

Одночлены: что это такое и как с ними работать



Коротко о записи, признаках
и действиях с одночленами.



Зачем изучать одночлены в 7 классе



Одночлены помогают быстро записывать выражения, упрощать вычисления и понимать степень, коэффициент и буквенную часть. Эта тема нужна для дальнейшего изучения многочленов, формул и преобразований в алгебре и геометрии.

Что называют одночленом



○ Одно выражение

Одночленом называют алгебраическое выражение, которое состоит из одного числа, одной буквы или их произведения. В нём нет сложения разных частей, только умножение и степени.

○ Простые примеры

К одночленам относятся 7 , x , $-5a$, $3mn$, $4x^2y$. Все они записаны как один множитель или произведение множителей, поэтому подходят под определение.

○ Несколько букв

Одночлен может содержать одну букву или несколько буквенных множителей. Например, $3mn$ и $4x^2y$ остаются одночленами, потому что между буквами стоит умножение.

○ Без суммы внутри

Если в выражении есть знак сложения или вычитания между частями, это уже не одночлен. В одночлене допускаются только умножение и возведение в степень.

○ Удобная форма записи

Одночлены используют как компактную запись повторяющихся вычислений. Поэтому важно научиться быстро отличать их от суммы, разности и более сложных выражений.



Строение одночлена: коэффициент и буквенная часть



□ Две части записи

В каждом одночлене можно выделить коэффициент и буквенную часть. Коэффициент показывает числовой множитель, а буквенная часть содержит все буквы и их степени.

□ Пример с числом

В одночлене $4x^2$ число 4 — это коэффициент, а x^2 — буквенная часть. Такая запись помогает отдельно рассматривать число и переменную.

□ Отрицательный коэффициент

В одночлене $-3ab$ коэффициент равен -3 , а буквенная часть — ab . Знак перед числом относится ко всему одночлену и влияет на его значение.

□ Дробный коэффициент

В выражении $\frac{1}{2}m^2n$ коэффициентом является $\frac{1}{2}$, а буквенная часть — m^2n . Коэффициент может быть не только целым, но и дробным.



Коэффициент одночлена



01

Что показывает коэффициент

Коэффициент — это числовой множитель одночлена. Он показывает, во сколько раз берётся буквенная часть, и помогает отделить число от переменных.

02

Если число не написано

Когда коэффициент не указан, его считают равным 1. Поэтому x означает $1x$, а a^2 — $1a^2$. Это важно при преобразованиях и вычислениях.

03

Если стоит минус

Если перед буквой есть минус, коэффициент равен -1. Например, $-y$ можно читать как $-1y$. Такой знак меняет знак всего одночлена.

04

Виды коэффициентов

Коэффициент может быть целым, дробным или десятичным числом: -7 , $\frac{3}{4}$, $0,2$. Любой из этих вариантов сохраняет правило умножения на буквенную часть.

05

Знак имеет значение

Знак коэффициента влияет на знак всего одночлена. Поэтому при умножении и сложении нужно внимательно следить, положительный коэффициент или отрицательный.

Степень одночлена

Как находят степень

Степень одночлена равна сумме показателей степеней всех букв в его буквенной части. Поэтому нужно сложить только показатели, а не сами буквы.

Пример с двумя буквами

У одночлена $5x^3y^2$ степень равна 5, потому что $3 + 2 = 5$. Число 5 здесь не влияет на степень.

Ещё один пример

У одночлена $7a^2b$ степень равна 3, так как показатель a равен 2, а у b считается 1. Получается $2 + 1 = 3$.

Число без букв

У числа без букв степень равна 0. Например, 12 — это одночлен нулевой степени, потому что в нём нет буквенной части.

Одна буква

У одночлена x степень равна 1, хотя показатель обычно не записывают. Это означает, что буква x встречается один раз.

Примеры одночленов и их характеристики

Школьный курс алгебры 7 класса

Таблица показывает, как у одночлена выделяются коэффициент, буквенная часть и степень. Она помогает быстро сравнивать записи и проверять, правильно ли найдено значение степени.

Одночлен	Коэффициент	Степень
$4x^2y$	4	3
$-7a$	-7	1
12	12	0
$\frac{1}{3}m^2n^3$	$\frac{1}{3}$	5

Степень зависит от суммы показателей степеней букв; число без букв имеет степень 0.

