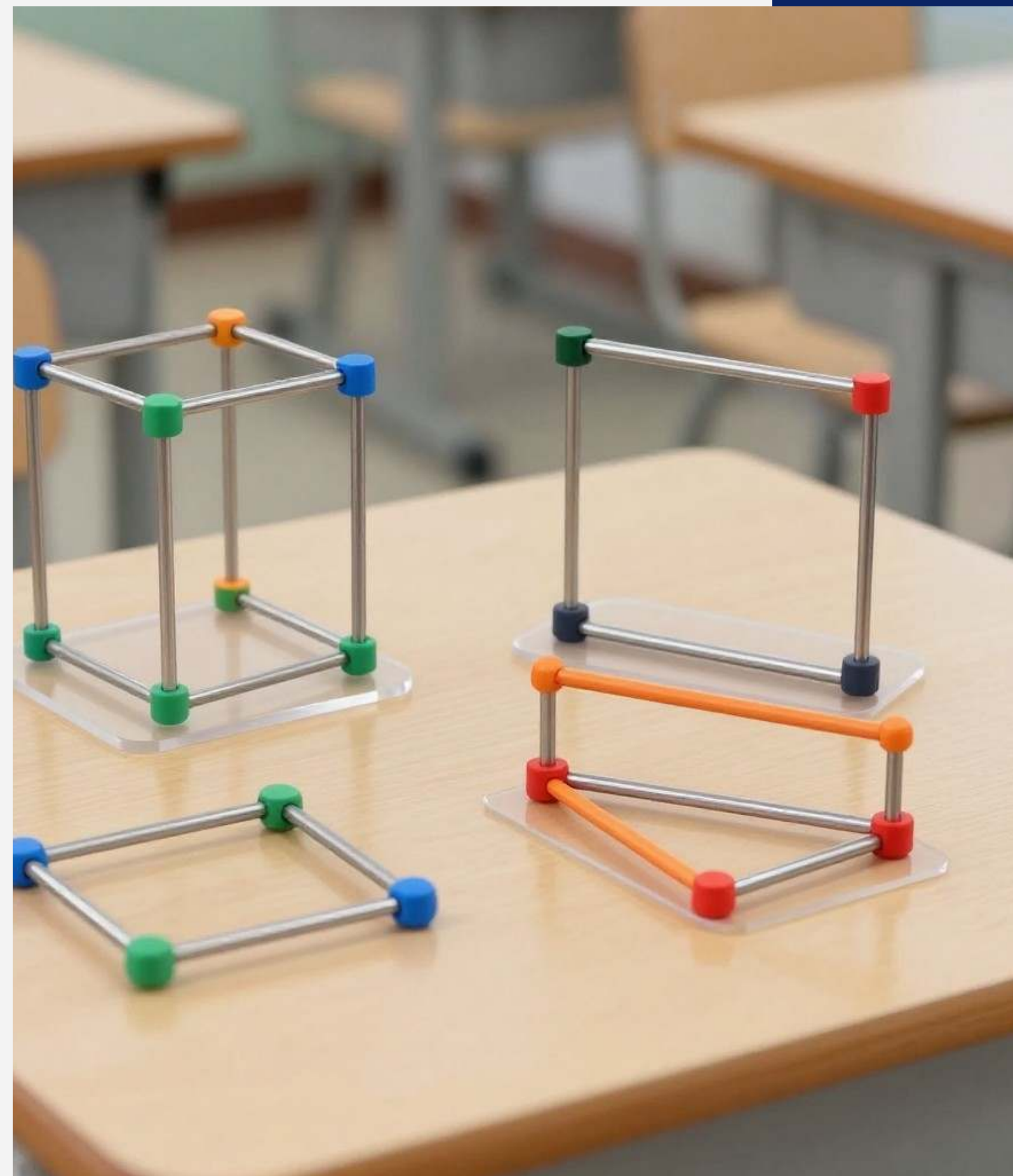


# Четырёхугольники в геометрии 9 класса

Четырёхугольники — ключевые фигуры планиметрии: от признаков и диагоналей до сумм углов и площадей.



