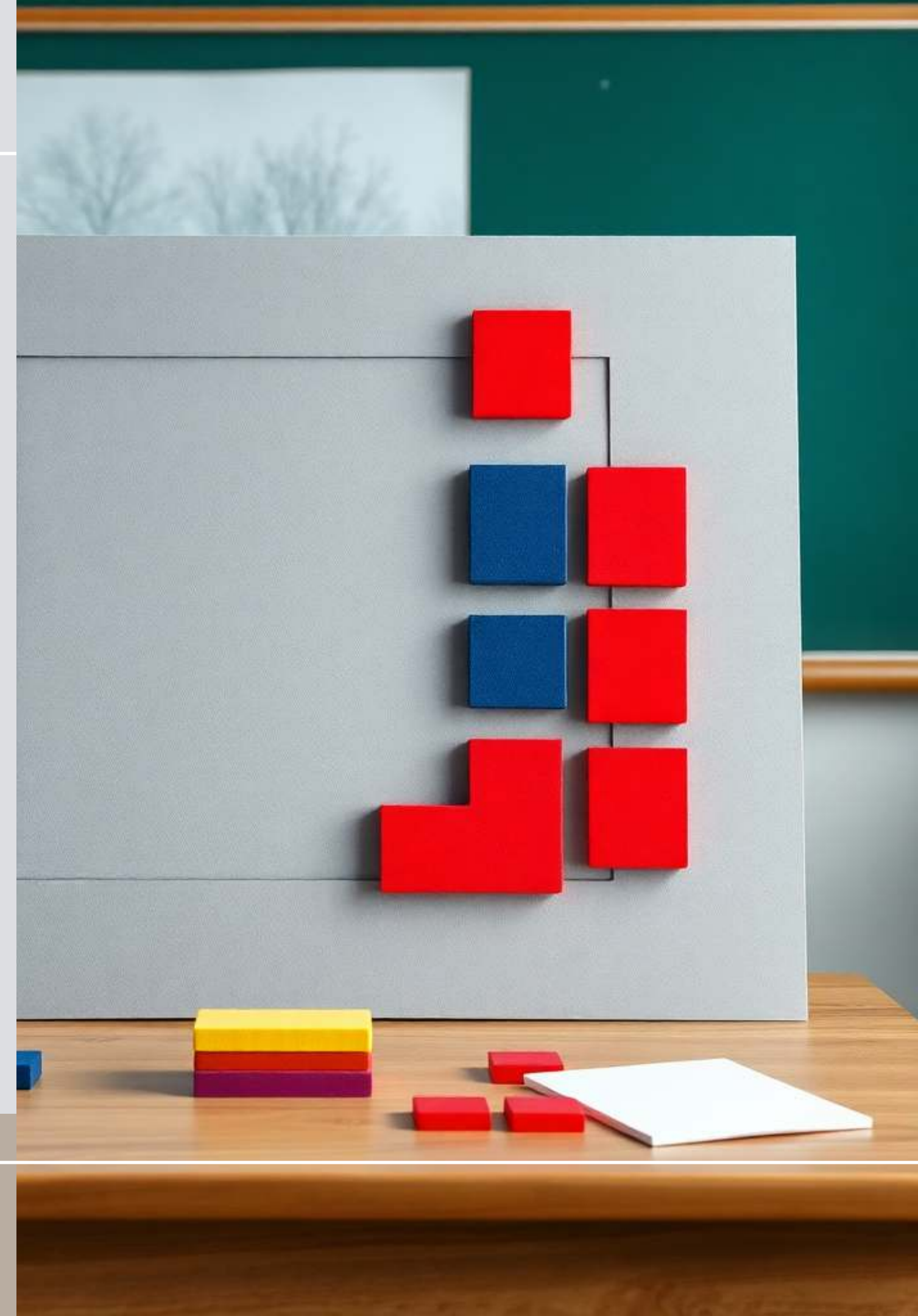


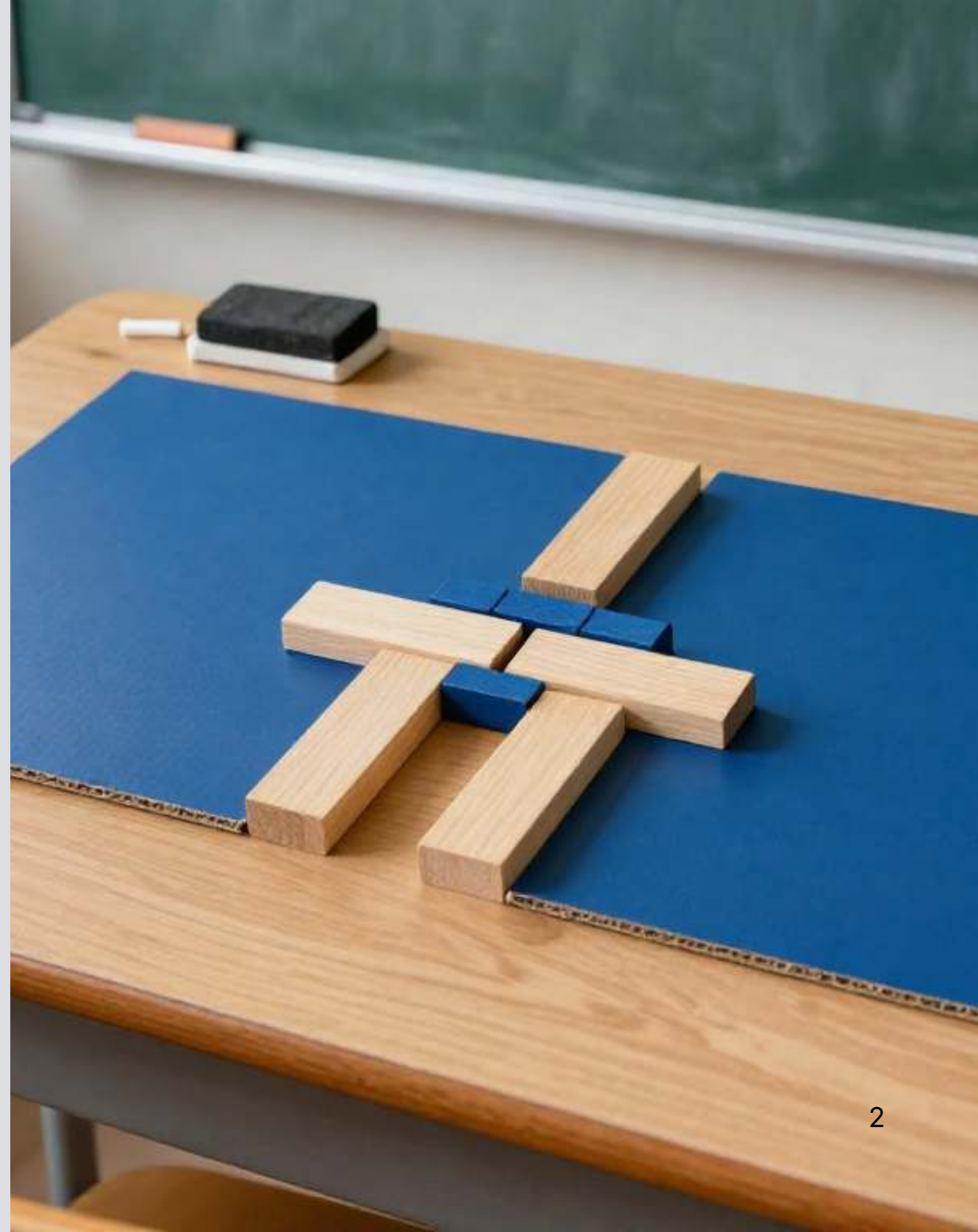
Разложение разности квадратов на множители

Формула, которая ускоряет алгебру и упрощает выражения.



