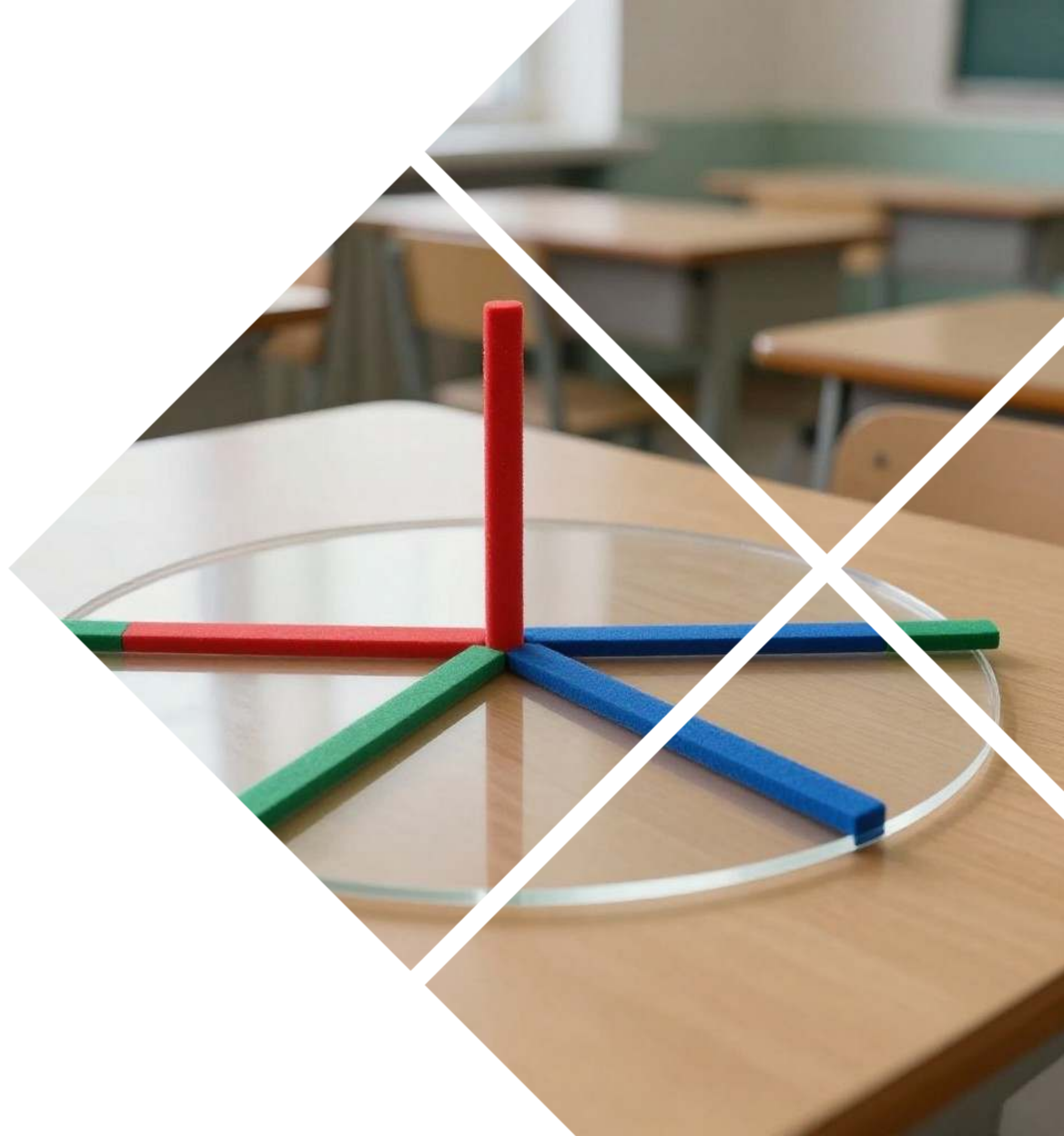


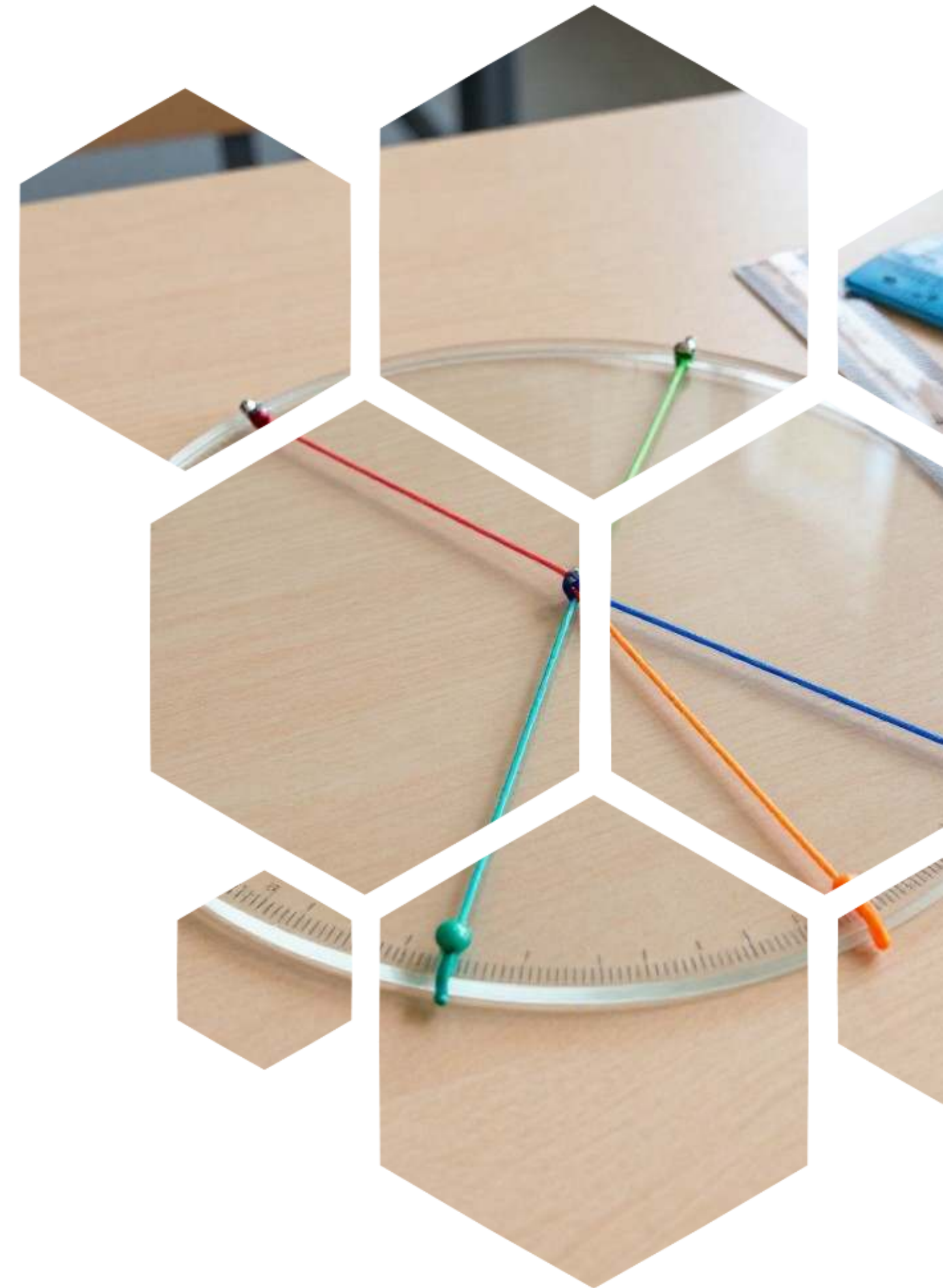
Углы, связанные с окружностью

Центральный, вписанный и касательный
углы: как читать окружность без ошибок



Зачем изучать углы в окружности

Эти углы помогают решать задачи на построение, измерение и доказательство. Они встречаются в часах, колёсах, диаграммах и развязках, а в 9 классе становятся основой быстрых и точных геометрических решений.