Стандартный вид одночлена

01

Порядок записи

В стандартном виде сначала пишут числовой коэффициент, а затем буквенную часть. Такая запись делает одночлен понятным и удобным для сравнения.

02

Расположение букв

Буквы обычно располагают в алфавитном порядке или в другом удобном порядке, если он не нарушает правила умножения и не мешает чтению.

03

Примеры правильно

Записи $3xy$, $-5a^2b$ и $2mn^2$ считаются стандартными. В них легко увидеть коэффициент и порядок буквенных множителей без лишних преобразований.

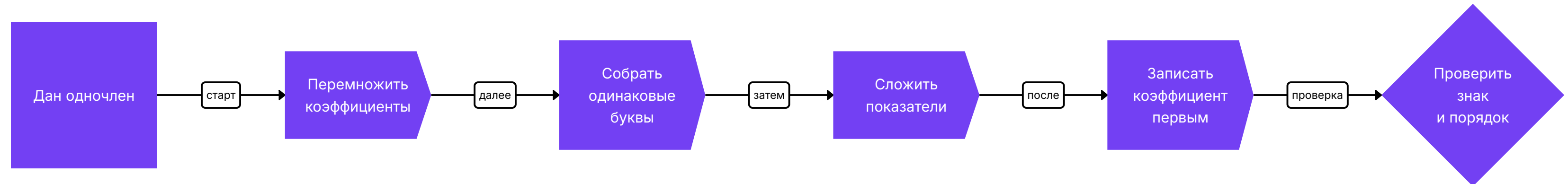
04

Что нужно исправить

Записи $x3y$ и $3yx$ не считаются стандартными, если требуется обычный вид. Их нужно привести к правильному порядку перед использованием.

Как привести одночлен к стандартному виду

Последовательность преобразования при умножении одночленов



Подобные одночлены



○ Главный признак

Подобные одночлены имеют одинаковую буквенную часть и отличаются только коэффициентами. Именно совпадение букв и их степеней делает их подобными.

○ Примеры подобных

К подобным относятся $2x$ и $-5x$, $3a^2b$ и $7a^2b$, $-4m^2$ и $9m^2$.
В каждом случае буквенная часть полностью совпадает.

○ Примеры неподобных

Неподобные одночлены: $2x$ и $2x^2$, $3ab$ и $3a^2b$, $5y$ и $5z$.
Здесь отличается либо степень, либо набор букв.

