

Синус, косинус и тангенс острого угла



Три отношения, которые помогают
находить стороны треугольника.



Почему это важно в геометрии



Эти отношения помогают решать задачи, где известны угол и одна сторона: находить высоту, расстояние, наклон и недоступные размеры.

Прямоугольный треугольник как основа тригонометрии

01

Угол 90°

В прямоугольном треугольнике один угол всегда равен 90° , а два других угла остаются острыми. Именно они используются при нахождении синуса, косинуса и тангенса.

02

Гипотенуза

Сторона напротив прямого угла называется гипотенузой. Она самая длинная в треугольнике и участвует в формулах синуса и косинуса как одна из основных сторон.

03

Катеты

Две другие стороны называются катетами. Их длины сравнивают между собой или с гипотенузой, когда записывают тригонометрические отношения для выбранного острого угла.

Как выбрать нужный острый угол



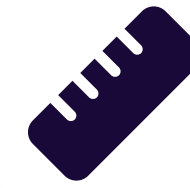
Сначала выбирают угол

Сначала нужно отметить, относительно какого острого угла ведётся рассмотрение. От этого зависит, какая сторона будет считаться противолежащей, а какая — прилежащей.



Противолежащий катет

Катет, который находится напротив выбранного угла, называют противолежащим. Для другого острого угла в том же треугольнике он может стать уже прилежащим.



Прилежащий катет

Катет, который образует выбранный угол вместе с гипотенузой, называется прилежащим. Такое название всегда связано только с конкретным острым углом.

Три основные формулы в одной таблице



Определения тригонометрических отношений
в прямоугольном треугольнике



Формулы помогают быстро понять, какие стороны нужны для каждой функции.

Функция	Формула	Нужны стороны
Синус	против./гип.	катет и гипотенуза
Косинус	прил./гип.	катет и гипотенуза
Тангенс	против./прил.	оба катета

Синус и косинус используют гипотенузу, а тангенс сравнивает только катеты. Поэтому выбор формулы зависит от того, какие стороны известны.