Почему эта формула важна в 7 классе

Это первое знакомство с формулами сокращённого умножения: она связана с раскрытием скобок, помогает быстро преобразовывать выражения и делает вычисления короче и удобнее.



Что такое разность квадратов

Вид выражения

Разность квадратов имеет вид $a^2 - b^2$: оба слагаемых записаны как квадраты чисел, букв или выражений, а между ними стоит знак вычитания.

Примеры

К таким выражениям относятся $25 - 9$, $x^2 - 16$, $4y^2 - z^2$ и $49a^2 - 1$.
В каждом случае можно выделить два отдельных квадрата и записать их корни.

Главный признак

Если выражение содержит два квадрата и между ними стоит минус, это хороший кандидат для разложения по формуле $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$.

Геометрический смысл формулы



Площадь большого квадрата

Площадь квадрата со стороной a равна a^2 . Если из него мысленно убрать квадрат со стороной b , останется фигура, площадь которой нужно описать иначе.

Что вычитается

В выражении $a^2 - b^2$ мы сравниваем две площади: большую и меньшую. Разность показывает, какая часть большого квадрата остаётся после вырезания меньшего.

Почему появляются скобки

Оставшуюся фигуру можно перестроить в прямоугольник со сторонами $a-b$ и $a+b$. Поэтому её площадь записывается как $(a-b)(a+b)$.

Зачем нужен рисунок

Схема с квадратами и прямоугольником помогает увидеть, что произведение двух скобок даёт ту же площадь, что и разность квадратов.

Примеры разложения по формуле $a^2 - b^2$

Выражение	Разложение	Проверка
$49 - 1$	$(7 - 1)(7 + 1)$	$49 - 1$
$x^2 - 9$	$(x - 3)(x + 3)$	$x^2 - 9$
$16a^2 - 25$	$(4a - 5)(4a + 5)$	$16a^2 - 25$

В таблице показано, как исходная разность квадратов превращается в произведение двух скобок и как это подтверждается проверкой умножением.

Во всех примерах корни квадратов образуют одинаковые числа или выражения в скобках, а знаки внутри множителей отличаются только знаком.

Формула $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ и учебные примеры

Как распознать, что подходит именно эта формула

1

Проверьте два квадрата

Сначала убедитесь, что оба слагаемых можно записать как квадраты. Например, $9x^2 - 81$ подходит, потому что это $(3x)^2 - 9^2$.

2

Посмотрите на знак

Формула работает только при вычитании. Выражение $a^2 + b^2$ не подходит, потому что между квадратами стоит плюс, а не минус.

3

Найдите общий множитель

Если у выражения есть общий множитель, его удобно вынести за скобки. После этого оставшуюся часть легче проверить на вид разности квадратов.

4

Сравните с корнями

Корни квадратов должны быть записаны правильно. Из $9x^2$ получаем $3x$, а не $9x$, поэтому важен не только знак, но и точный корень.

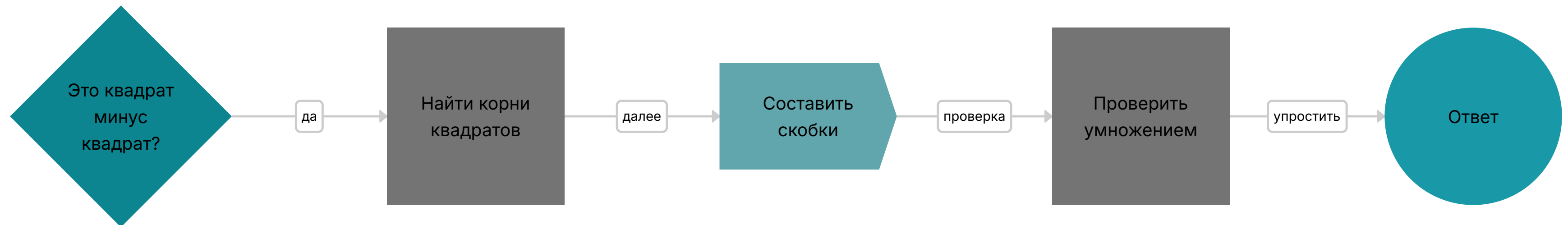
5

Проверьте себя

Если есть сомнение, раскройте скобки обратно. Правильное разложение всегда возвращает исходную разность квадратов без лишних членов.

