

ВЫЧИСЛЕНИЕ ПЛОЩАДИ ПОВЕРХНОСТИ И ОБЪЁМА ПРАВИЛЬНОЙ ПРИЗМЫ

Геометрия призмы в измерениях,
упаковке и реальных расчётах



ПОЧЕМУ ПРИЗМЫ ВСТРЕЧАЮТСЯ ВОКРУГ НАС



Правильные призмы есть в коробках, контейнерах, моделях зданий и деталях техники. Их площадь показывает расход материала, а объём — вместимость, поэтому эти величины особенно важны в практических задачах.

ЭЛЕМЕНТЫ ПРАВИЛЬНОЙ ПРИЗМЫ И ОБОЗНАЧЕНИЯ

» ДВА ОСНОВАНИЯ

Основания правильной призмы — равные многоугольники. Они лежат в параллельных плоскостях и определяют форму всей фигуры, а их свойства помогают находить остальные характеристики призмы.

» БОКОВЫЕ РЕБРА

Боковые рёбра параллельны друг другу и перпендикулярны основаниям. Благодаря этому боковые грани у правильной призмы получаются прямоугольниками, что упрощает вычисление их площадей.

» ВЫСОТА ПРИЗМЫ

Высота h — это расстояние между основаниями. Именно она связывает основание с боковой поверхностью и объёмом, поэтому без неё невозможно получить точный ответ в большинстве задач.

» ПЕРИМЕТР И ПЛОЩАДЬ ОСНОВАНИЯ

Периметр основания обозначают P , а площадь основания — $S_{осн}$. Периметр нужен для площади боковой поверхности, а площадь основания — для вычисления полной площади и объёма.

» СМЫСЛ ОБОЗНАЧЕНИЙ

Все формулы призмы удобно записывать через P , $S_{осн}$ и h . Такие обозначения позволяют быстро переходить от геометрического чертежа к расчётам и не путать разные величины между собой.

