



Правильные многоугольники: основные свойства и формулы

Равные стороны, равные углы и строгая симметрия.

Где встречаются правильные многоугольники

Эти фигуры легко заметить в плитке, орнаментах, знаках и архитектуре. Их изучают, потому что они помогают понимать углы, окружности и симметрию, а также учат точно строить геометрические фигуры.



Признаки правильного многоугольника

Равные стороны

У правильного многоугольника все стороны имеют одинаковую длину, поэтому его контур выглядит ровным и аккуратным. Это первое и самое заметное свойство фигуры.

Равные углы

Все внутренние углы у такой фигуры одинаковы. Благодаря этому многоугольник сохраняет одну и ту же форму по всему периметру и удобно вписывается в геометрические построения.

Симметрия фигуры

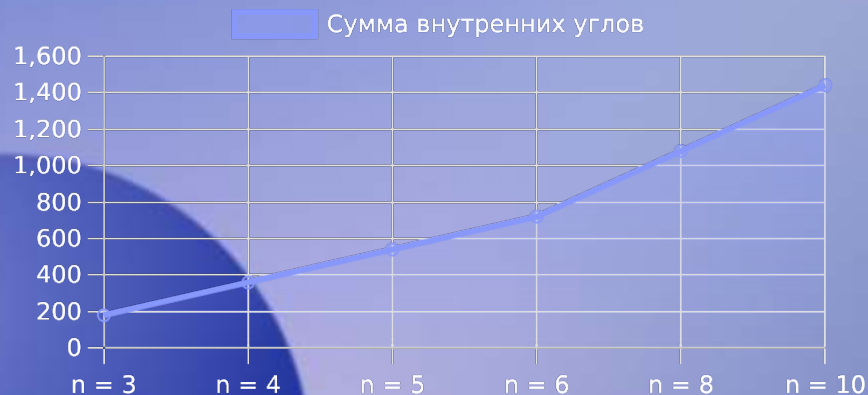
Правильный многоугольник имеет несколько осей симметрии. Каждая из них делит фигуру на две зеркально равные части, что особенно хорошо видно у квадрата и шестиугольника.

Связь с окружностью

Все вершины правильного многоугольника лежат на одной окружности. Для правильного треугольника это равносторонний треугольник, а для правильного четырёхугольника — квадрат.



Как меняется сумма внутренних углов



По формуле суммы внутренних углов n-угольника: $(n-2) \times 180^\circ$

Чем больше сторон у многоугольника, тем больше углов приходится учитывать при вычислениях.

Рост идёт с постоянным шагом: каждая новая сторона добавляет 180° к сумме внутренних углов.

Формула суммы внутренних углов n-угольника

Общее правило

1

Сумма внутренних углов любого n-угольника находится по формуле $(n-2) \times 180^\circ$. Она показывает, как изменяется общий угол при увеличении числа сторон.

Проверка на примерах

2

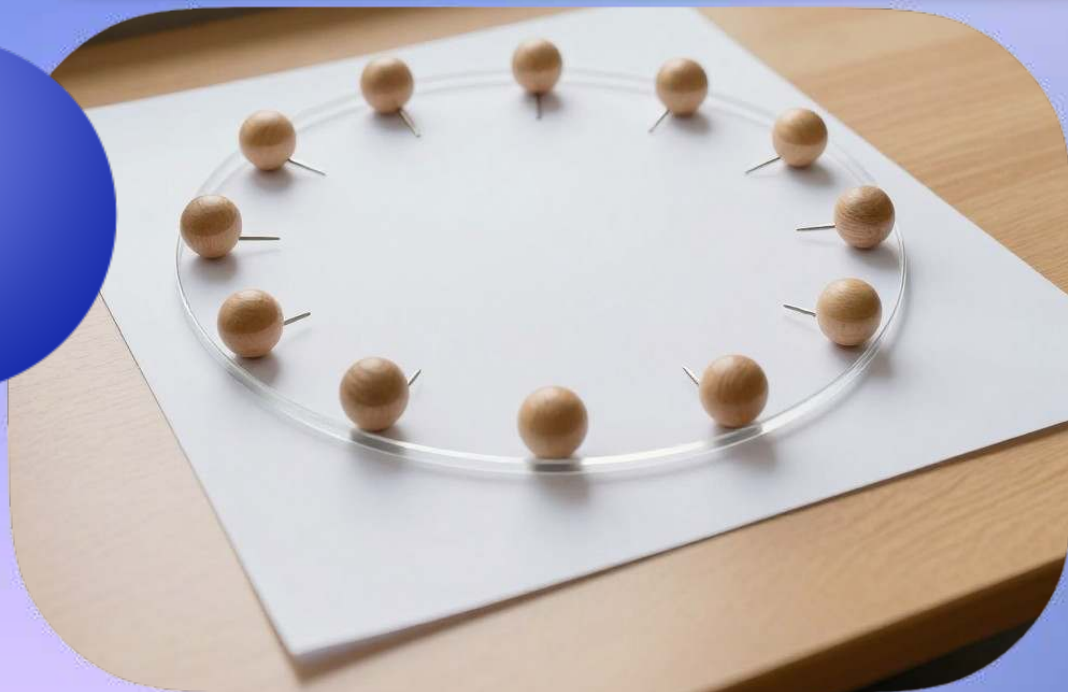
Для треугольника формула даёт 180° , для четырёхугольника — 360° , а для пятиугольника — 540° . Эти значения удобно использовать для быстрой проверки ответов.