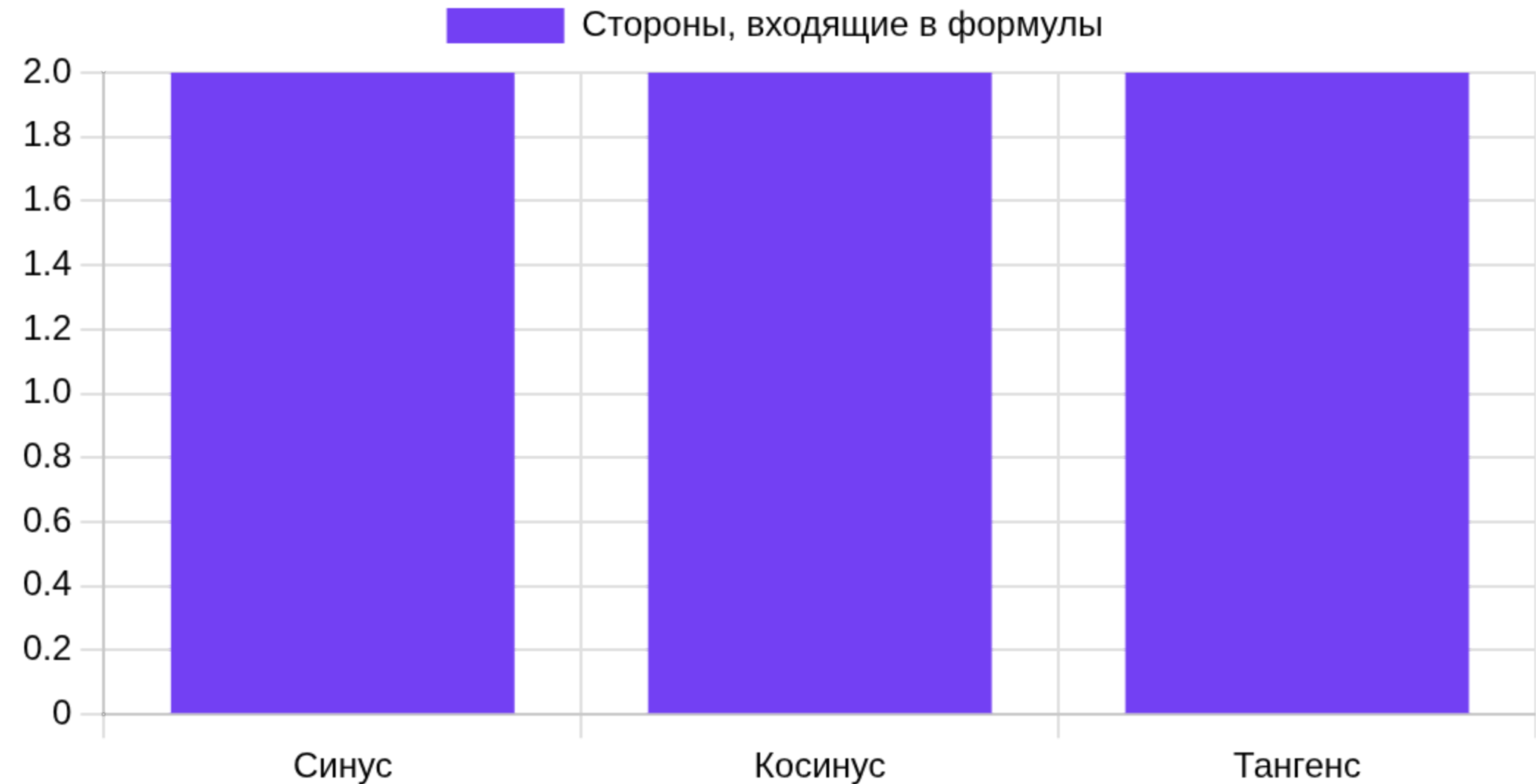


Какие стороны используются в формулах



Диаграмма помогает быстро запомнить, какие стороны входят в каждую запись и где появляется гипотенуза.

Школьные определения синуса, косинуса и тангенса острого угла



У синуса и косинуса общий элемент — гипотенуза. Тангенс выделяется тем, что сравнивает только два катета.

Синус острого угла



○ Основная запись

Синус острого угла равен отношению противолежащего катета к гипотенузе. В формуле важно сначала определить угол, а затем правильно назвать нужные стороны.

○ Значения для острых углов

Для острых углов синус всегда больше 0 и меньше 1. Чем больше выбранный угол, тем больше становится значение синуса.

○ Что видно на рисунке

На схеме удобно выделить сам угол, противолежащий катет и гипотенузу. Так сразу понятно, какие элементы участвуют в записи $\sin \alpha$.

○ Когда полезен

Синус особенно удобен, если известны угол и гипотенуза или если нужно найти высоту треугольника по наклонной стороне.



Косинус острого угла

Главная формула

Косинус острого угла — это отношение прилежащего катета к гипотенузе. Он показывает, насколько длинна сторона, прилегающая к выбранному углу.

1

Диапазон значений

Для острых углов косинус тоже лежит между 0 и 1. При увеличении угла его значение уменьшается, в отличие от синуса.

2

Что выделяют на схеме

На рисунке показывают прилежащий катет, противолежащий катет и гипотенузу. Это помогает не спутать косинус с синусом при чтении условия задачи.

3

Практический смысл

Косинус удобно использовать, когда нужно найти горизонтальную часть, длину основания или сторону, расположенную рядом с выбранным острым углом.

4



Тангенс острого угла



▮ Формула тангенса

Тангенс острого угла равен отношению противолежащего катета к прилежащему. В этой записи гипотенуза не участвует вовсе.

▮ Особенность значений

В отличие от синуса и косинуса, тангенс не ограничен числами от 0 до 1. Его значение может быть и больше единицы.