Центральный угол и соответствующая дуга

01

Где расположен угол

Центральный угол образуется двумя радиусами, поэтому его вершина всегда находится в центре окружности, а стороны пересекают окружность в двух точках.

02

Связь с дугой

Такой угол выделяет дугу между точками пересечения радиусов с окружностью. Именно эта дуга считается соответствующей данному центральному углу.

03

Главное правило

Градусная мера центрального угла всегда равна градусной мере соответствующей дуги. Поэтому по одной величине легко находят другую без дополнительных построений.

Вписанный угол и его свойства

01

Положение вершины

Вписанный угол имеет вершину на окружности, а его стороны пересекают окружность в двух других точках, образуя опорную дугу.

02

Основная теорема

Величина вписанного угла равна половине дуги, на которую он опирается. Это правило позволяет быстро находить неизвестные углы на чертежах.

03

Примеры значений

Если дуга равна 100° , то вписанный угол равен 50° .
Если дуга составляет 180° , вписанный угол становится прямым и равен 90° .

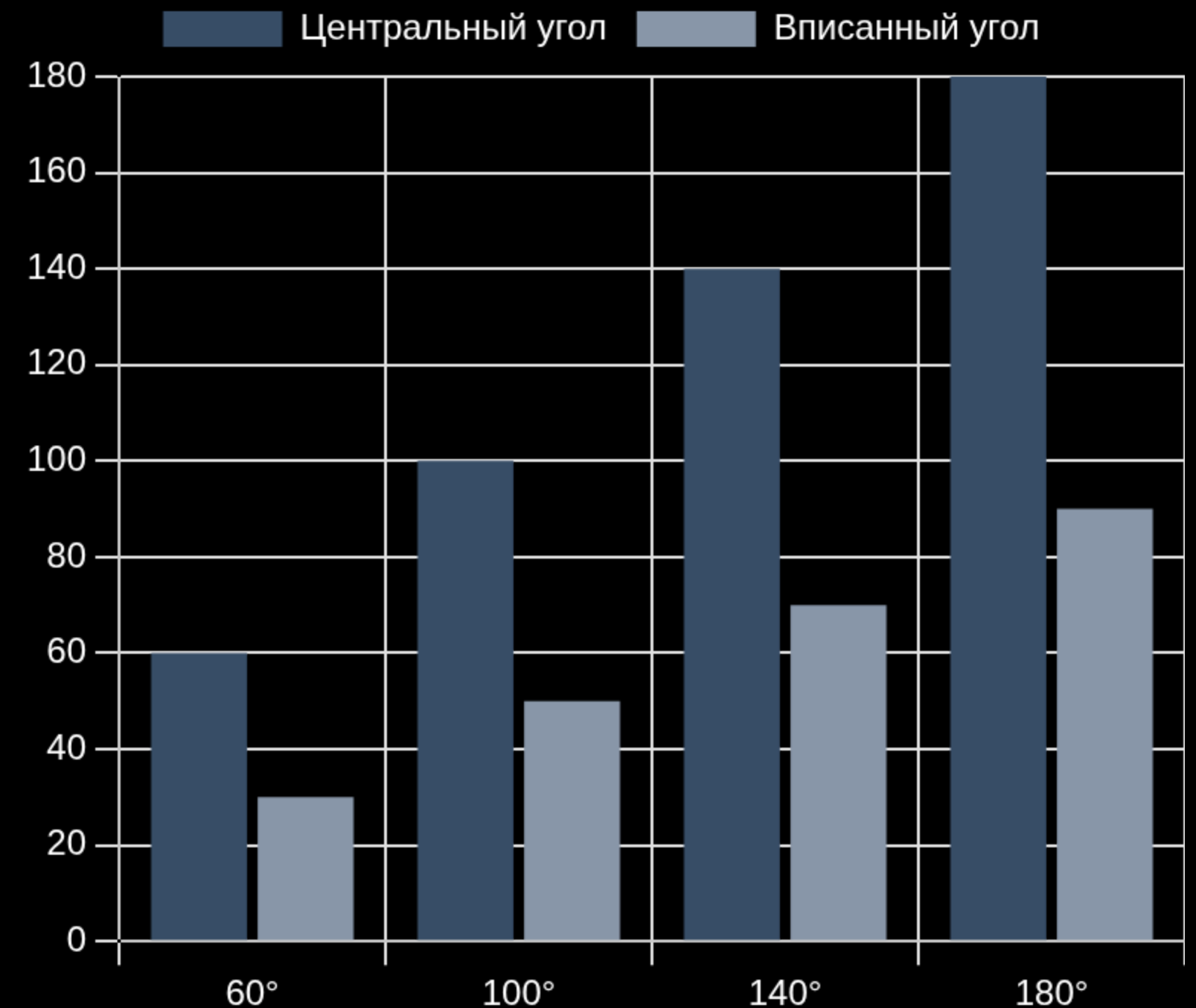


Сравнение дуги, центрального и вписанного углов

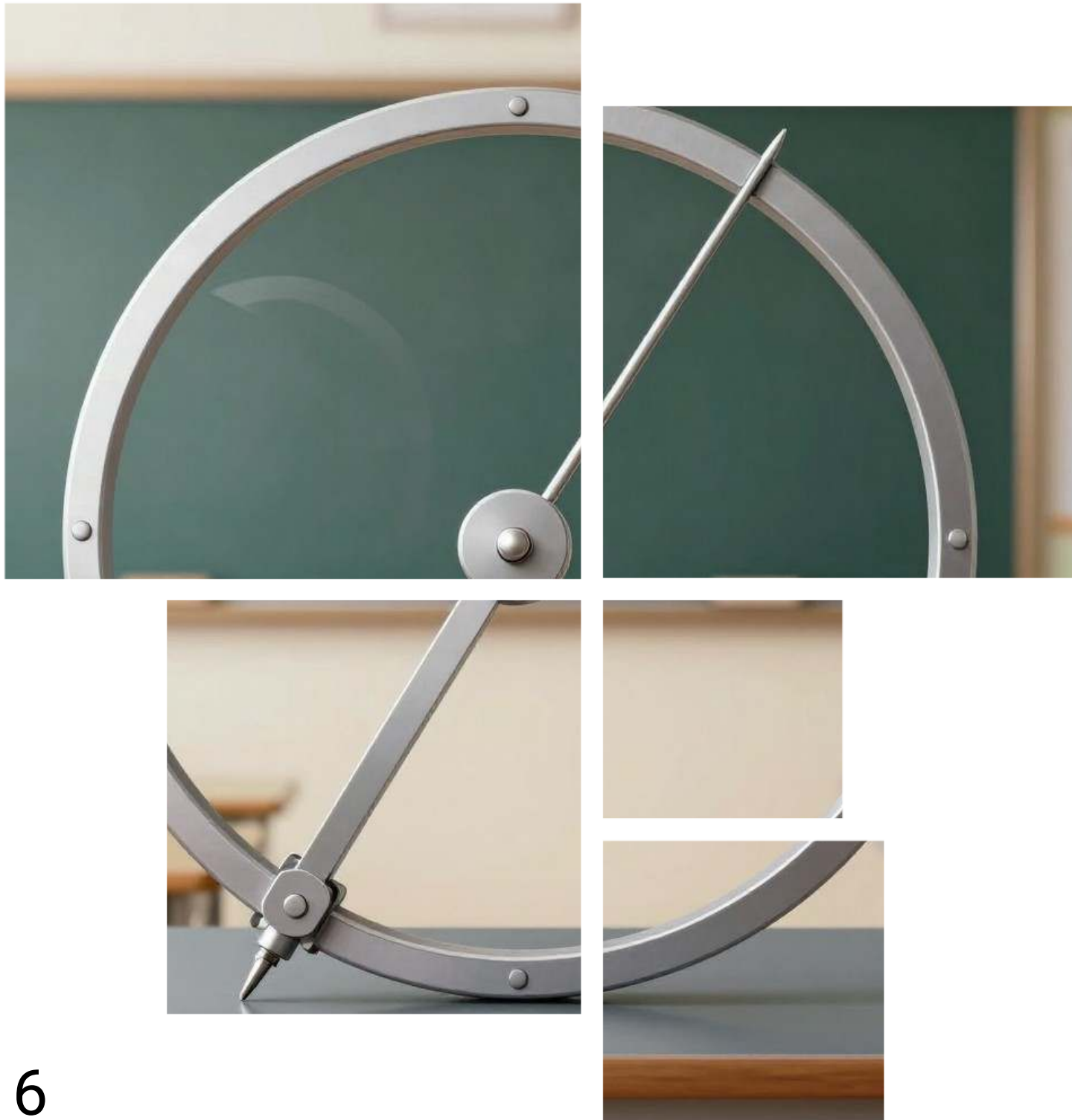
На графике видно, как одна и та же дуга по-разному связана с двумя видами углов в окружности.