Как разложить разность квадратов

Алгоритм подходит и для чисел, и для буквенных выражений: меняются только сами корни.



В произведении $(a-b)(a+b)$ появятся два одинаковых средних члена: ab и $-ab$. Именно их сокращение оставляет только разность квадратов.

2

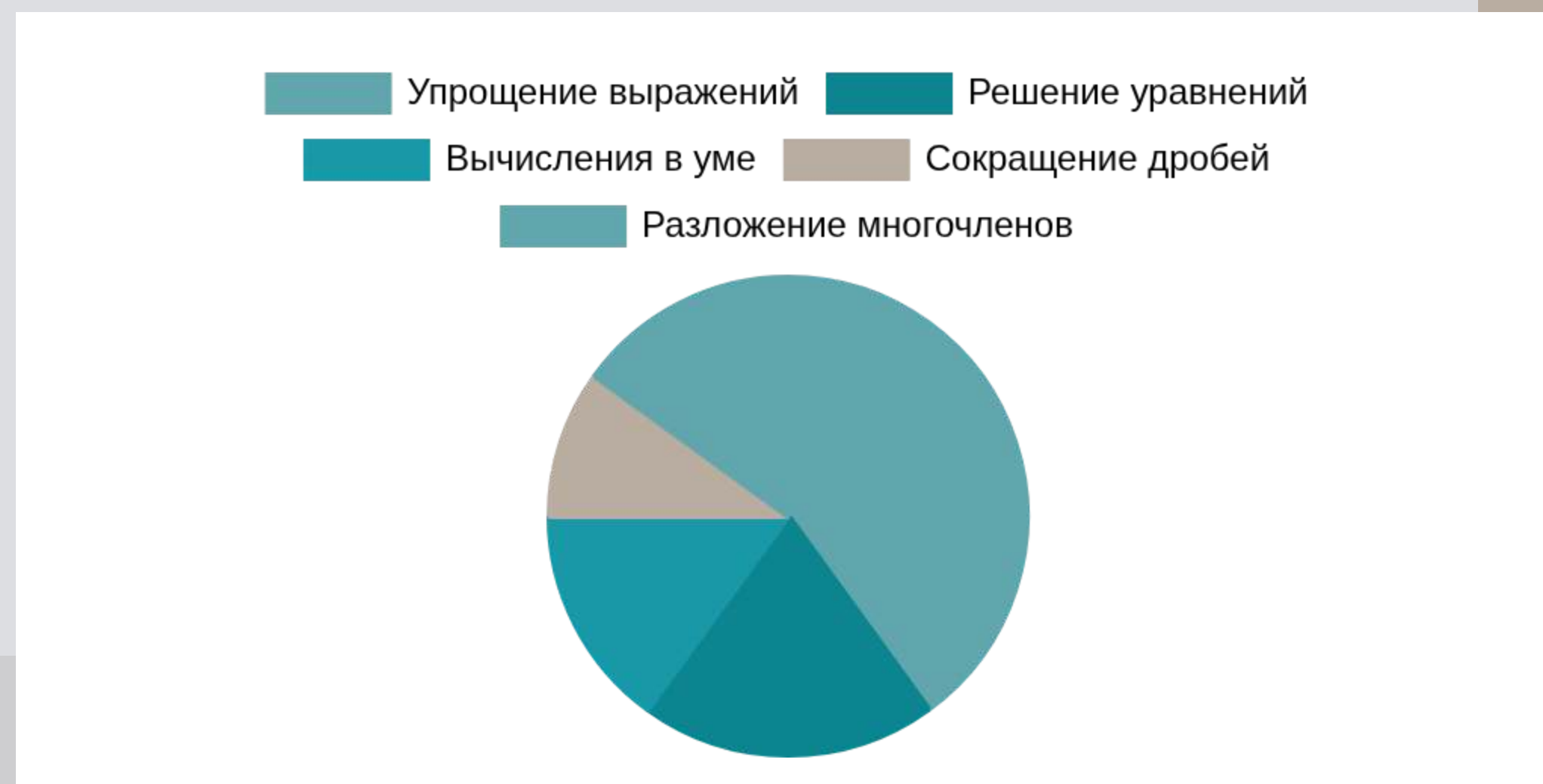
средних слагаемых взаимно уничтожаются при раскрытии скобок.