# Зачем изучать четырёхугольники в 9 классе



Тема четырёхугольников связывает параллельность, равенство углов, свойства диагоналей и вычисление площадей. Она помогает читать чертежи, работать с координатной плоскостью, измерять отрезки на плане и доказывать решения строго.

# Определение и элементы четырёхугольника

Четырёхугольник — это замкнутая ломаная из четырёх звеньев. У фигуры есть 4 стороны, 4 вершины и 4 внутренние области углов между соседними сторонами.

Всегда можно провести диагонали — отрезки, соединяющие противоположные вершины. В четырёхугольнике диагоналей ровно две, и они часто становятся опорой доказательств.

Важнейшее общее свойство: сумма внутренних углов любого четырёхугольника равна  $360^\circ$ . Это правило применяется и в вычислениях, и при нахождении неизвестных углов.

# Основные виды четырёхугольников

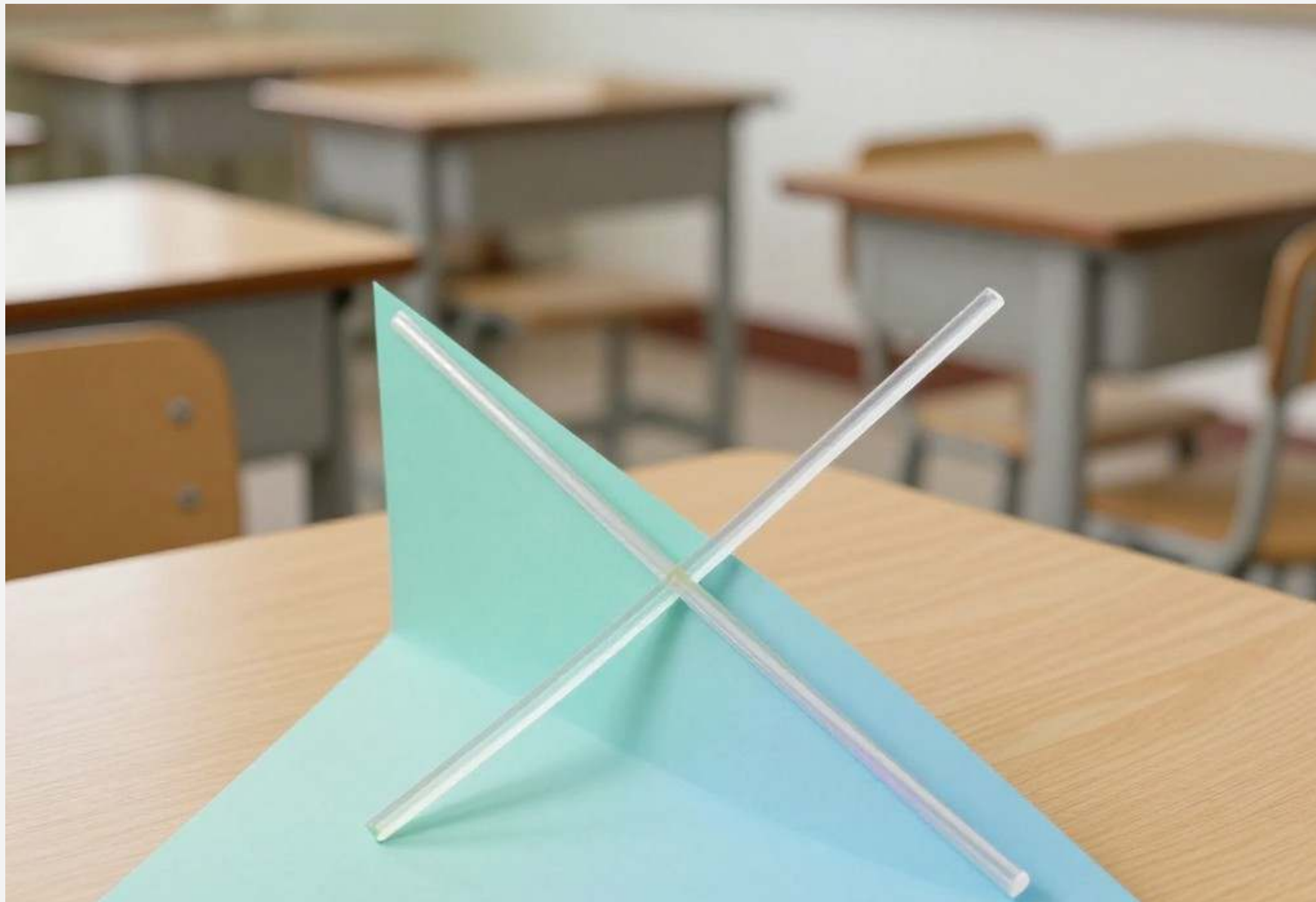
| Фигура         | Параллельные стороны   | Ключевой признак                 |
|----------------|------------------------|----------------------------------|
| Квадрат        | две пары параллельных  | 4 прямых угла и 4 равные стороны |
| Прямоугольник  | две пары параллельных  | все углы по $90^\circ$           |
| Ромб           | две пары параллельных  | 4 равные стороны                 |
| Параллелограмм | две пары параллельных  | противоположные углы равны       |
| Трапеция       | одна пара параллельных | основания параллельны            |

