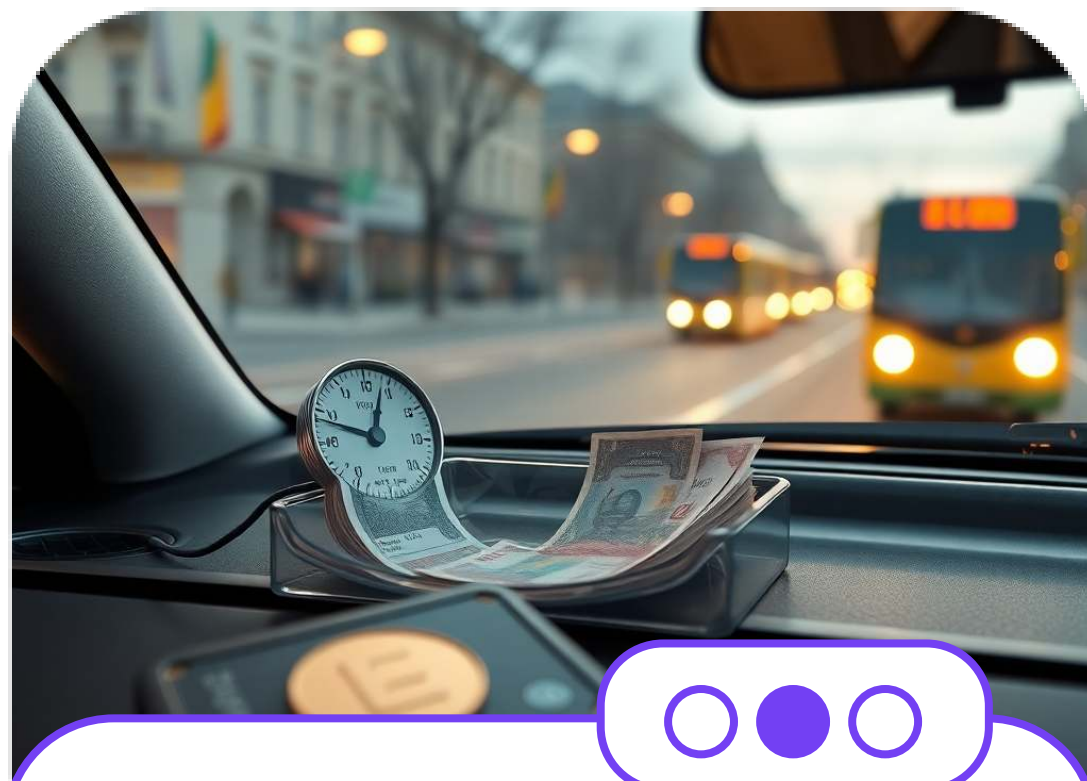
2

Если k и b не равны нулю

Прямая пересекает ось Oy в точке $(0; b)$ и имеет наклон. По формуле сразу видно, что график не проходит через начало координат.