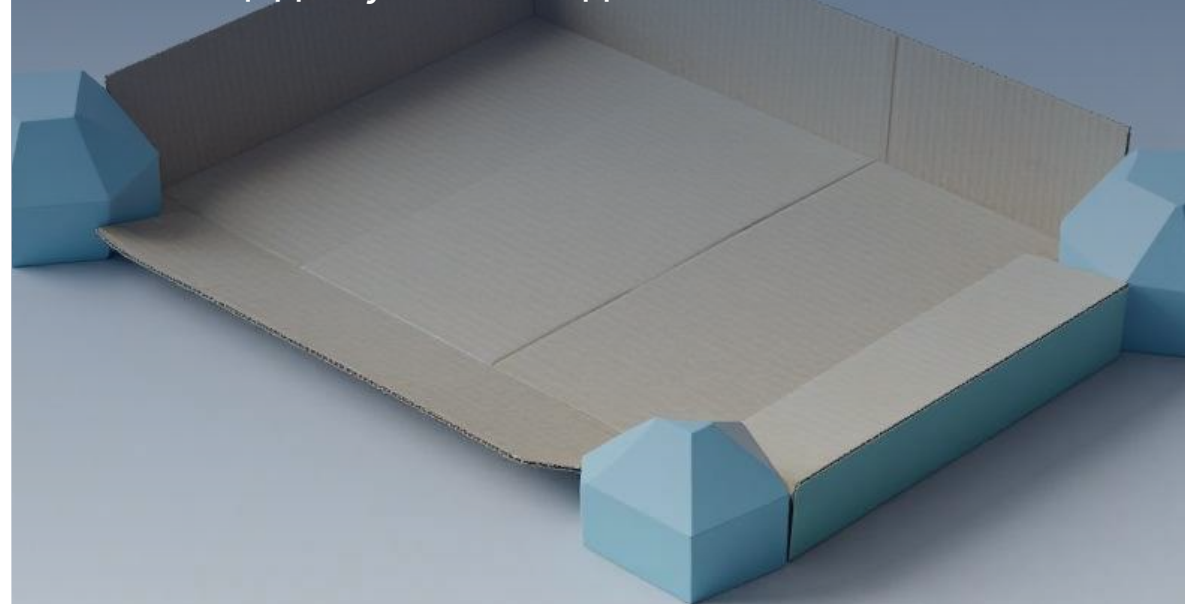


РАЗВЁРТКА ПРИЗМЫ КАК СПОСОБ УВИДЕТЬ ВСЕ ГРАНИ

4

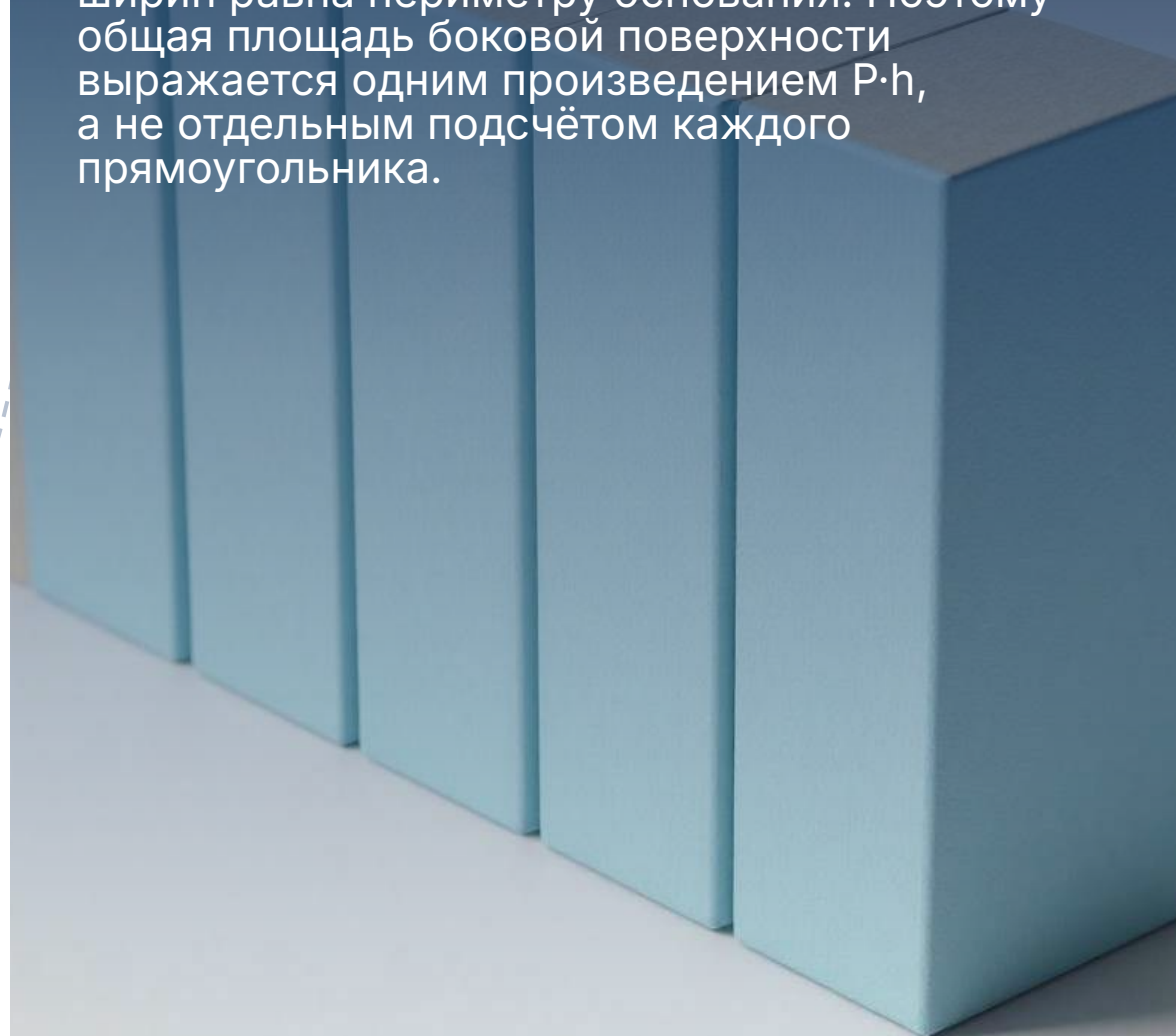
ЧТО ПОКАЗЫВАЕТ РАЗВЕРТКА

Развёртка правильной призмы помогает увидеть фигуру целиком: два одинаковых основания и боковую полосу из прямоугольников. Когда модель раскрыта на плоскости, сразу понятно, какие части входят в полную поверхность и почему их площади нужно складывать.



ОТ ПРЯМОУГОЛЬНИКОВ К ФОРМУЛЕ

Каждый прямоугольник в боковой полосе имеет одну и ту же высоту h , а сумма его ширин равна периметру основания. Поэтому общая площадь боковой поверхности выражается одним произведением $P \cdot h$, а не отдельным подсчётом каждого прямоугольника.