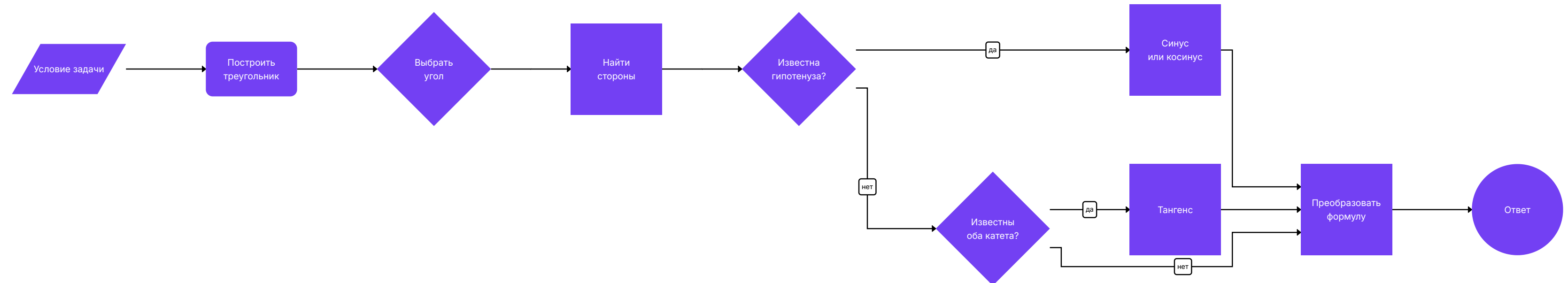
▮ Зачем он нужен

Тангенс удобен, когда известны оба катета или когда нужно сравнить подъём и основание, например при решении задач на наклон.



Как выбрать формулу по условию задачи

Последовательность шагов помогает определить нужное отношение и записать уравнение без ошибок.