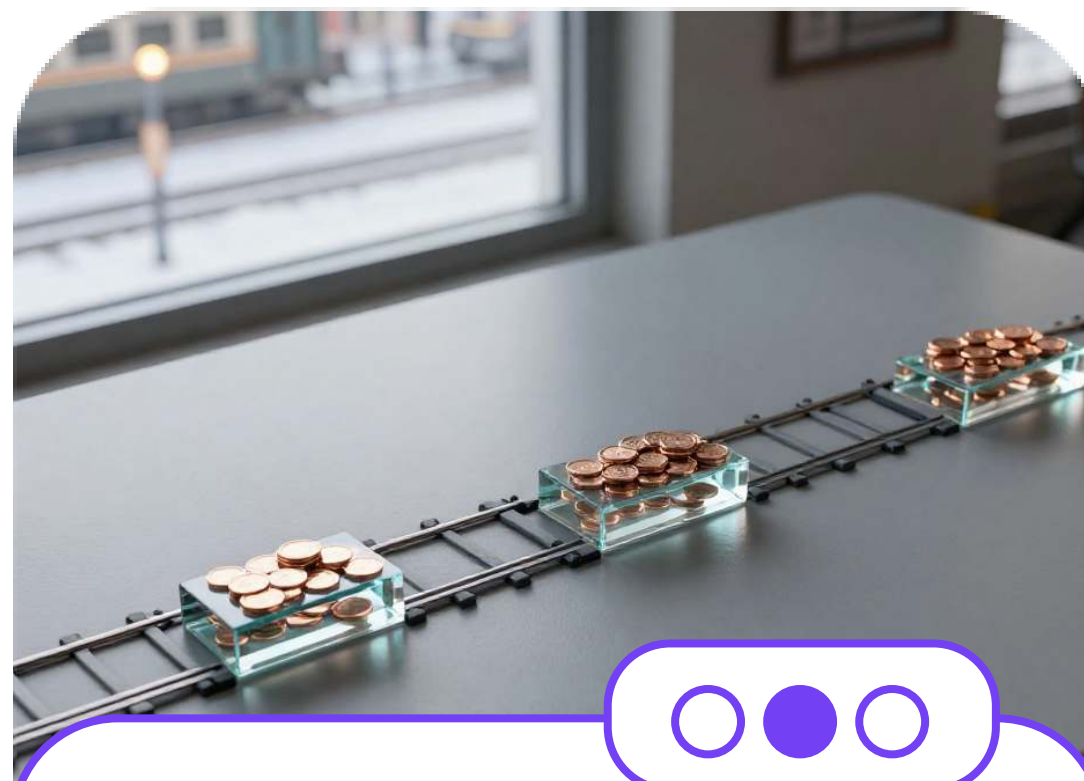
3

Линейная функция в реальной ситуации



Поездка на такси: из чего складывается цена

Представим, что поездка стоит 100 рублей за посадку и ещё 30 рублей за каждый километр. Тогда стоимость можно записать формулой $y = 30x + 100$. Если проехать 0, 1 или 2 километра, цена будет меняться предсказуемо и без неожиданностей.



Почему сумма растёт одинаково

Каждый новый километр добавляет к стоимости одну и ту же сумму — 30 рублей. Поэтому зависимость получается линейной: к постоянной части прибавляется переменная часть, зависящая от расстояния.