Материал школьного курса геометрии (планиметрия, 9 класс).

Сопоставьте фигуры по главным отличительным признакам: что с параллельностью сторон и какие свойства дают диагонали.

В группе «параллельность» определяется количеством пар параллельных сторон, а уточнение вида даёт равенство сторон, прямые углы и свойства диагоналей.

# Параллелограмм и его свойства



## Что такое параллелограмм

Параллелограмм — это четырёхугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны. Благодаря параллельности многие величины получают одинаковые значения и их удобно доказывать.

## Главные свойства параллелограмма

У параллелограмма противоположные стороны равны, противоположные углы равны, а сумма соседних углов равна  $180^\circ$ . Диагонали делят друг друга пополам, то есть пересекаются в середине.

# Сравнение угловых признаков в основных видах

Прямые углы (по  $90^\circ$ ) гарантированы только для прямоугольника и квадрата; у остальных фигур они не являются общим признаком.

По диаграмме видно: наличие 4 прямых углов выделяет лишь частные случаи, тогда как равенство противоположных углов — признак более широкой группы.

Обобщение школьных определений и свойств (система признаков углов для четырёхугольников).

# Прямоугольник и квадрат как частные случаи

Прямоугольник — это параллелограмм, у которого все углы прямые. Поэтому противоположные стороны равны и параллельны, а диагонали равны и пересекаются пополам в одной точке.

Квадрат получается из прямоугольника, если добавить условие равенства всех сторон. Тогда каждая сторона имеет длину  $a$ , и вместе с прямыми углами это делает фигуру особенно «симметричной».

У квадрата диагонали не только равны, но и перпендикулярны: они пересекаются под прямым углом, делят друг друга пополам и также делят углы пополам. Это помогает распознавать квадрат по рисунку.

# Ромб: равные стороны и особые диагонали



## 4 равные стороны

Ромб — это параллелограмм, у которого все стороны равны. Поэтому при проверке рисунка главный «первый шаг» — убедиться, что каждое звено имеет одинаковую длину.



## Равенство противоположных углов

У ромба противоположные углы равны, а значит, он сохраняет часть свойств параллелограмма. Но в отличие от прямоугольника у ромба прямые углы не обязаны быть равными  $90^\circ$ .