Алгебраическое тождество $(a-b)(a+b)=a^2-b^2$

Где используется разность квадратов

Диаграмма показывает, что формула встречается не только в преобразовании выражений, но и в вычислениях, где важно быстро упростить запись.

Чаще всего формула нужна для упрощения выражений, а остальные случаи показывают её полезность в нескольких темах сразу.



Учебные применения формулы $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$; данные на диаграмме иллюстративные

Типичные ошибки при разложении



Путают знак

Самая частая ошибка — вместо разности пишут сумму. Формула работает только для вида $a^2 - b^2$, поэтому знак между квадратами менять нельзя.

Забывают корни

Иногда скобки составляют по внешним числам, а не по корням квадратов. Например, $9x^2 - 4$ нужно записывать как $(3x - 2)(3x + 2)$, а не иначе.

Смешивают порядок скобок

Знаки в скобках можно поменять местами, но важно сохранить один минус и один плюс. Если знаки одинаковые, это уже не разность квадратов.

Не проверяют ответ

После разложения полезно раскрыть скобки обратно. Это помогает заметить ошибку сразу и убедиться, что получилось исходное выражение.

Разложение выражений с коэффициентами

1

Сначала проверьте квадрат

Если перед переменной стоит число, его нужно рассмотреть как возможный квадрат. В выражении $36m^2 - 49$ число 36 равно 6^2 , значит разложение начинается с корней 6 m и 7.

2

Составляйте парные скобки

Для разности квадратов всегда получаются две скобки с одинаковыми членами и разными знаками. Поэтому $81p^2 - 1$ записывается как $(9p - 1)(9p + 1)$, а $25x^2 - 64$ — как $(5x - 8)(5x + 8)$.

3

Выносите общий множитель

Если у выражения есть общий множитель, его удобно вынести до разложения. Так, $2x^2 - 8$ сначала преобразуют в $2(x^2 - 4)$, а затем оставшуюся часть раскладывают по формуле.

4

Смотрите на остаток

После вынесения общего множителя проверьте, можно ли получившееся выражение представить как разность квадратов. Это помогает не пропустить полезное преобразование и сделать запись короче и понятнее.

5

Проверяйте результат

После разложения полезно мысленно перемножить скобки и убедиться, что получается исходное выражение. Такая проверка особенно важна, когда в записи есть коэффициенты и буквенные множители.

Проверка разложения умножением

Выражение	Разложение	Проверка
$64 - x^2$	$(8 - x)(8 + x)$	$64 - x^2$
$121a^2 - 25$	$(11a - 5)(11a + 5)$	$121a^2 - 25$
$49y^2 - 4$	$(7y - 2)(7y + 2)$	$49y^2 - 4$

Сопоставьте исходное выражение, разложение и результат раскрытия скобок. Это показывает, что произведение действительно возвращает исходную разность квадратов.

Во всех примерах раскрытие скобок даёт исходное выражение без изменений, значит разложение выполнено верно.

Связь с сокращением дробей

1

Разложение помогает

Когда числитель или знаменатель можно представить как произведение множителей, дробь становится удобнее для сокращения. Формула разности квадратов часто даёт именно такую запись.

2

Простой пример

Выражение $x^2 - 9$ раскладывается как $(x - 3)(x + 3)$. Если в дроби такие же скобки встречаются сверху и снизу, их можно сократить и упростить вычисление.