Как это увидеть на графике

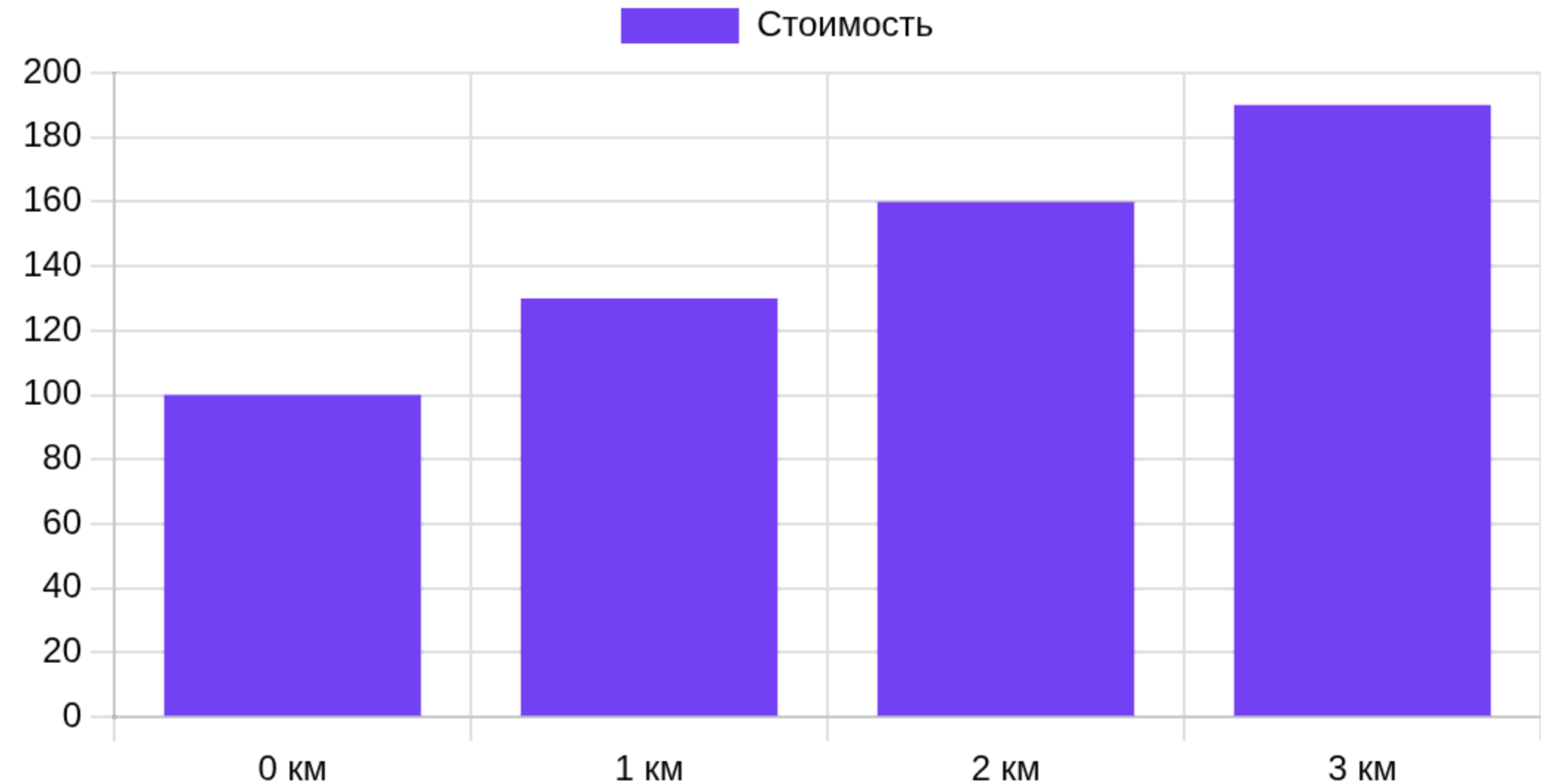
На рисунке такая зависимость выглядит как прямая линия, которая поднимается вверх. Чем больше путь, тем выше точка на графике, а начало отсчёта показывает фиксированную плату за посадку.

Как изменяется стоимость при росте x



При каждом новом километре добавляется одинаковая сумма, поэтому рост получается равномерным и легко предсказуемым.

Функция $y = 30x + 100$; расчётные значения для $x = 0, 1, 2, 3$.



Разность между соседними значениями постоянна и равна 30, значит коэффициент k задаёт одинаковый прирост стоимости.

Главные свойства линейной функции

Общие свойства линейной функции $y = kx + b$.

Свойство	Линейная функция
Область определения	все x
График	прямая
Пересечение Oy	$(0; b)$
$k > 0$	возрастает
$k < 0$	убывает
$k = 0$	горизонталь

Краткая таблица показывает, как по формуле $y = kx + b$ определить основные признаки графика и поведения функции.

По одному виду коэффициента k можно сразу понять направление графика, а число b показывает его положение на оси Oy .

Как найти коэффициенты k и b по двум точкам

01

Найти k

Сначала берут две точки графика и подставляют их координаты в формулу $k = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$. Так получают наклон прямой и направление изменения функции.

02

Подставить точку

Затем выбирают одну из известных точек и заменяют в уравнении $y = kx + b$ значения x и y . После этого остаётся найти неизвестный свободный член b .

03

Записать формулу

Когда k и b найдены, можно полностью записать уравнение линейной функции. Оно должно точно описывать обе заданные точки и соответствовать их координатам.