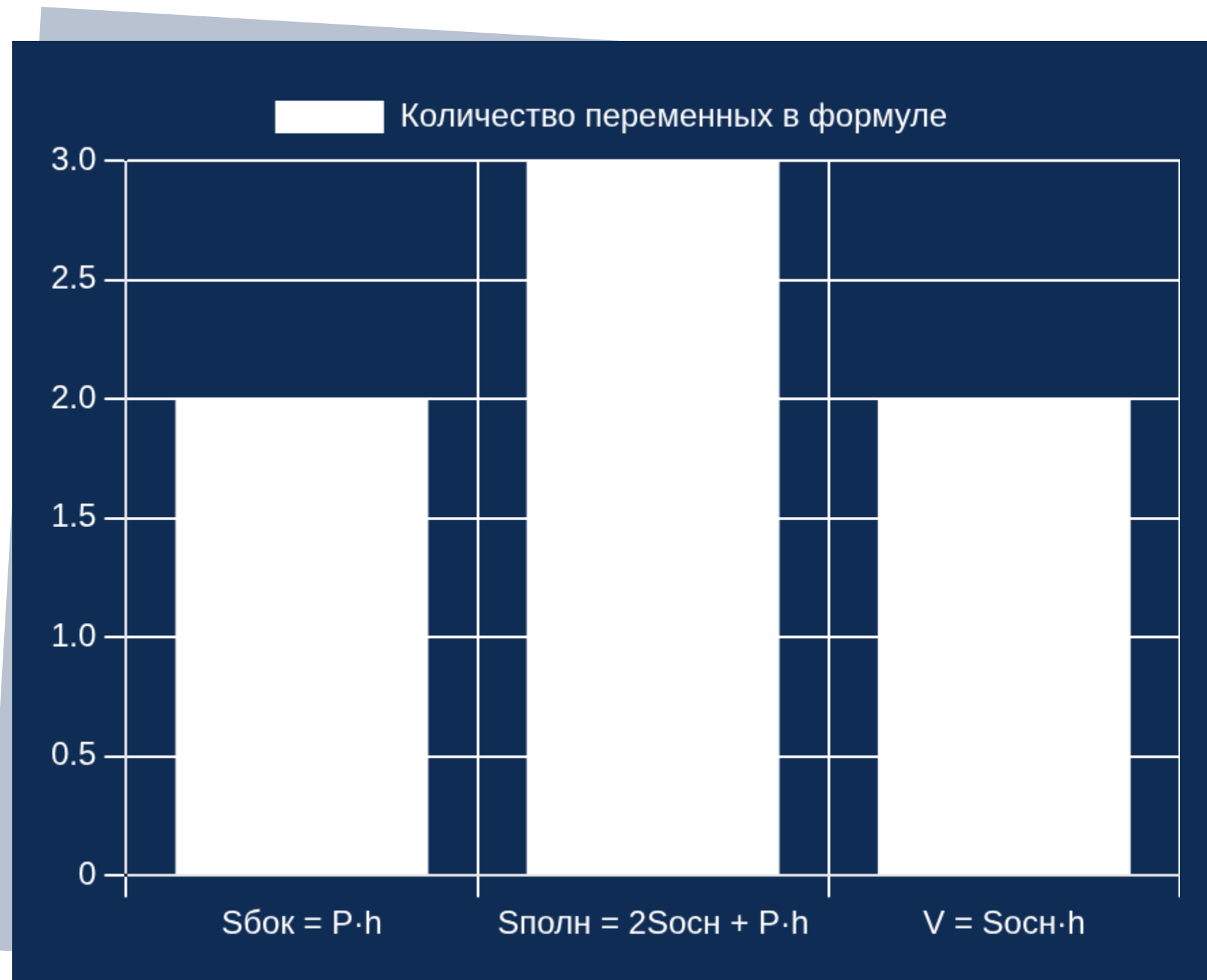


ЗАЧЕМ ЭТО НУЖНО НА ПРАКТИКЕ

По развёртке легко оценить, сколько картона, бумаги или плёнки потребуется для изготовления упаковки. Такой способ особенно полезен в учебных задачах, потому что соединяет рисунок, измерения и готовую формулу без лишних действий.



СВЯЗЬ ТРЁХ ГЛАВНЫХ ФОРМУЛ ПРИЗМЫ



Все три формулы опираются на одни и те же величины, но описывают разные стороны фигуры.

Площадь поверхности зависит от периметра и высоты, а объём — от площади основания и высоты.

* Анализ формул темы «Правильная призма»

ФОРМУЛА ПЛОЩАДИ БОКОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ



СОСТАВ БОКОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Боковая поверхность состоит из нескольких прямоугольников. У всех них одна и та же высота, равная h , поэтому их площади удобно рассматривать как части одного общего выражения.

01

СУММИРОВАНИЕ ПЛОЩАДЕЙ

Если сложить площади всех боковых прямоугольников, получится произведение периметра основания на высоту. Именно так возникает формула $S_{\text{бок}} = P \cdot h$, подходящая для любой правильной призмы.

02

КОГДА ФОРМУЛА ОСОБЕННО ПОЛЕЗНА

Формула помогает быстро находить расход материала на боковые стенки коробки, контейнера или модели. Достаточно знать периметр основания и высоту, чтобы получить точный результат без лишних промежуточных построений.

03

ФОРМУЛА ПОЛНОЙ ПЛОЩАДИ ПОВЕРХНОСТИ

ВСЕ ГРАНИ ВМЕСТЕ

Полная площадь поверхности включает не только боковые грани, но и два основания. Поэтому сначала находят площадь боковой поверхности, а затем добавляют площади обоих оснований.



УДОБНАЯ ЗАПИСЬ

Формулу можно записать как $S_{\text{полн}} = 2S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}}$, а после подстановки $S_{\text{бок}} = P \cdot h$ получить $S_{\text{полн}} = 2S_{\text{осн}} + P \cdot h$. Такая запись объединяет все нужные данные в одном выражении.

ПРАКТИЧЕСКИЙ СМЫСЛ

Именно полная площадь показывает, сколько материала понадобится для покрытия всей призмы снаружи. Это важно при покраске, упаковке, обклейке и изготовлении объёмных моделей.