Центральный угол совпадает с дугой, а вписанный всегда составляет её половину.

Составлено по теоремам школьной геометрии



Касательная и хорда: угол в точке касания



■ Что такое касательная

Касательная касается окружности только в одной точке. В этой точке она образует особый угол с хордой, проходящей через точку касания.

■ Роль хорды

Хорда соединяет две точки окружности и вместе с касательной задаёт угол, связанный с дугой, расположенной внутри этого угла.

■ Главное свойство

Угол между касательной и хордой равен половине соответствующей дуги. Поэтому при дуге 70° угол равен 35° , а при 150° — 75° .

■ Что отметить на рисунке

При решении важно выделить точку касания, саму хорду и нужную дугу. Тогда легко выбрать правильное правило и не перепутать стороны угла.

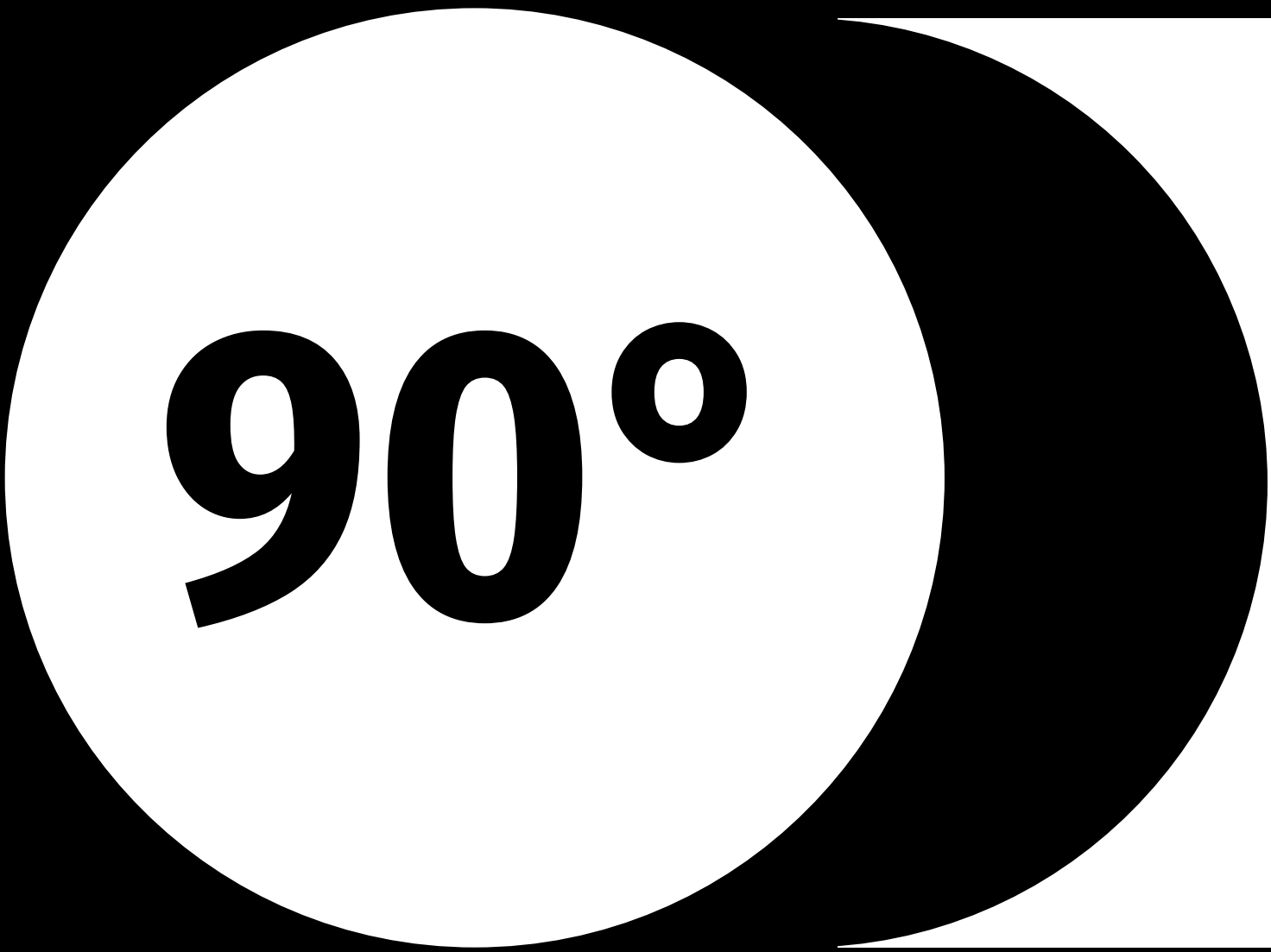
Основные виды углов в окружности

Таблица помогает быстро сопоставить положение вершины угла и правило для его вычисления.

Во всех случаях ответ связан с градусной мерой дуги, поэтому сначала нужно найти именно её.

Вид угла	Вершина	Величина
Центральный	В центре	Равен дуге
Вписанный	На окружности	Половина дуги
Касательная и хорда	В точке касания	Половина дуги