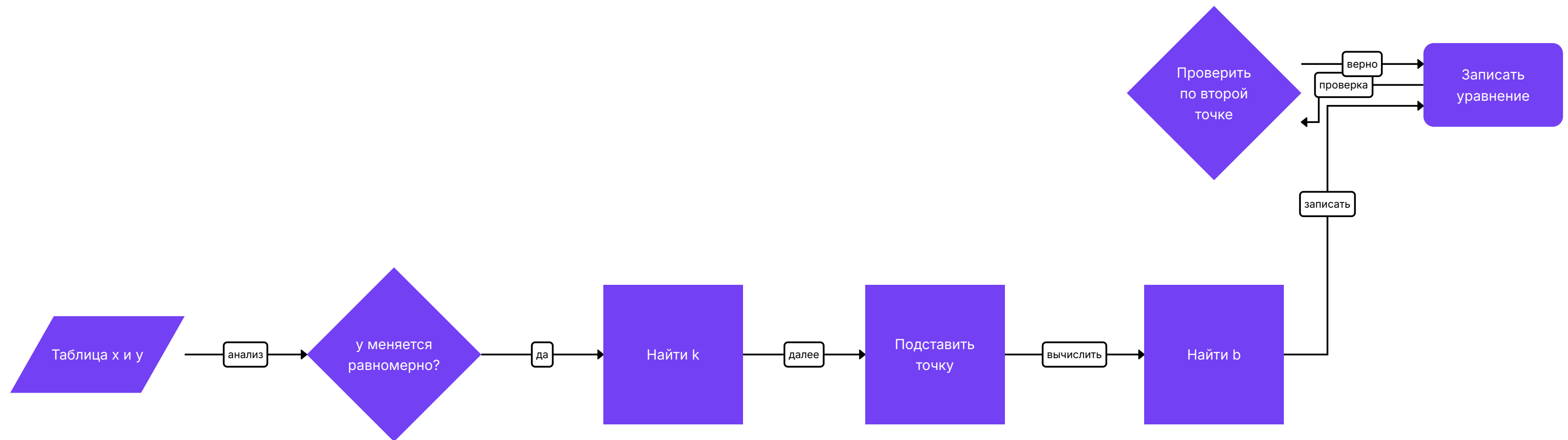
04

Проверить ответ

Чтобы не допустить ошибки, подставляют координаты второй точки в найденную формулу. Если равенство верно, уравнение составлено правильно и подходит для графика.

От таблицы значений к уравнению прямой

Последовательность действий при восстановлении формулы линейной функции по табличным данным