3

Что сокращать нельзя

Сокращение возможно только при одинаковых множителях, а не при похожих слагаемых. Поэтому важно сначала разложить выражение на множители, а уже потом искать общие скобки.

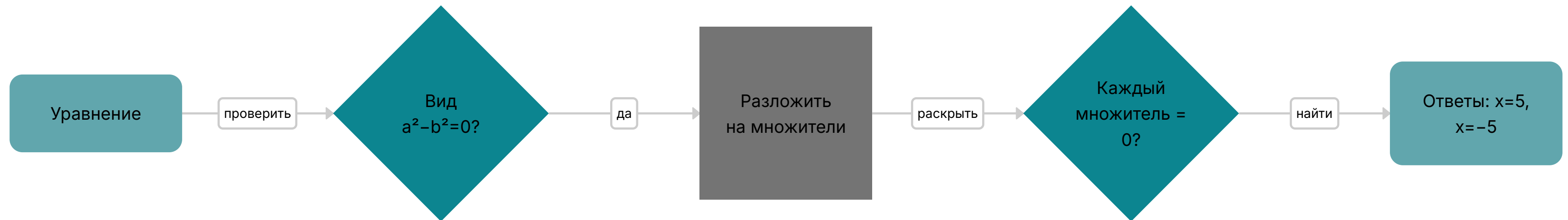
4

Не путайте формулы

Выражение $x^2 - 6x + 9$ не подходит к этой теме, потому что это квадрат двучлена. Здесь нет разности двух квадратов, поэтому раскладывать его нужно по другой формуле.

Как разность квадратов помогает решать уравнения

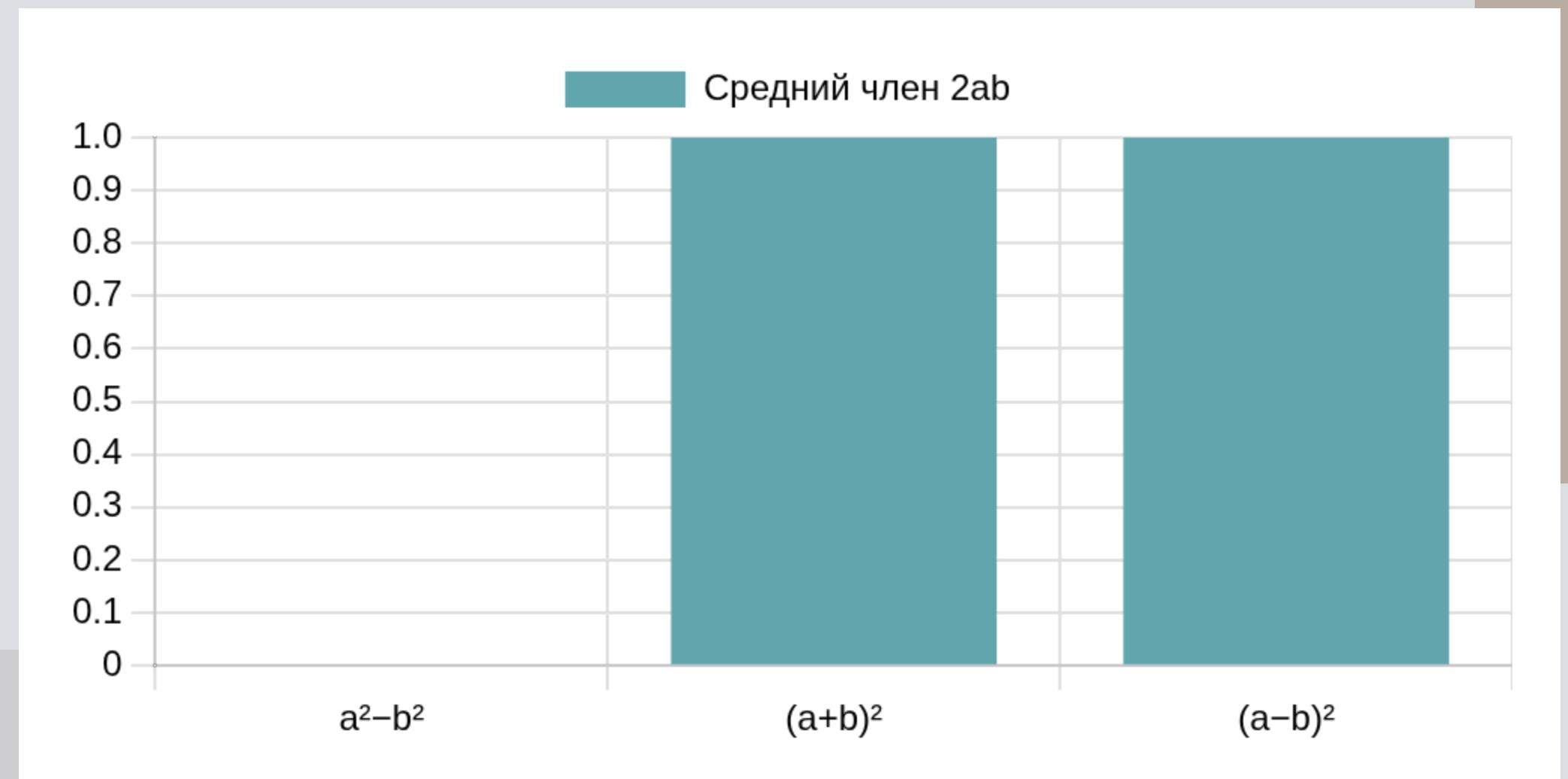
Показан типичный ход решения уравнений вида $a^2 - b^2 = 0$ на примере $x^2 - 25 = 0$.