Теоремы о углах в окружности



90°

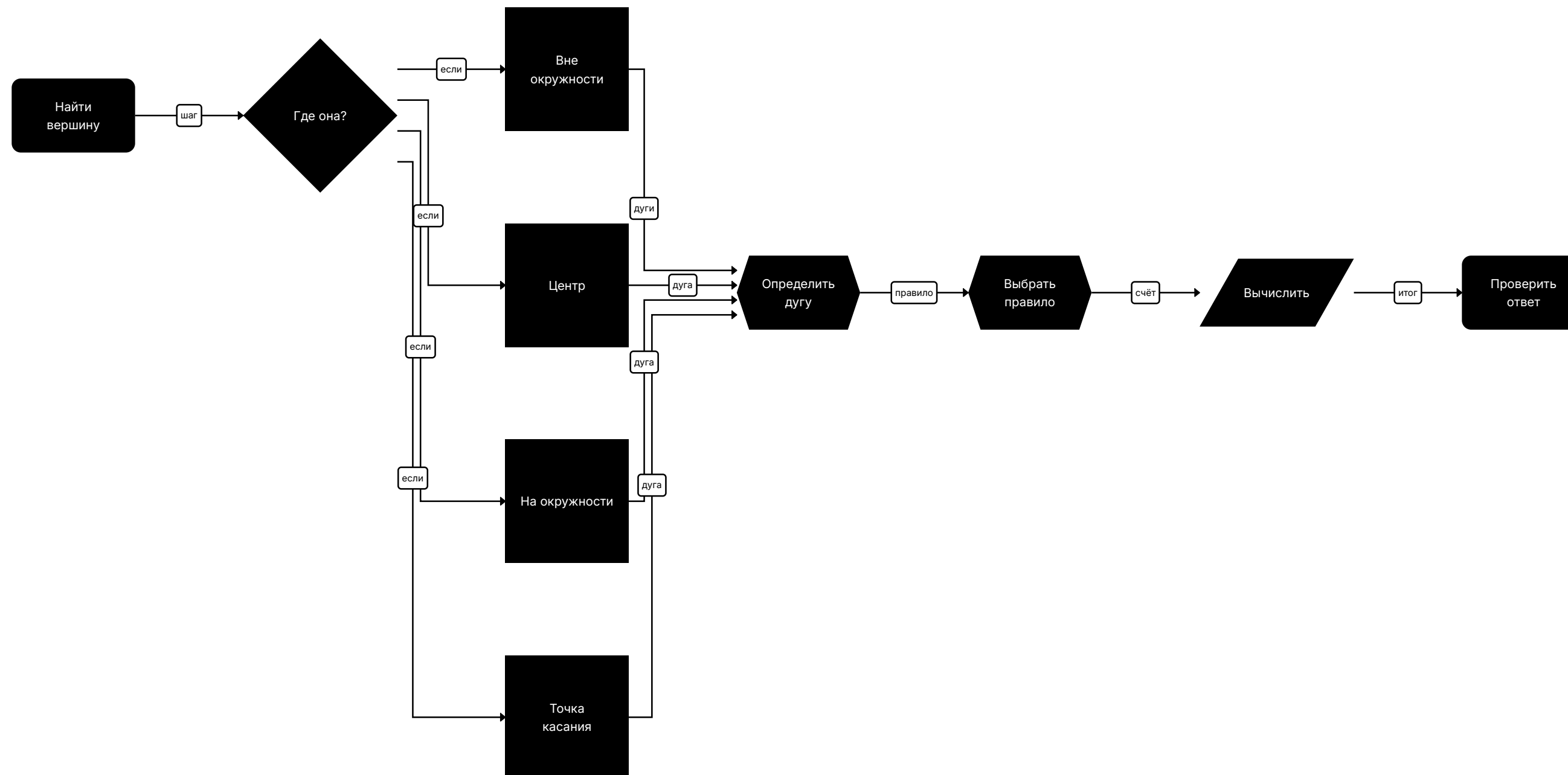
— всегда
составляет
вписанный угол,
опирающийся
на диаметр.

Диаметр делит окружность на две полуокружности,
и такой вписанный угол неизменно оказывается
прямым. Это удобно для проверки чертежей
без измерений.

Теорема о вписанном угле

Как найти неизвестный угол в окружности

Пошаговая схема выбора нужного правила и вычисления по дуге.



Равные углы, опирающиеся на одну дугу

- **Одна дуга**

Если два вписанных угла опираются на одну и ту же дугу, то они равны. Их величина определяется одним и тем же отрезком окружности.

- **Равные дуги**

Когда вписанные углы опираются на равные дуги, они тоже равны. Это помогает сравнивать углы без измерения и искать скрытые равенства на чертеже.

- **Практическая польза**

Одну дугу часто используют сразу для нескольких углов, поэтому это свойство позволяет быстро находить неизвестные значения и сокращает число вычислений.

Секущая, касательная и внешний угол

01

Что такое секущая

Секущая пересекает окружность в двух точках и задаёт дугу, на которую опирается внешний угол. Именно эта дуга помогает связать рисунок с градусной мерой угла без лишних измерений.