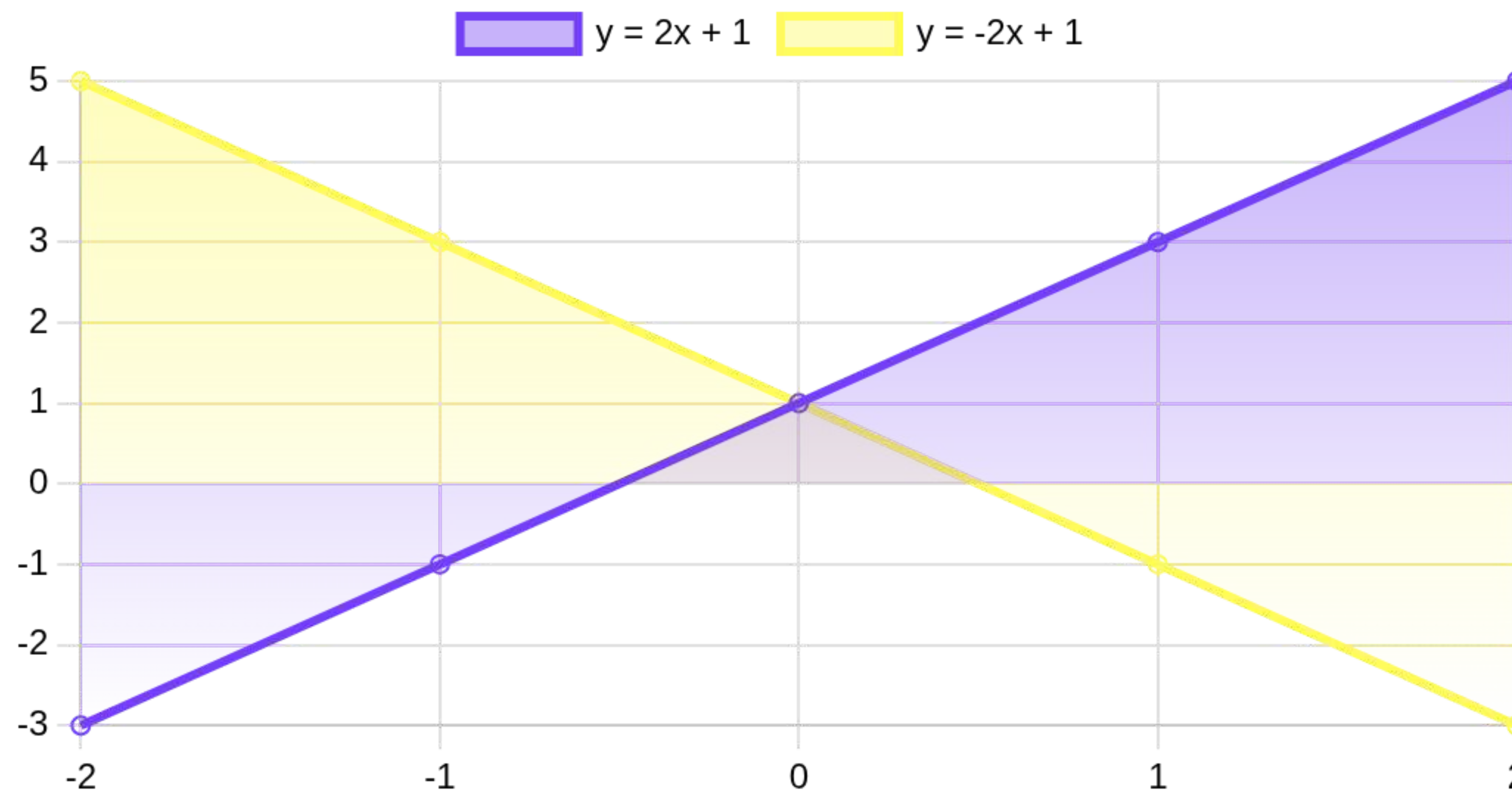


Сравнение возрастающей и убывающей прямой



Обе прямые проходят через одну и ту же точку на оси Oy, но двигаются в противоположные стороны.

Функции $y = 2x + 1$ и $y = -2x + 1$; вычисленные значения для $x = -2, -1, 0, 1, 2$.



Знак коэффициента k определяет направление, а одинаковый модуль $|k|$ делает наклон одинаково крутым.

Типичные ошибки при работе с линейной функцией



❏ Путаница координат

Иногда вместо x подставляют y или наоборот. Из-за этого получают неверное значение функции и строят точку не там, где она должна быть.

❏ Неверная точка b

Точку $(0; b)$ часто отмечают не на оси Oy , а где-то рядом. Тогда график смещается, и прямая уже не соответствует формуле.