○ Что важнее всего

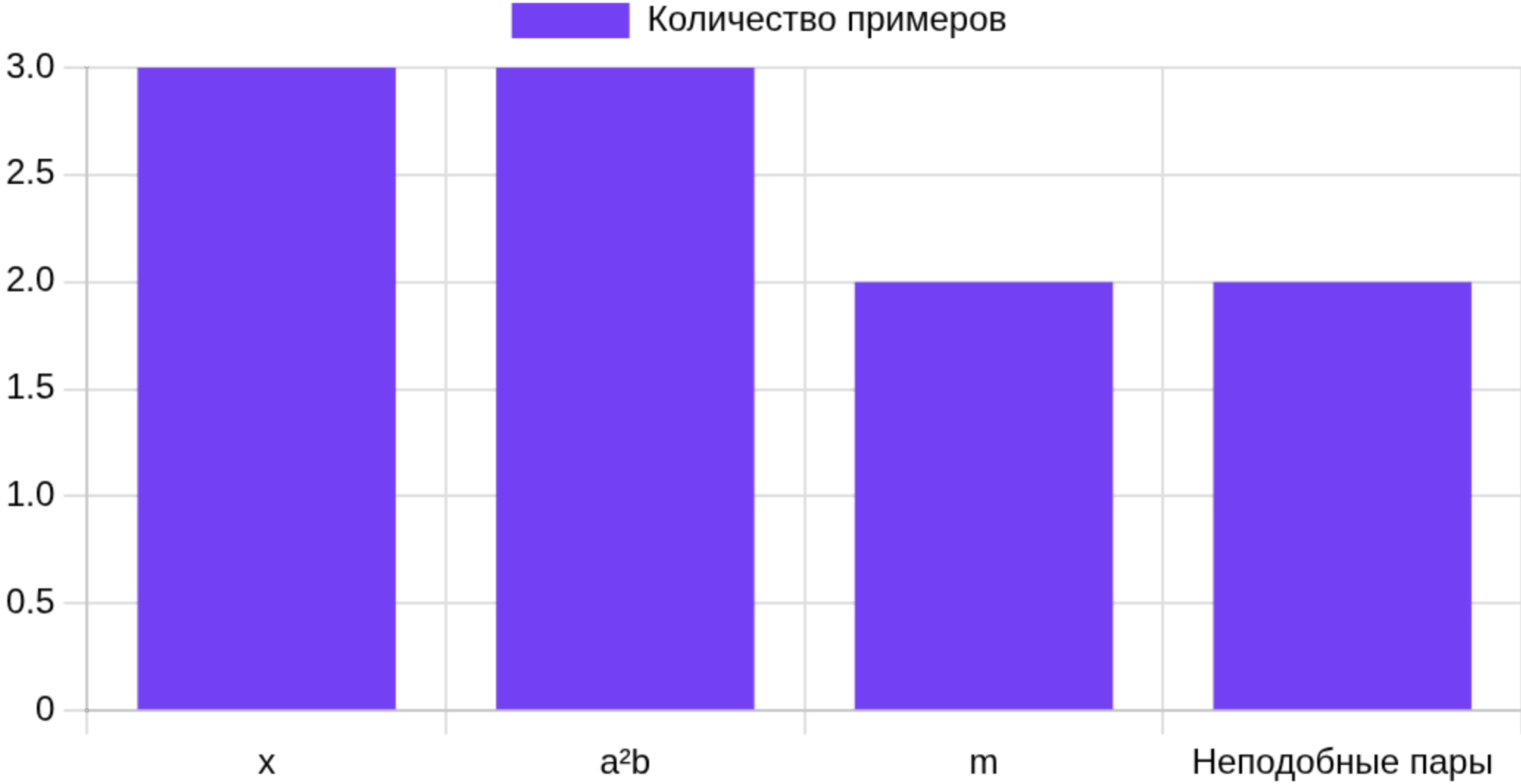
При сравнении одночленов сначала смотрят на буквы и их показатели, а уже потом на знак и число перед буквами. Это помогает избежать ошибок.



Как распознаются подобные и неподобные одночлены



Сравнение помогает быстро увидеть, что совпадение букв и их степеней важнее числа перед ними.



Если буквенная часть одинакова, одночлены подобны; любое различие в буквах или степенях делает их неподобными.

Сложение и вычитание подобных одночленов

Сначала сравнивают

Нужно убедиться, что буквенная часть совпадает полностью: одинаковые буквы и одинаковые показатели степеней. Только тогда одночлены можно объединять в одно выражение.

Меняют только коэффициенты

При сложении или вычитании буквенная часть остаётся без изменений. Считают только числа перед буквами: так получается новый коэффициент для результата.

Примеры вычислений

$3x + 5x = 8x$, $9ab - 2ab = 7ab$, $-4m + 10m = 6m$.
Во всех случаях сохраняется одна и та же буквенная часть.

Когда объединить нельзя

Если буквенная часть различается, одночлены не становятся одним слагаемым. Например, $2x + 3y$ — это сумма двух разных одночленов, а не один одночлен.

Умножение одночленов

01

Перемножают числа

Сначала находят произведение коэффициентов. Знак результата определяется правилами умножения: одинаковые знаки дают положительное число, разные — отрицательное.

02

Складывают показатели

Для одинаковых букв показатели степеней складывают. Поэтому $2x^2 \cdot 3x$ превращается в $6x^3$, а не в $6x^2$.

03

Работает для любых букв

Правило одинаково действует, даже если в записи несколько буквенных множителей. Например, $-4a \cdot 5ab = -20a^2b$, потому что одинаковые буквы объединяются.

04

Проверяют запись

После умножения результат приводят к аккуратному виду: коэффициент ставят первым, а одинаковые буквы записывают с суммарными степенями.

Деление одночлена на одночлен

Делят коэффициенты

Сначала делят числовые множители. Если знаки разные, частное будет отрицательным; если одинаковые, результат получится положительным.

1

Вычитают степени

Для одинаковых букв из показателя в делимом вычитают показатель в делителе. Так $12x^5 : 3x^2$ даёт $4x^3$.