Сравнение трёх формул сокращённого умножения

Разность квадратов отличается от двух других формул тем, что в ней нет среднего члена. Это помогает быстрее выбирать нужное преобразование.

У формулы $a^2 - b^2$ отсутствует слагаемое $2ab$, поэтому она легко отличима от квадратов суммы и разности.



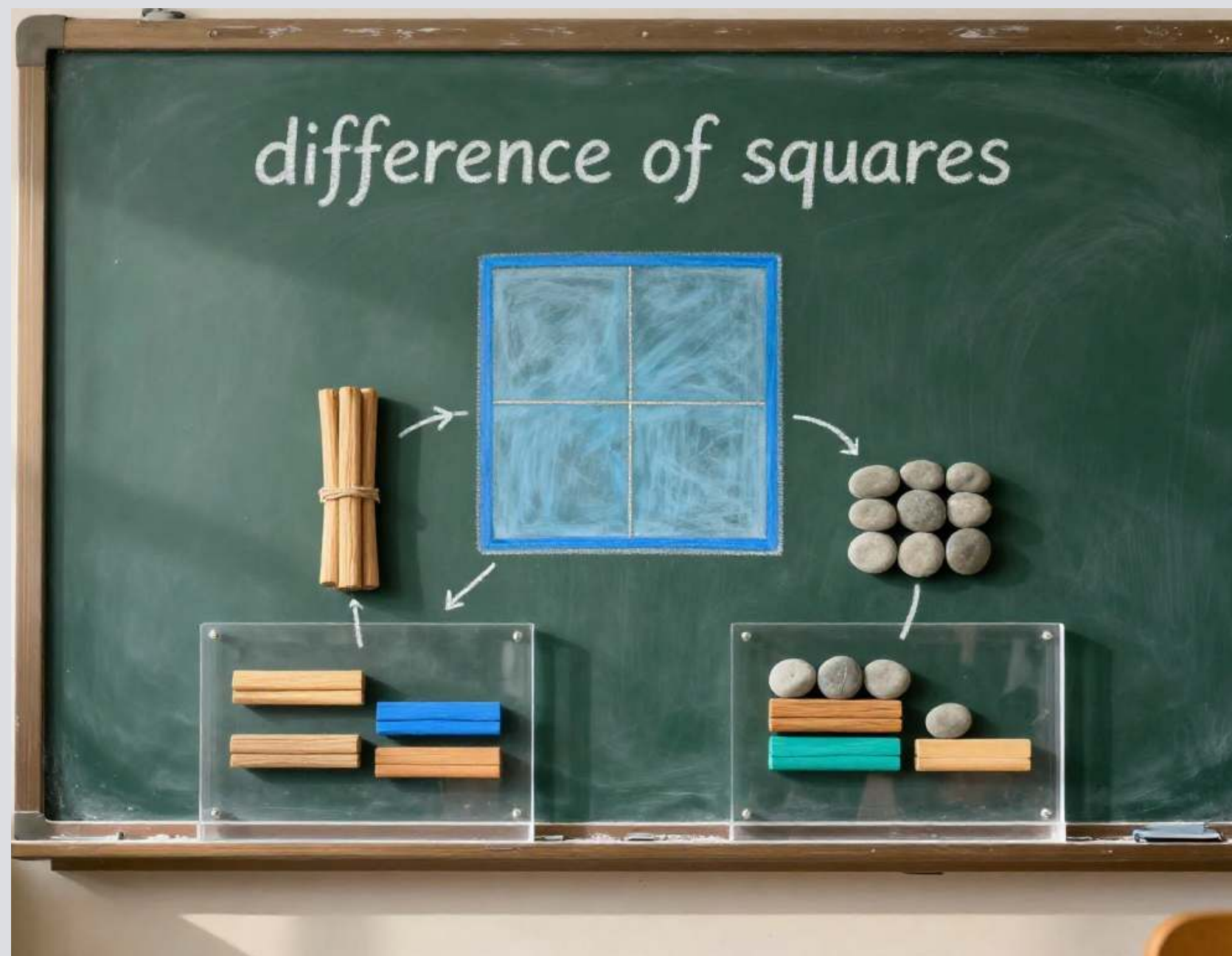
Формулы сокращённого умножения,
алгебра 7 класса