ФОРМУЛА ОБЪЁМА ПРАВИЛЬНОЙ ПРИЗМЫ

01

ОСНОВНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ

Объём правильной призмы находят по формуле $V = S_{\text{осн}} \cdot h$. Она показывает, что внутренняя вместимость зависит от площади основания и расстояния между основаниями.

02

КАК МЕНЯЕТСЯ ОБЪЁМ

Если основание не меняется, то увеличение высоты в два раза приводит к такому же увеличению объёма. Это помогает быстро оценивать, как влияет размер фигуры на её вместимость.

03

ЕДИНИЦЫ ИЗМЕРЕНИЯ

Объём измеряется в кубических единицах: см^3 , дм^3 , м^3 . Такая запись напоминает, что речь идёт не о поверхности, а о пространстве внутри фигуры.



ОСНОВНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ И ЕДИНИЦЫ ИЗМЕРЕНИЯ

Таблица помогает не путать обозначения, единицы и смысл каждой величины при решении задач.

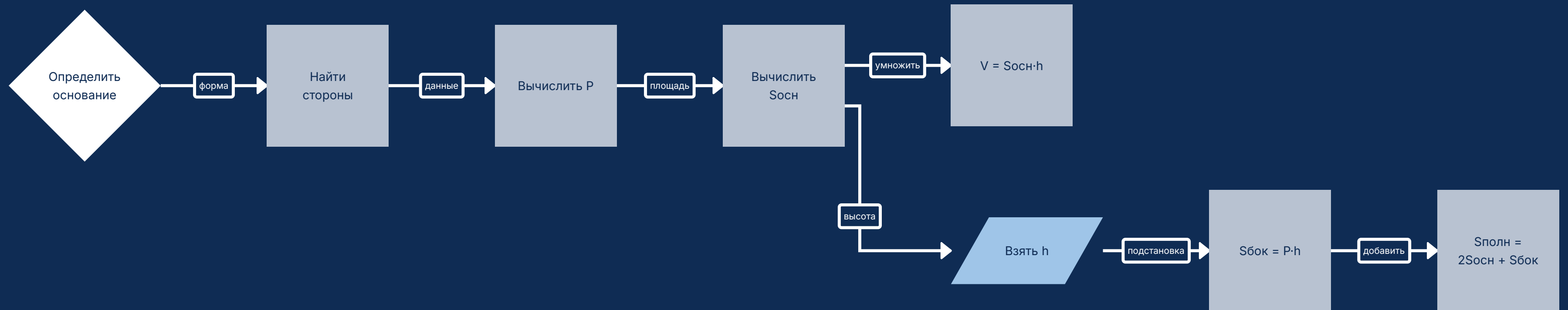
Площади и объём нельзя вычислять без согласованных единиц длины. Перед подстановкой в формулы все размеры нужно привести к одной системе.

Величина	Обозначение	Ед. и смысл
Площадь основания	$S_{\text{осн}}$	$\text{см}^2, \text{м}^2$
Периметр основания	P	$\text{см}, \text{м}$
Высота	h	$\text{см}, \text{м}$
Объём	V	$\text{см}^3, \text{дм}^3, \text{м}^3$

* Обозначения и единицы в теме о правильной призме

КАК НАХОДИТЬ ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ И ОБЪЁМ ПРИЗМЫ