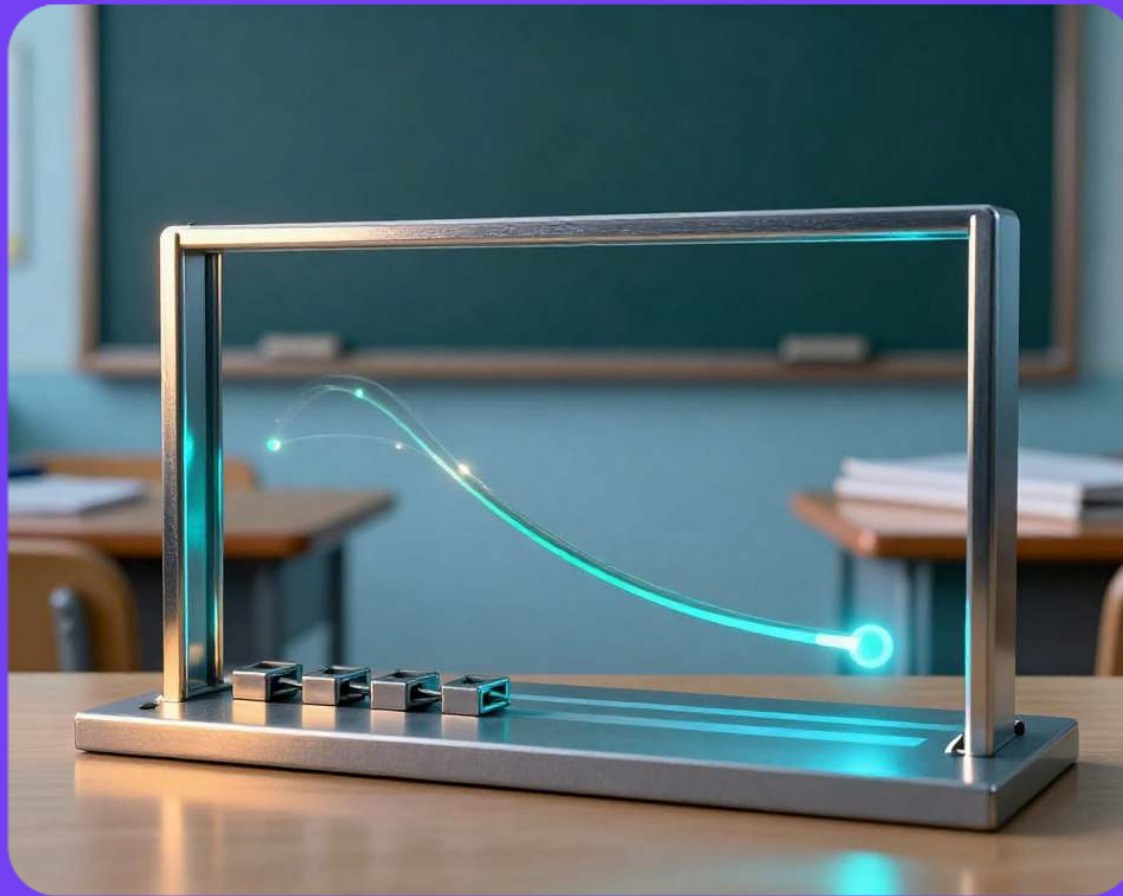
❏ Забытый минус

Если не заметить отрицательный знак у коэффициента k , прямая будет наклонена в противоположную сторону. Такая ошибка особенно заметна на графике.

❏ Одна точка для построения

Построение по одной точке не даёт надёжного результата. Без второй точки нельзя уверенно провести прямую и проверить правильность вычислений.

Как формула, таблица и график связаны между собой



Формула задаёт правило

Запись $y = kx + b$ показывает, как одна величина зависит от другой. По ней можно заранее узнать, как изменится значение функции при любом x .



Таблица показывает отдельные значения

В таблице удобно видеть несколько пар чисел сразу. Она помогает вычислять точки графика и замечать, как меняется y при одинаковом изменении x .