2

Следят за условием

Деление возможно только тогда, когда в делимом показатель степени каждой общей буквы не меньше, чем в делителе.

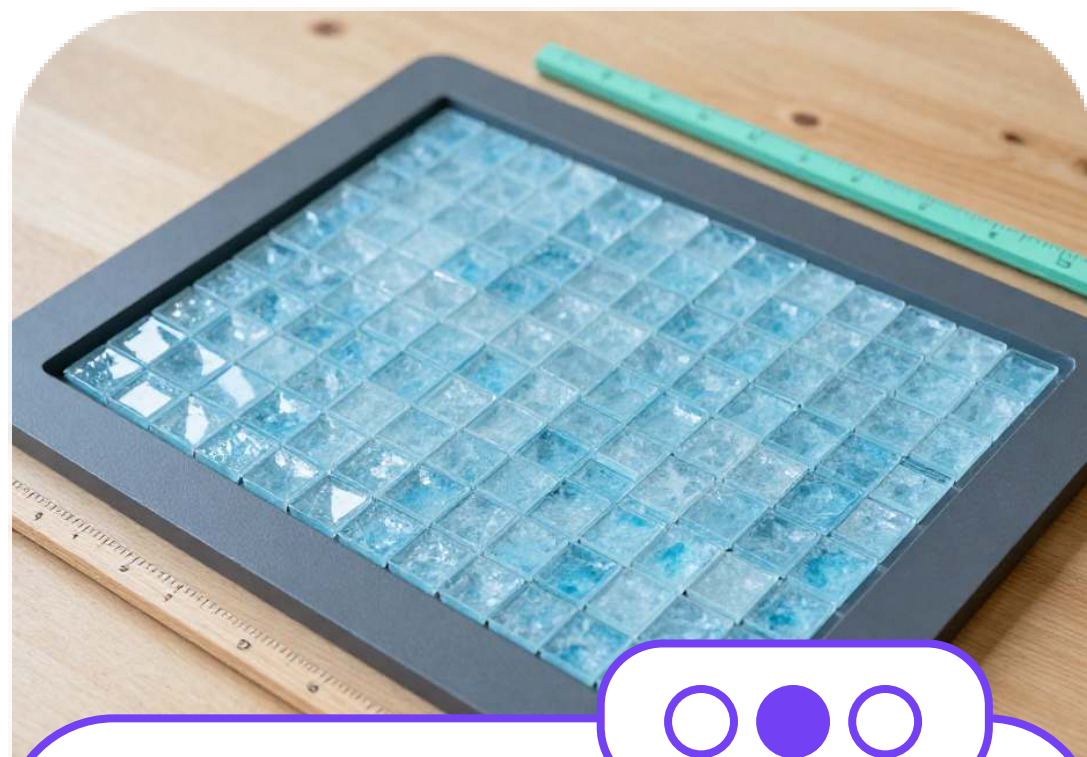
3

Если условие не выполнено

Когда степень в делителе больше, получается дробное выражение. В школьных заданиях это важно заметить до начала вычислений.