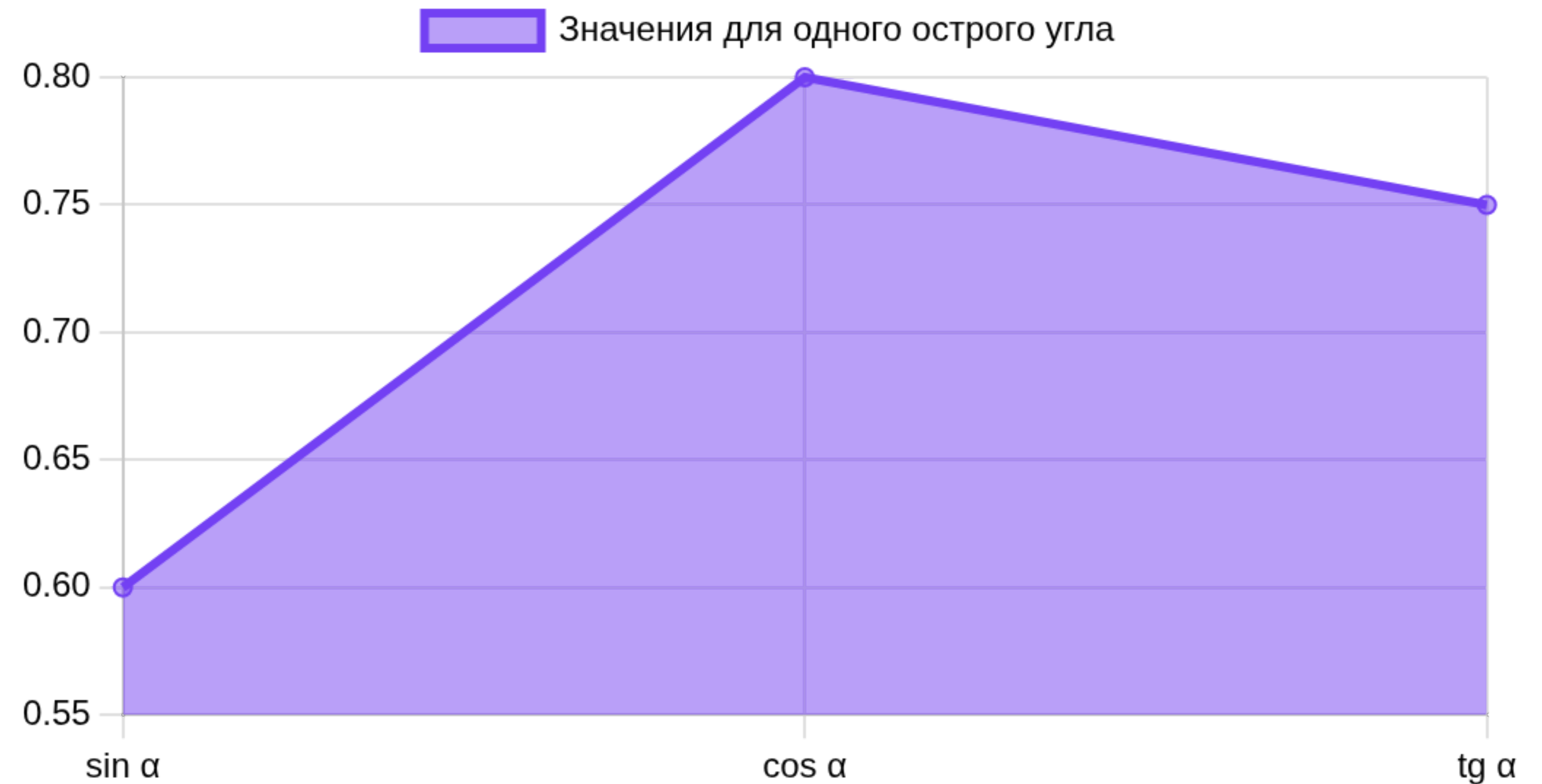


Почему значения зависят только от угла



В подобных треугольниках одинаковый угол даёт одинаковые отношения сторон, даже если рисунок увеличен или уменьшен.

Учебный пример на основе свойств подобных прямоугольных треугольников; иллюстративные значения для одного угла.



Если угол не меняется, тригонометрические отношения сохраняются: они связаны с формой треугольника, а не с его размером.

Подобные треугольники и постоянство отношений



Первый треугольник

Выбирают прямоугольный треугольник с заданным острым углом и измеряют его стороны. Для этого угла находят три отношения: $\sin$, $\cos$ и tg .

Изменение масштаба

Строят второй треугольник такой же формы, но большего или меньшего размера. Соответствующие стороны становятся пропорциональными, а углы остаются равными.

Одинаковые отношения

Сравнение показывает, что значения тригонометрических отношений не меняются. Поэтому один и тот же угол имеет те же $\sin$, $\cos$ и tg в подобных треугольниках.



Связь синуса и косинуса одного угла

01

Два дополнения

Синус и косинус одного острого угла ведут себя как противоположные показатели: когда угол растёт, синус увеличивается, а косинус уменьшается, сохраняя общий баланс.

02

Главное тождество

Для любого острого угла выполняется равенство $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$. Оно связывает обе функции и показывает, что их значения дополняют друг друга до единицы.

03

Как использовать

Если известно значение одной из функций, вторую можно найти по формуле. Это помогает проверять вычисления и лучше понимать связь между двумя сторонами одного треугольника.

Сравнение трёх функций по главным признакам

Определения тригонометрических отношений в прямоугольном треугольнике; школьный курс геометрии 8 класса

Функция	Формула	Стороны	Особенность
$\sin \alpha$	opp/hyp	катет и гипотенуза	0...1
$\cos \alpha$	adj/hyp	катет и гипотенуза	0...1
$\operatorname{tg} \alpha$	opp/adj	два катета	может >1

Таблица помогает быстро увидеть, чем отличаются синус, косинус и тангенс, и какие стороны треугольника нужны для каждой формулы.