Если числа стоят по обе стороны от круглого числа, их произведение можно считать почти мгновенно, заменяя его разностью квадратов.

2499

получается при вычислении $51 \cdot 49$ по формуле разности квадратов.

Пример с буквами и числами



Преобразование выражения

$4x^2 - 25$ можно записать как $(2x)^2 - 5^2$, а затем разложить по формуле разности квадратов: $(2x - 5)(2x + 5)$. Здесь важны именно корни, а не исходные коэффициенты.

Что показывает пример

Такое разложение удобно тем, что работает и с буквами, и с числами. Если научиться видеть квадраты $2x$ и 5 , можно быстро составлять правильные скобки без ошибок.

Памятка для распознавания разности квадратов

Этап	Что сделать	Что получится
Признак	Два квадрата	$a^2 - b^2$
Действие	Записать корни	$(a - b)(a + b)$
Проверка	Раскрыть скобки	Исходное выражение

Используйте эту короткую схему, чтобы быстро определить подходящий приём и не перепутать разность квадратов с другими формулами.

Если есть два квадрата и знак минус, выражение почти всегда можно разложить на произведение двух скобок.

Что показывает формула о преобразовании выражений

1

Короткая запись

Формула показывает, что длинное выражение можно заменить более компактным произведением. Это делает запись аккуратнее и облегчает дальнейшие вычисления.

2

Удобство сравнения

Когда выражение записано в виде множителей, проще увидеть общие части, сократить дробь или выделить нужный множитель для следующего шага решения.

3

Связь действий

Разность квадратов соединяет квадрат числа, вычитание и умножение. Именно поэтому она часто становится первым инструментом при преобразовании выражений в 7 классе.

4

Полезный навык

Умение быстро распознавать этот вид выражений помогает решать задания без лишних раскрытий скобок и делает ответы более точными.

Разность квадратов — формула, которую стоит знать уверенно

Формула $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ помогает быстро преобразовывать выражения, проверять вычисления и решать простые задачи. Главное — увидеть два квадрата и знак минус.