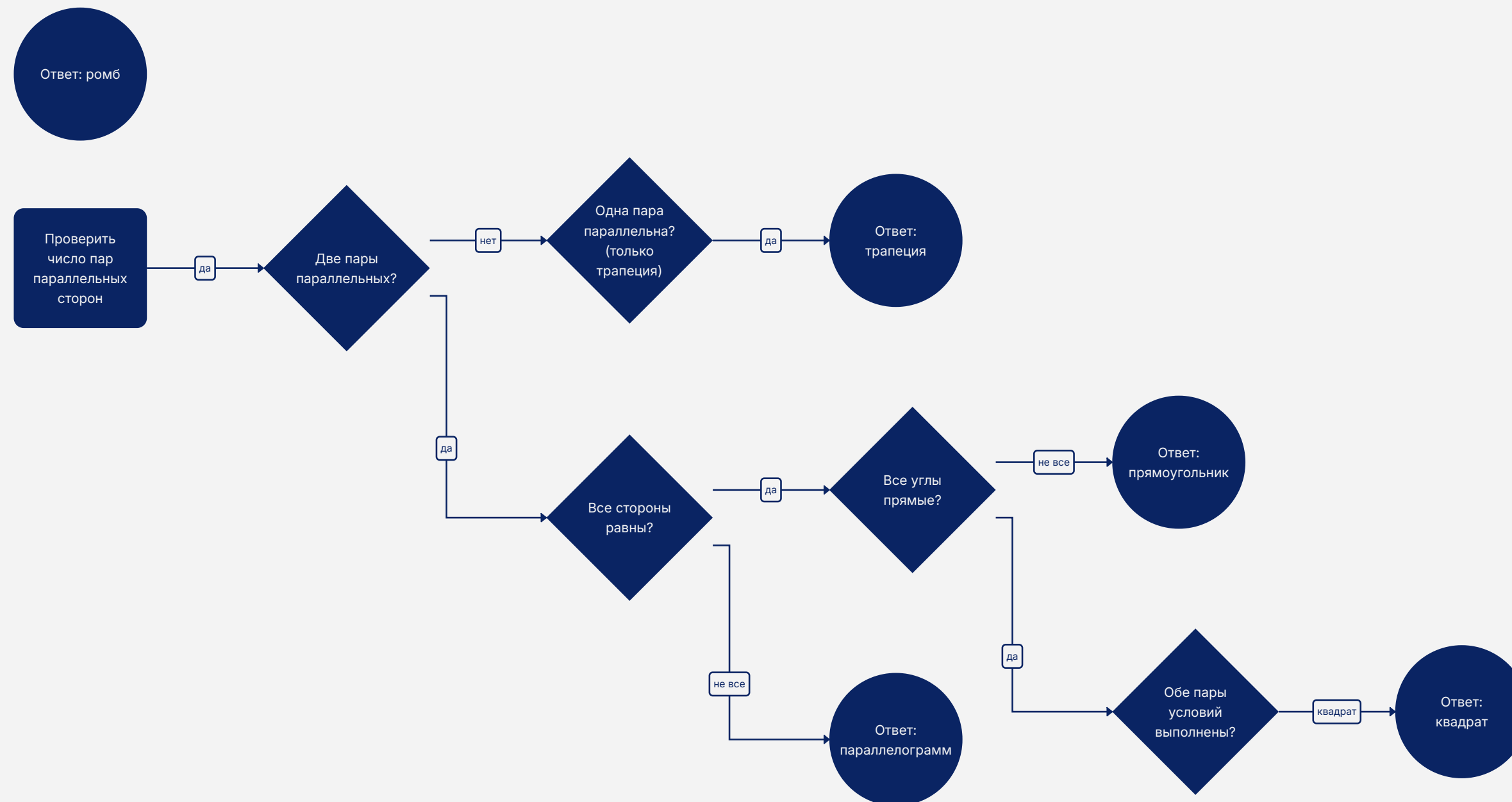


## Перпендикулярные диагонали

Диагонали ромба перпендикулярны и делят углы пополам. Благодаря этому ромб часто узнают по «кресту» диагоналей: угол между ними в середине равен  $90^\circ$ .

# Как определить вид четырёхугольника

Последовательность распознавания по признакам: параллельность → равенство сторон → углы → диагонали.



# Трапеция и её виды

## Определение

Трапеция — четырёхугольник, у которого только одна пара противоположных сторон параллельна. Параллельные стороны называют основаниями, а непараллельные — боковыми сторонами.