Последовательность вычислений по данным о основании и высоте



ПРИМЕР: ПРАВИЛЬНАЯ ТРЕУГОЛЬНАЯ ПРИЗМА

» ДАННЫЕ ОСНОВАНИЯ

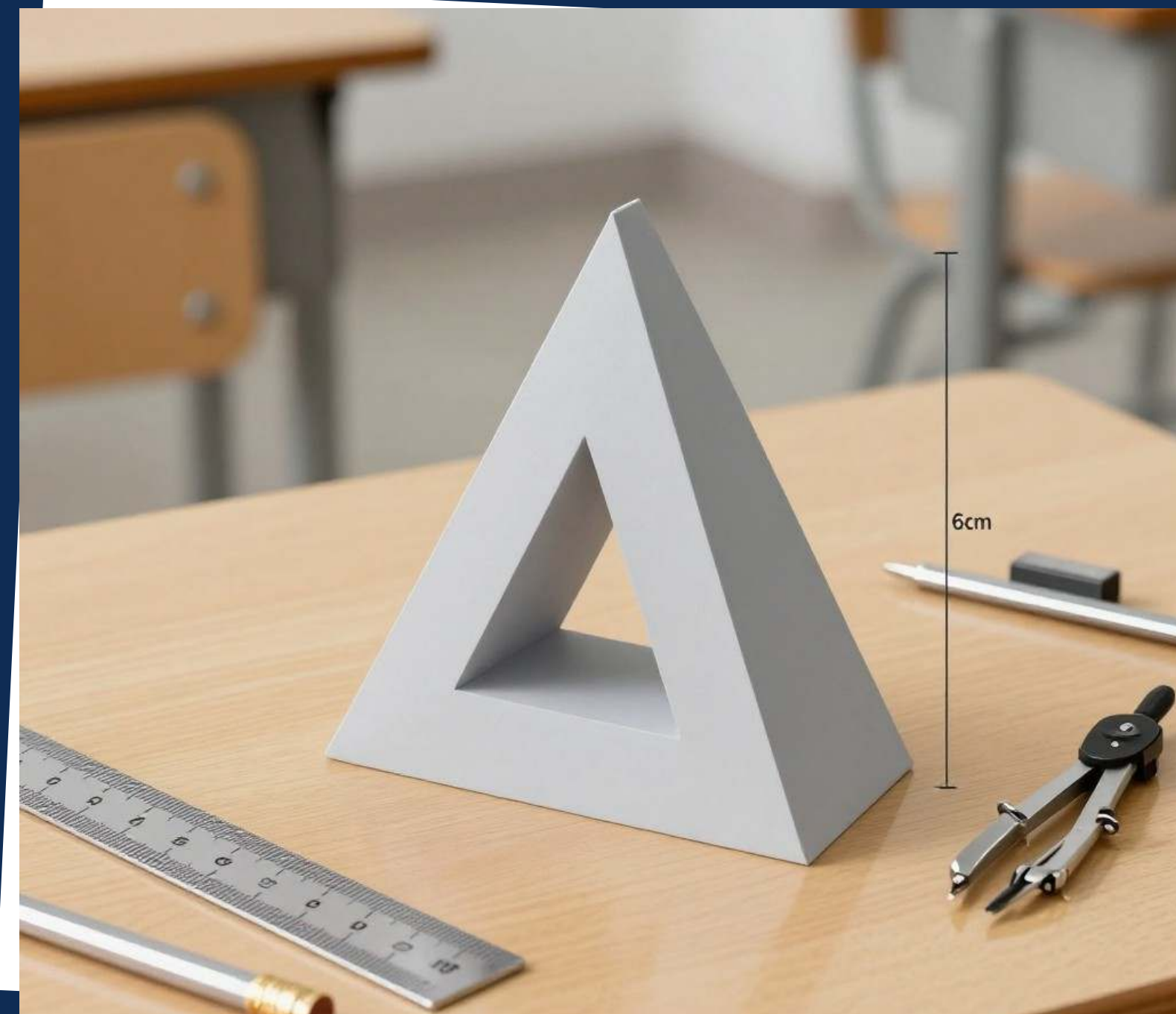
В основании лежит правильный треугольник со стороной 6 см. Тогда периметр основания равен 18 см, и именно это значение используется в формуле площади боковой поверхности.

» БОКОВАЯ ПОВЕРХНОСТЬ

При высоте 10 см площадь боковой поверхности легко найти по формуле $S_{\text{бок}} = P \cdot h$. Получаем $18 \cdot 10 = 180 \text{ см}^2$, потому что каждая боковая грань — прямоугольник.

» ЧТО НУЖНО ДЛЯ ПОЛНОГО ОТВЕТА

Чтобы решить задачу полностью, надо ещё знать площадь правильного треугольника как основания. После этого можно найти полную площадь поверхности и объём призмы по соответствующим формулам.



ПРИМЕР ВЫЧИСЛЕНИЯ ПОЛНОЙ ПЛОЩАДИ И ОБЪЁМА

1. НАХОДИМ ОБЪЁМ

Сначала используем формулу $V = S_{\text{осн}} \cdot h$. При площади основания 24 см^2 и высоте 8 см получаем $24 \cdot 8 = 192 \text{ см}^3$. Это показывает вместимость призмы.

01

2. ЗАПИСЫВАЕМ ПОЛНУЮ ПЛОЩАДЬ

Полная площадь поверхности складывается из двух оснований и боковой части: $S_{\text{полн}} = 2S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}}$. Здесь важно не подменять площадь поверхности объёмом.

02

3. ВЫЧИСЛЯЕМ БОКОВУЮ ЧАСТЬ

Если известен периметр основания, боковую поверхность находят по формуле $S_{\text{бок}} = P \cdot h$. После подстановки данных можно получить всю площадь внешней поверхности фигуры.