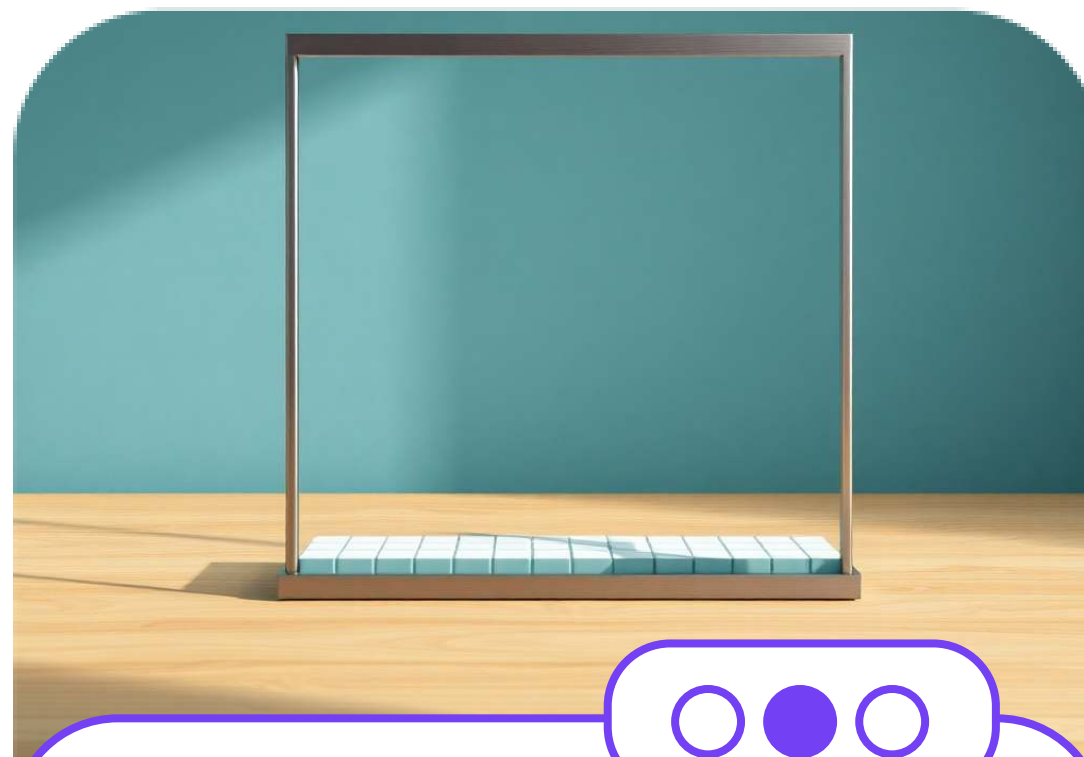
4

Одночлены в геометрии и формулах



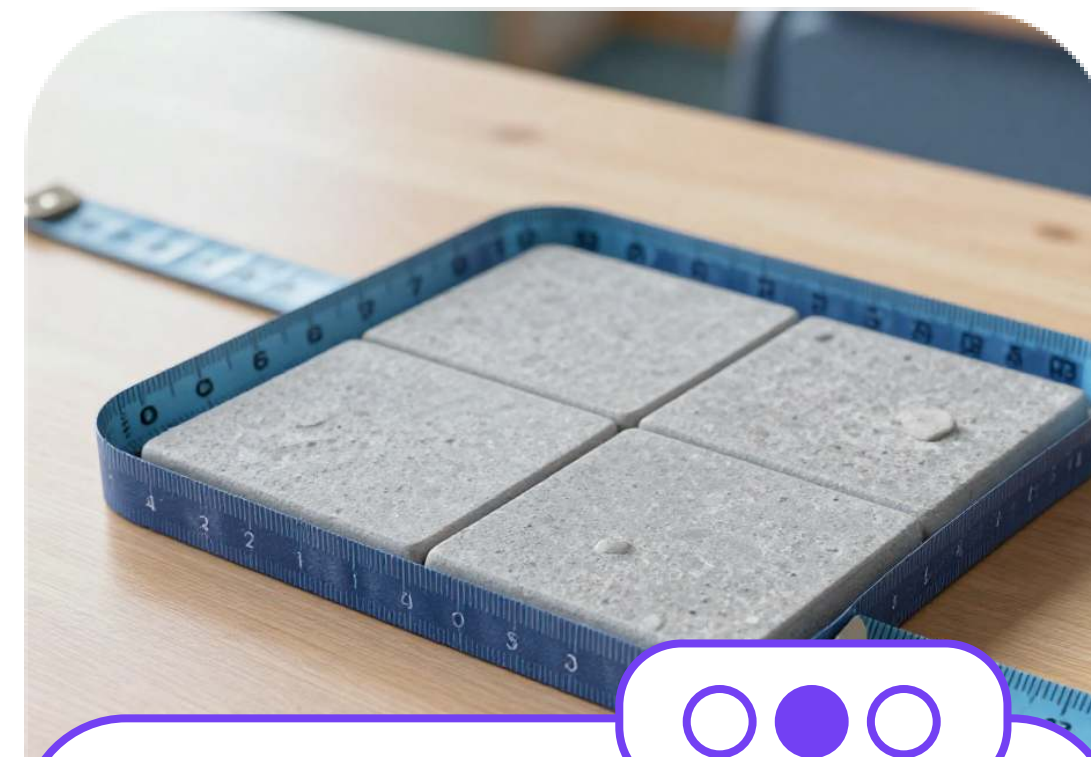
Площадь прямоугольника в записи

Если стороны прямоугольника обозначить буквами a и b , формула площади записывается как $S = ab$. Это удобный пример одночлена, который сразу связывает алгебру с геометрией и помогает быстро подставлять значения.