## Где применяется

Трапеции часто встречаются в задачах на площадь и свойства углов при параллельных прямых. Это помогает находить неизвестные величины, используя готовые закономерности.

## Равнобедренная трапеция

Если боковые стороны равны, трапеция равнобедренная. Тогда углы при каждом основании попарно равны, а фигура становится удобной для симметричных построений.

# Формулы периметра и площади

Сводная таблица для ключевых четырехугольников: квадрат, прямоугольник, параллелограмм, ромб и трапеция. Формулы помогают быстро вычислять периметр и площадь, если известны нужные длины и высота.

Площадь большинства четырехугольников удаётся выразить через основание и высоту; для ромба и трапеции удобно использовать формулы со диагоналями или двумя основаниями.

| Фигура         | Периметр   | Площадь                          | Параметры                     |
|----------------|------------|----------------------------------|-------------------------------|
| Квадрат        | $P=4a$     | $S=a^2$                          | сторона $a$                   |
| Прямоугольник  | $P=2(a+b)$ | $S=ab$                           | стороны $a, b$                |
| Параллелограмм | —          | $S=ah$                           | основание $a$ , высота $h$    |
| Ромб           | —          | $S=ah$ или $S=(d_1 \cdot d_2)/2$ | основание $a$ , высота $h$    |
| Трапеция       | —          | $S=(a+b)h/2$                     | основания $a, b$ , высота $h$ |

Программа и школьные учебники геометрии за 9 класс  
(обобщение стандартных формул).

# Диагонали как важный признак фигуры

Диагонали помогают отличать один вид четырехугольника от другого и находить нужные величины. По их соотношениям часто можно сделать вывод о типе фигуры без лишних измерений и чертежных догадок.

У прямоугольника диагонали равны, у параллелограмма — делят друг друга пополам, у квадрата — равны и перпендикулярны, у ромба — перпендикулярны и делят углы пополам. На рисунке показано пересечение диагоналей в каждой фигуре.



# Неизменные элементы четырехугольника

Сумма внутренних углов любого четырехугольника равна  $360^\circ$ , поэтому при распознавании типа фигуры диагонали дополняют угловые признаки.

Общая «база» для всех четырехугольников остаётся одинаковой: 4 стороны, 4 вершины, 4 угла и 2 диагонали. Различия проявляются в их свойствах — как ведут себя диагонали и углы.

Школьный курс геометрии (9 класс): определения и базовые свойства четырехугольников.

# 360°

Это позволяет находить неизвестный угол, если известны три остальных.

Школьный курс геометрии (свойство суммы внутренних углов четырехугольника).

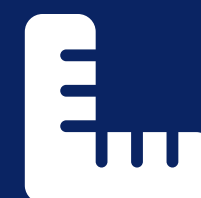
**Свойство суммы внутренних углов служит «контрольной суммой»: вычисленный угол должен вместе с тремя известными дать 360°. Это ускоряет решение и помогает не ошибаться в расчетах.**

# Четырёхугольники в окружающем мире



## Окна, двери и тетрадные листы

Прямоугольники и квадраты часто встречаются в рамке окна, на странице тетради, в дверных полотнах и экранах. Эти фигуры удобны: их легко вычерчивать ровно, а размеры удобно измерять.



## Плитка и дорожные разметки

Квадраты и прямоугольники помогают составлять узоры и покрытия: плитку укладывают рядами, коробки и схемы тоже имеют прямые углы. Благодаря этому проще рассчитывать периметры и площади.



## Мосты и опоры

Трапеции можно заметить в деталях мостов, опорах и некоторых архитектурных элементах. Их форма хорошо подходит для конструкций, где нужно связать наклонные боковые части с параллельными основаниями.



## Орнаменты и декоративные решётки

Ромбы встречаются в орнаментах, декоративных решётках и узорах на тканях или фасадах. Равные стороны и симметрия делают их выразительными, а чередование ромбов помогает создавать ритм рисунка.