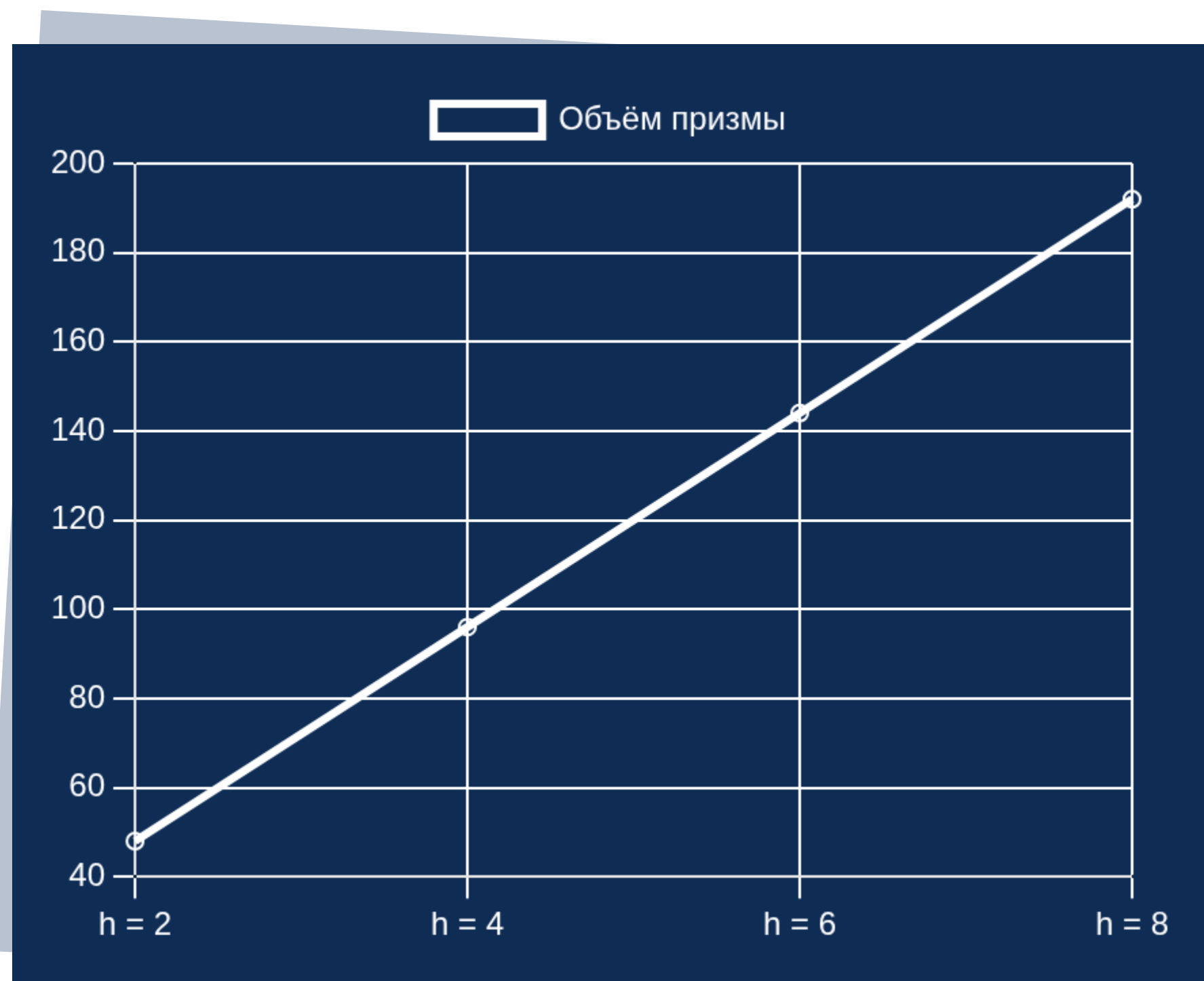
03

4. СЛЕДИМ ЗА ЕДИНИЦАМИ

Площади измеряют в см^2 , м^2 , а объём — в см^3 , м^3 . Ошибка в единицах часто меняет смысл ответа, поэтому их нужно проверять в каждом шаге.

04

КАК ИЗМЕНЕНИЕ ВЫСОТЫ ВЛИЯЕТ НА ПЛОЩАДЬ И ОБЪЁМ



При неизменном основании высота напрямую определяет объём. Если высота растёт, значения увеличиваются равномерно, а зависимость остаётся линейной.

По данным видно: удвоение высоты удваивает объём. Значит, при фиксированном основании высота влияет на результат пропорционально.

* Иллюстративный расчёт по формуле $V = S_{\text{осн}} \cdot h$; основание неизменно.

ЧАСТЫЕ ОШИБКИ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ

Ошибка	Почему неверно	Как проверить
Не умножили на 2	Пропущено основание	Сверить все грани
Путают P и $S_{\text{осн}}$	Разные величины	Проверить единицы
Смешивают единицы	Ломает расчёт	Привести к одной

Сравнение типичных ошибок помогает быстрее проверять решение и не путать площадь поверхности с объёмом.

Главная проверка: сначала определить искомую величину, затем выбрать формулу и только после этого подставлять данные.

* Типичные ошибки из темы «Правильная призма»

СВЯЗЬ С ПРЯМОУГОЛЬНЫМ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДОМ



Те же измерения

Для него так же важны длины рёбер, площадь основания и высота. Поэтому формулы работают по тому же принципу: площадь зависит от внешних граней, а объём — от внутреннего пространства.



Знакомая форма

Прямоугольный параллелепипед — частный случай правильной призмы. Его легко представить как коробку, у которой все грани прямоугольные, а основания равны и параллельны.



Переход к общему случаю

Разобравшись с параллелепипедом, проще понять любую правильную призму. Знакомые свойства прямоугольника помогают увидеть, как из частного случая вырастает более общая геометрическая модель.

ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ, ГДЕ НУЖНЫ ЭТИ ВЫЧИСЛЕНИЯ

01

1. УПАКОВКА И КОРОБКИ

Если нужно сделать коробку или обёртку, важна площадь поверхности. Она подсказывает, сколько картона, бумаги или плёнки потребуется для изготовления и закрытия изделия.