Квадрат и его сторона

Для квадрата со стороной x площадь равна x^2 . Здесь одна буква повторяется дважды, поэтому запись становится короче, чем обычное умножение $x \cdot x$, но смысл остаётся тем же.



Периметр как краткая формула

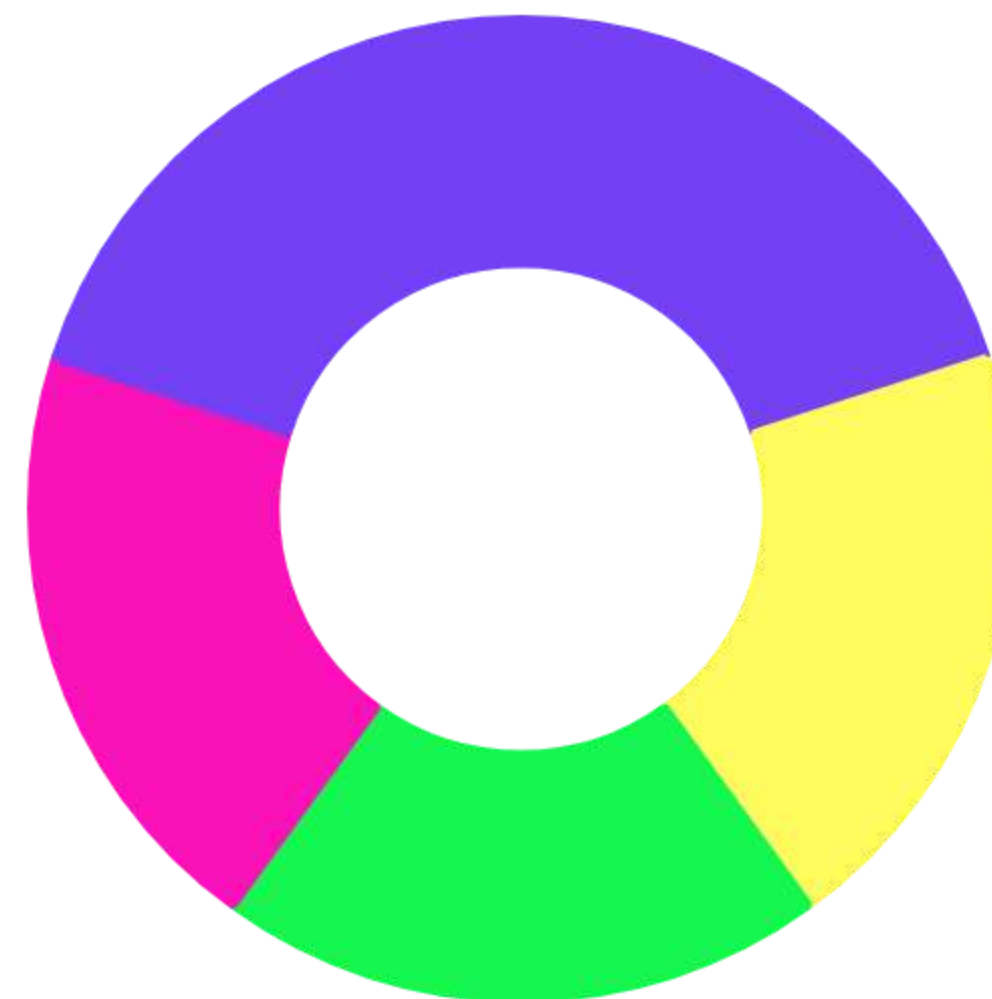
Периметр квадрата со стороной a можно записать как $4a$. Такая запись показывает, как одночлены помогают выражать повторяющиеся действия короче, без лишних вычислений и длинных словесных описаний.

Степени одночленов в учебных примерах



На диаграмме каждый пример показан отдельно, чтобы легко сравнить степень и состав буквенной части.

12 x $5a^2$ $3x^2y$ $2m^3n$



Примеры составлены по материалам школьного курса алгебры 7 класса

Число букв само по себе не определяет степень: важна сумма показателей степеней всех букв.