Практическое применение

3

Формула помогает находить неизвестные углы как в правильных, так и в неправильных многоугольниках. Она особенно полезна в задачах, где известна только часть углов.

Связь правильного многоугольника с окружностью



Вершины на окружности

У правильного многоугольника все вершины лежат на одной окружности. Это значит, что фигуру можно представить как равномерно распределённые точки на окружности.

Один центр

Центр окружности совпадает с центром многоугольника. От него до каждой вершины расстояние одинаково, поэтому форма остаётся одинаковой во всех направлениях.

Радиусы одинаковы

Радиусы, проведённые к вершинам, равны между собой. Именно это делает построение удобным: достаточно один раз задать центр и нужный радиус.

Построение инструментами

Циркуль и линейка позволяют строить правильные многоугольники по окружности. Сначала отмечают равные деления, а затем соединяют соседние точки отрезками.

Внутренние и внешние углы

1 Два разных угла

Внутренний угол находится внутри многоугольника, а внешний образуется при продолжении его стороны. Эти углы связаны друг с другом и помогают изучать фигуру с разных сторон.

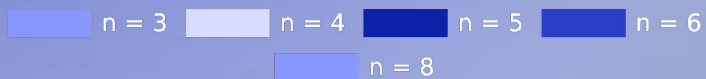
2 Сумма внешних углов

У любого выпуклого многоугольника сумма всех внешних углов равна 360° . Это важное правило не зависит от числа сторон и удобно для решения задач.

3 Угол правильной фигуры

У правильного n -угольника все внешние углы равны, поэтому каждый из них равен $360^\circ/n$. Чем больше сторон, тем меньше один внешний угол.

Внешний угол и число сторон



По формуле внешнего угла правильного n -угольника: $360^\circ/n$

Значение внешнего угла удобно использовать, когда нужно сравнить правильные многоугольники разной формы.

С ростом числа сторон внешний угол уменьшается, и фигура визуально приближается к окружности.

n

**осей симметрии имеет правильный
n-угольник.**

Это число показывает, что симметрия правильной фигуры растёт вместе с количеством её сторон и делает её особенно удобной для построений.

Свойство правильного n-угольника: число осей симметрии равно числу сторон

Как построить правильный многоугольник

Алгоритм построения с помощью окружности, деления на равные части и соединения вершин



Правильный треугольник

Три равные стороны

У правильного треугольника все стороны одинаковы, поэтому его легко построить и проверить. Равенство сторон автоматически задаёт единственность формы и делает фигуру особенно удобной для первых геометрических задач.

Углы по 60°

Каждый внутренний угол правильного треугольника равен 60° . Если известны две стороны или один угол, остальные элементы находятся без сложных вычислений, что полезно в практических построениях.

Симметрия и применение

Фигура имеет три оси симметрии и хорошо вписывается в задачи на отражение и равные части. Её часто используют как простейший пример правильного многоугольника в школьной геометрии.



Правильный четырёхугольник — квадрат

1 Равные стороны

Квадрат относится к правильным четырёхугольникам, потому что у него все стороны равны. Эта особенность делает его одной из самых удобных фигур для измерений, чертежей и разметки.

2 Прямые углы

Все углы квадрата равны 90° , поэтому его легко узнавать на рисунках и схемах. Сумма внутренних углов четырёхугольника равна 360° , а у квадрата они распределены одинаково.

3 Диагонали и использование

Диагонали квадрата пересекаются под прямым углом и делятся пополам. Благодаря строгой симметрии квадрат часто встречается в клетчатой сетке, архитектуре, орнаментах и измерительных построениях.



Правильный шестиугольник в природе и технике



Пчелиные соты

Шестиугольная форма позволяет пчёлам заполнять пространство плотно и экономно. Каждая ячейка удобно примыкает к соседним, поэтому конструкция получается прочной и рациональной.



Технические детали

В технике шестиугольник помогает создавать надёжные элементы, которые легко соединяются и устойчивы к нагрузкам. Равные стороны и углы упрощают расчёты и повторяющееся изготовление деталей.



Мозаики и узоры

В мозаиках шестиугольники образуют аккуратный повторяющийся рисунок без промежутков. Угол 120° позволяет фигурам стыковаться так, чтобы поверхность выглядела цельной и упорядоченной.