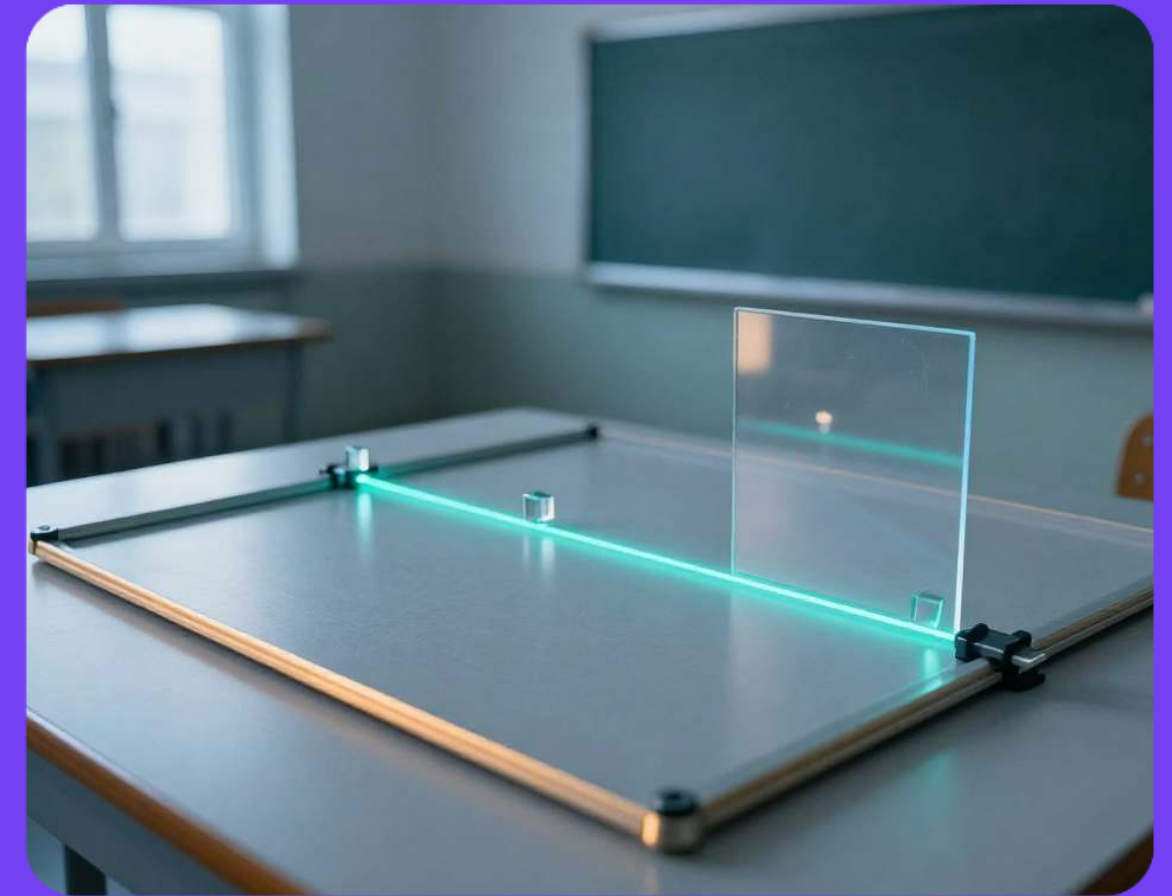


График собирает всё вместе

Прямая на координатной плоскости наглядно объединяет формулу и таблицу. По ней можно читать значения, сравнивать изменения и быстро замечать направление движения функции.

Мини-памятка по теме линейной функции



Основные свойства линейной функции $y = kx + b$.



Короткая сводка помогает быстро вспомнить главные признаки формулы, графика и поведения линейной функции.

Элемент	Смысл
k	наклон
b	пересечение Oy
Две точки	для прямой
$k > 0$	возрастает
$k < 0$	убывает
$k = 0$	горизонтальна

Достаточно помнить три вещи: коэффициент k задаёт направление, число b — положение прямой, а две точки позволяют её построить.



Какие задания встречаются по теме



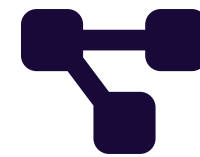
Построить график

По формуле нужно выбрать две точки, отметить их на координатной плоскости и провести прямую. Такое задание проверяет умение работать с уравнением и рисунком.



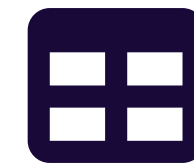
Найти значение

По заданному x находят соответствующее y , подставляя число в формулу. Это тренирует аккуратность вычислений и понимание смысла аргумента функции.



Восстановить формулу

По точкам или графику определяют коэффициенты k и b , а затем записывают уравнение. Здесь важно связать координаты, наклон и свободный член.



Работа с таблицей

По таблице значений проверяют, как меняется y при одинаковом изменении x . Такие задания помогают увидеть закономерность и перейти от чисел к графику.





Главная идея линейной функции

Линейная функция показывает, как одна величина меняется вместе с другой. Формула, таблица и график работают как единая система и помогают быстро понять зависимость.