Синус и косинус связаны с гипотенузой, а тангенс — только с катетами. Это сразу подсказывает, какую формулу выбирать по условию задачи.

Типичные ошибки при решении задач



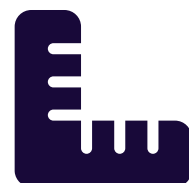
Путают катеты

Ученик выбирает не тот катет, потому что не отмечает выбранный угол. Нужно сначала определить, какой катет лежит напротив него, а какой находится рядом.



Нет опоры на угол

Формулу нельзя выбирать «вообще для треугольника»: всё зависит от конкретного острого угла. Один и тот же рисунок даёт разные обозначения для разных углов.



Сбиваются с преобразованием

После подстановки чисел иногда забывают умножить или разделить обе части уравнения. Из-за этого ответ получается неверным, даже если формула была выбрана правильно.



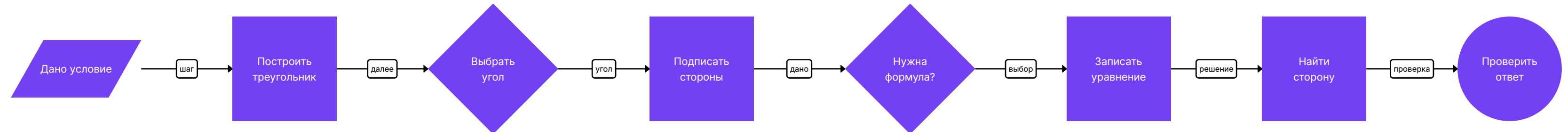
Игнорируют подобие

Размеры треугольника могут быть разными, но отношения остаются одинаковыми. Если не учитывать подобие, легко ошибиться в вычислениях и сделать неправильный вывод.



Как решать тригонометрическую задачу

Алгоритм подходит для задач на высоту, расстояние и длину стороны прямоугольного треугольника.



Применение в реальных измерениях



○ Высота объектов

Синус и косинус помогают найти высоту дерева, здания или столба, если измерить её напрямую неудобно. Достаточно знать угол наблюдения и одну доступную сторону.

○ Расстояния на местности

С помощью этих отношений находят ширину реки, расстояние до недоступной точки и другие размеры, которые сложно измерить линейкой. Особенно полезны они в полевых условиях.

○ Наклон и построения

Тангенс используют, когда нужно определить угол наклона крыши, лестницы или ramпы. В черчении и строительстве это помогает точно задать форму и проверить расчёты.



Где чаще используются разные функции



В разных задачах ученики ищут либо высоту, либо горизонтальное расстояние, либо угол наклона, поэтому выбор функции зависит от условия.

Сводка типовых школьных задач по теме; данные иллюстративные, без статистического подсчёта.

■ Высота и расстояние ■ Наклон ■ Построения
■ Местность



Наиболее часто встречаются задачи на высоту и расстояние. Тангенс особенно полезен там, где важно сравнить подъём и основание.

Короткий набор формул для запоминания

Синус

$\sin \alpha$ = противолежащий катет / гипотенуза. Эта запись нужна, когда в задаче известны угол и гипотенуза или требуется найти высоту треугольника.

1

Косинус

$\cos \alpha$ = прилежащий катет / гипотенуза. Формула удобна, если нужно вычислить сторону, лежащую рядом с выбранным углом, при известной гипотенузе.

2

Тангенс

$\operatorname{tg} \alpha$ = противолежащий катет / прилежащий катет. Здесь гипотенуза не участвует, поэтому формула особенно полезна, когда заданы оба катета.

3



Три отношения — один способ понять треугольник



Синус, косинус и тангенс помогают «прочитать» прямоугольный треугольник по одному углу и одной стороне. Эти отношения делают геометрию удобной для вычислений и измерений в жизни.