# Где чаще встречаются разные четырехугольники

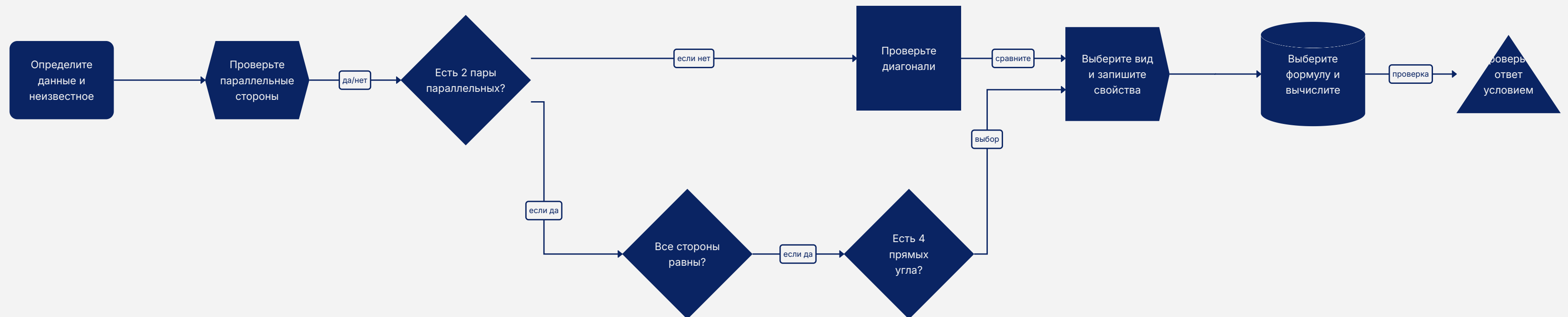
На практике чаще всего мы видим прямоугольники и квадраты, потому что они «подходят» для бумаги, экранов, окон и коробок. Остальные типы чаще встречаются как часть узоров или деталей конструкций.

Если в задаче на распознавание предложены прямые углы и равные стороны, вероятность выбора прямоугольника или квадрата выше. Но помнить нужно и о трапециях, где параллельной может быть только одна пара сторон.

Обобщение наблюдений и типичных примеров из школьной практики (качественная, не статистическая оценка).

# Алгоритм решения задачи на четырехугольник

Последовательность шагов, опирающаяся на признаки: параллельность сторон, равенство сторон, прямые углы и диагонали.



# Типичные ошибки при работе с четырехугольниками

Частая ошибка — путать ромб и квадрат, если фигура изображена под углом. В таких рисунках прямые углы могут выглядеть иначе, поэтому нужно проверять признаки: равенство сторон и особенности диагоналей.

Третья ошибка — забывать, что у трапеции только одна пара параллельных сторон. Если две разные пары сторон параллельны, это уже не трапеция, а другой тип четырехугольника.

Вторая ошибка — считать любую фигуру с равными сторонами квадратом, даже когда нет прямых углов. Ромб и квадрат различаются тем, что у квадрата обязательно четыре прямых угла.

Ещё одна ошибка — неверно применять формулы площади без учета высоты. Для параллелограмма, ромба и трапеции высота — это перпендикуляр к основанию; без правильной высоты результат получается неверным.

# Как запомнить признаки фигур



## «Точки опоры»: параллельность и прямые углы

Представьте, что стороны — это рельсы. Если рельсы идут попарно рядом (две пары параллельных сторон), получается параллелограмм. Если кроме этого все углы прямые, вы получаете прямоугольник; а когда вдобавок все стороны равны — квадрат.



## «Сигналы диагоналей»: как они ведут себя

Диагонали подсказывают тип фигуры. Если диагонали равны — характерный признак прямоугольника; если делят друг друга пополам — параллелограмм; если пересекаются под прямым углом — ромб или квадрата. Сравнивайте эти сигналы последовательно.

# Четырёхугольники : главные опоры темы

Четырёхугольники — большая группа фигур с четырьмя сторонами и суммой внутренних углов  $360^\circ$ . Успех в теме связан с распознаванием по признакам, использованием свойств диагоналей и точным применением формул площади в решении задач.