Типичные ошибки при работе с одночленами

Правила преобразования выражений в школьной алгебре

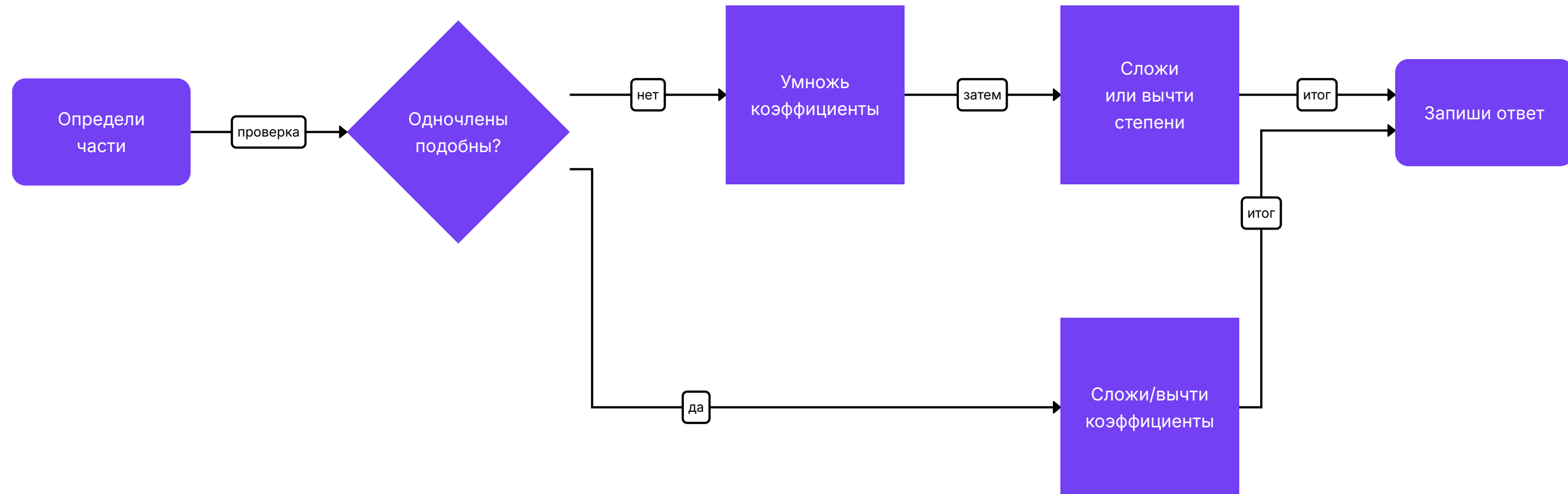
Ошибка	Верно	Почему
$2x+3y$	сумма	разные буквы
$3a^2 \cdot 2a$	$6a^3$	степени складывают
$5x^2y : 2$	не одночлен	запись не приведена
x^2 и $2x^2$	подобные	буквы совпадают

Сравнение неверной записи и правильного ответа помогает быстрее запомнить правила преобразования.

Большинство ошибок связано с невниманием к буквенной части и степеням; проверка по шагам помогает их избежать.

Алгоритм действий с одночленами

Последовательность для вычислений и преобразований в заданиях 7 класса



Где пригодятся одночлены в дальнейшем обучении



Упрощение выражений

Одночлены помогают сокращать запись и выполнять вычисления быстрее, когда нужно привести выражение к более удобному виду.



Степени и формулы

При изучении степеней становится легче понимать, почему показатели складываются и как устроены короткие записи вида x^2 или a^3 .



Геометрические задачи

В формулах площади и периметра одночлены показывают связь между буквенными обозначениями и реальными измерениями фигур.



Преобразование выражений

Тема нужна, чтобы уверенно раскрывать скобки, приводить подобные слагаемые и переходить к более сложным алгебраическим записям.



Решение уравнений

Когда одночлены распознаются без ошибок, проще выполнять проверку решений и не теряться в вычислениях с буквами и числами.



Одночлены: главное без лишнего



Одночлен легко узнать по произведению чисел и букв. Важно помнить коэффициент, степень и стандартный вид записи: они помогают правильно сравнивать, складывать, умножать и делить выражения.