02

2. ЁМКОСТИ И РЕЗЕРВУАРЫ

Для банок, контейнеров и баков главным становится объём. Он показывает, сколько жидкости, сыпучего материала или предметов поместится внутри без переполнения.

03

3. СТРОИТЕЛЬСТВО И ОТДЕЛКА

В строительстве призматические формы встречаются в элементах зданий и отделочных деталях. Здесь вычисляют площадь поверхности для окраски, облицовки и выбора нужного материала.

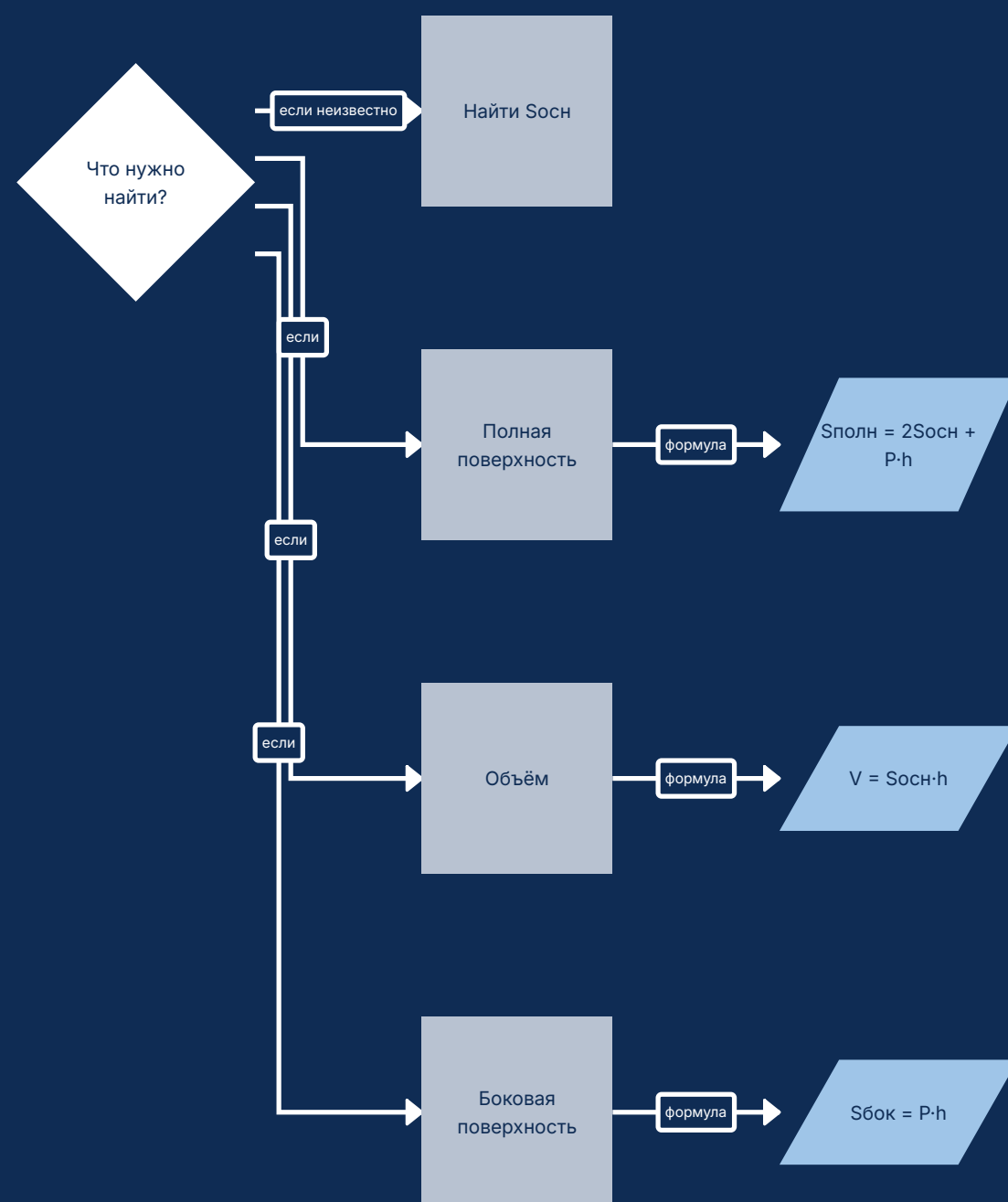
04

4. УЧЕБНЫЕ ЗАДАЧИ

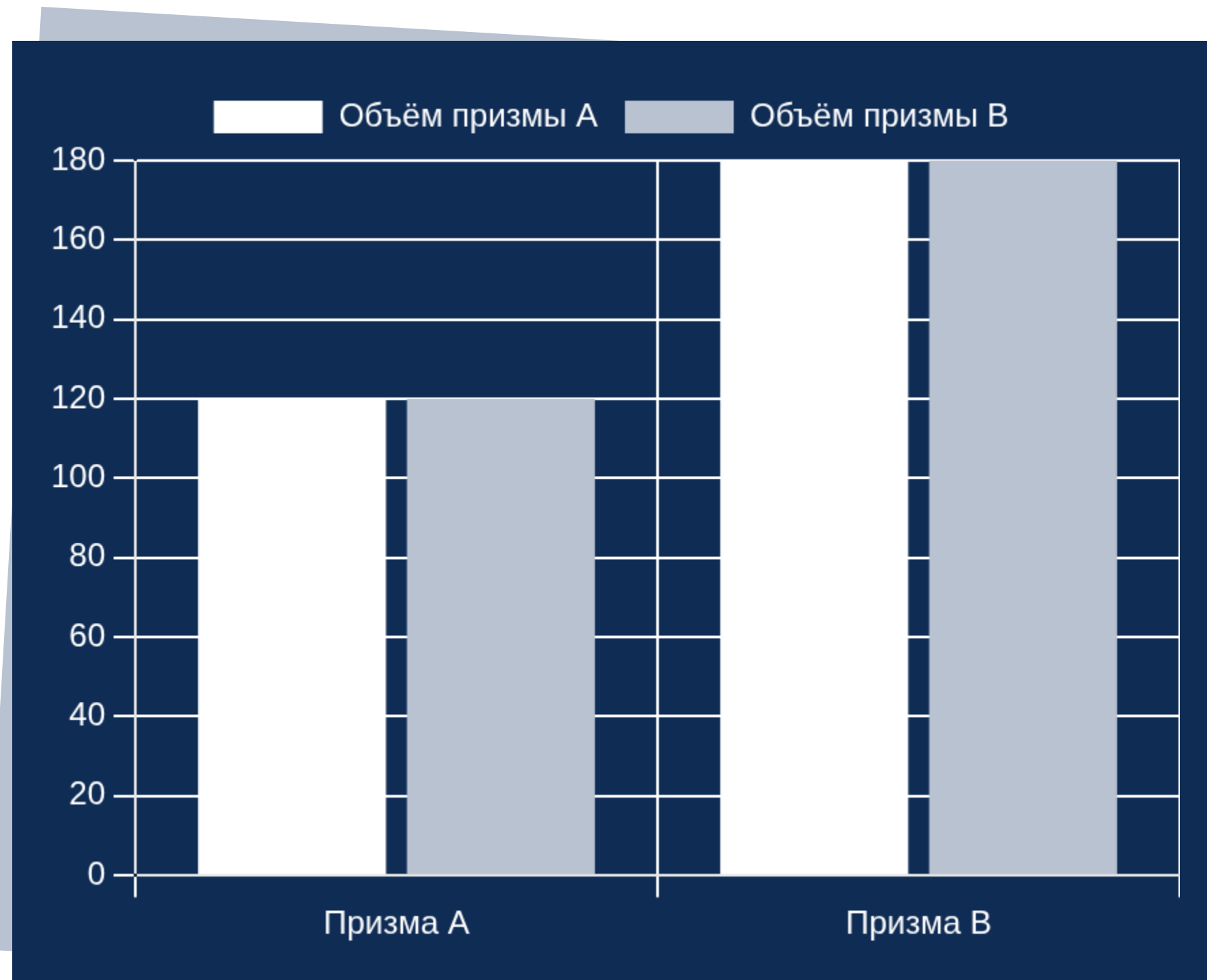
Такие примеры тренируют умение работать с формулами, переводить единицы и представлять фигуру в пространстве. Это помогает уверенно решать более сложные геометрические задачи.

КАКУЮ ФОРМУЛУ ВЫБРАТЬ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ УСЛОВИЯ ЗАДАЧИ

Последовательность выбора зависит от того, что требуется найти: объём, боковую или полную площадь поверхности.



ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ И ОБЪЁМ: НЕ ОДНО И ТО ЖЕ



Две призмы можно сравнить при одинаковой высоте. Даже при похожем внешнем виде их вместимость различается, если основания имеют разную площадь.

Объём зависит прежде всего от площади основания, а не только от внешнего вида. Поэтому большая поверхность не гарантирует больший объём.

* Иллюстративное сравнение по формуле $V = S_{\text{осн}} \cdot h$.

ПОШАГОВЫЙ РАСЧЁТ НА ОДНОМ ПРИМЕРЕ

Промежуточные шаги помогают не пропустить нужные действия и отделить вычисления площади от вычислений объёма.

Если фиксировать каждый шаг, проще избежать путаницы между формулами и проверить ответ по логике вычислений.

Шаг	Действие	Результат
1	Периметр основания	P
2	Площадь основания	$S_{осн}$
3	Боковая поверхность	$S_{бок} = P \cdot h$
4	Полная площадь	$S_{полн} = 2S_{осн} + S_{бок}$

* Алгоритм решения задач о правильной призме

ФОРМУЛЫ, КОТОРЫЕ СТОИТ ЗАПОМНИТЬ

У правильной призмы всё сводится к трём величинам: периметру основания, его площади и высоте. Зная их, можно уверенно находить боковую и полную поверхность, а также объём в любых задачах.