Сравнение основных правильных многоугольников

Фигура	Стороны	Внутр. угол	Оси симметрии
Треугольник	3	60°	3
Квадрат	4	90°	4
Пятиугольник	5	108°	5
Шестиугольник	6	120°	6

Таблица показывает, как число сторон связано с внутренним углом и числом осей симметрии у разных правильных многоугольников.

Чем больше сторон, тем больше внутренний угол и тем больше осей симметрии. Для правильной фигуры число осей всегда совпадает с числом сторон.

Формула внутреннего угла правильного n-угольника

1 Общая формула

Внутренний угол правильного n-угольника находят по формуле $((n-2) \times 180^\circ) / n$. Она показывает, как общий запас углов распределяется между всеми равными вершинами фигуры.

2 Проверка на примерах

Если подставить $n = 5$, получится 108° , а при $n = 6$ — 120° . Такие вычисления помогают быстро находить углы без построения полного чертежа и проверки линейкой.

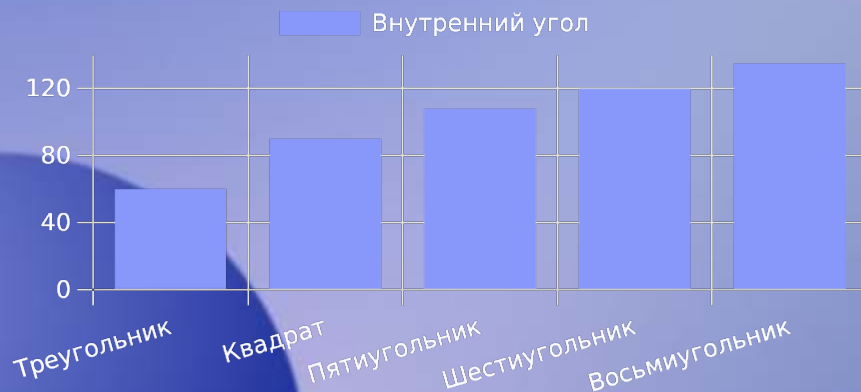
3 Связь с числом сторон

При увеличении числа сторон внутренний угол становится больше. Это означает, что многоугольник постепенно приближается по форме к окружности, хотя остаётся ломаной фигурой.

4 Практическая польза

Формула особенно удобна в задачах на поиск неизвестного угла или числа сторон. Она связывает измерения с алгебраическими действиями и тренирует точность вычислений.

Внутренние углы разных правильных многоугольников



Вычислено по формуле внутреннего угла правильного n-угольника

На диаграмме видно, как угол увеличивается при переходе от одной фигуры к другой. Это помогает сравнивать многоугольники не только по сторонам, но и по форме.

Рост внутреннего угла показывает постепенное приближение фигуры к окружности. Чем больше сторон, тем менее заметны углы и тем плавнее контур.

Как находят число сторон по углу

Сначала внешний угол

Если известен внутренний угол, сначала находят внешний: он равен 180° минус внутренний. Для правильного многоугольника все внешние углы одинаковы, поэтому вычисление выполняется для одной вершины.

Формула числа сторон

Затем используют правило $n = 360^\circ / \text{внешний угол}$. Эта формула основана на том, что сумма всех внешних углов любого выпуклого многоугольника всегда равна 360° .

Пример вычисления

Если внутренний угол равен 150° , внешний угол составляет 30° . Делим 360° на 30° и получаем 12 сторон, то есть правильный двенадцатиугольник.

Правильные многоугольники в узорах и орнаментах

Плитка, которая складывается без ошибок

На полу и стенах часто можно увидеть узоры из одинаковых треугольников, квадратов и шестиугольников. Такие фигуры удобно повторять много раз: они точно совпадают по сторонам и не создают случайных зазоров.

Орнамент, где важна симметрия

В декоративных панелях и витражах правильные многоугольники помогают выстроить чёткий ритм рисунка. Симметрия делает композицию аккуратной, а равные углы позволяют сохранять одинаковый вид во всех повторяющихся элементах.

Когда геометрия становится украшением

Правильные фигуры встречаются в орнаментах не только ради красоты, но и ради порядка. Повторяемость форм облегчает создание больших узоров, а геометрическая точность делает оформление устойчивым и гармоничным.



Какие правильные многоугольники заполняют плоскость

1 Подходящие фигуры

Без промежутков плоскость могут заполнять только правильные треугольники, квадраты и шестиугольники. Их углы удачно сходятся вокруг одной точки, не оставляя пустого пространства.

2 Почему другие не подходят

У правильного пятиугольника и многих других правильных многоугольников угол не делится так, чтобы точно уложиться вокруг точки. Поэтому между фигурами появляются зазоры или наложения.

3 Связь с суммой углов

Причина связана с тем, что вокруг одной вершины должна получиться сумма 360° . Если нужное количество одинаковых углов не даёт точного результата, сплошное покрытие невозможно.



Правильные многоугольники вокруг нас

Правильные многоугольники помогают увидеть, как в геометрии соединяются точность, симметрия и красота. Их свойства удобно применять в задачах, построениях и в реальных формах, которые мы встречаем каждый день.