02

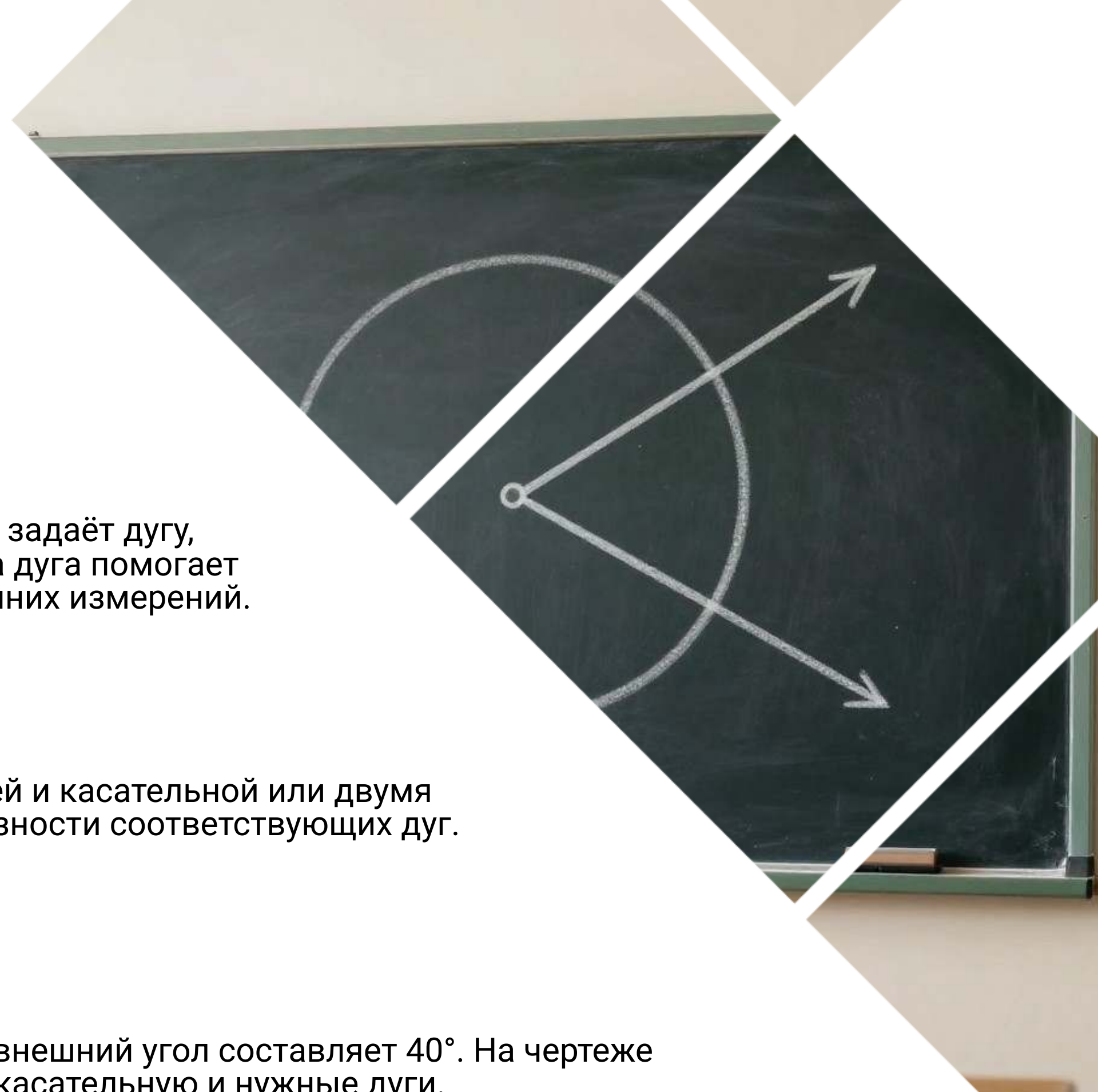
Как находят угол

Если внешний угол образован секущими, секущей и касательной или двумя касательными, его величина равна половине разности соответствующих дуг. Чем больше разность дуг, тем больше сам угол.

03

Простой пример

При дугах 160° и 80° разность равна 80° , значит внешний угол составляет 40° . На чертеже важно отметить вершину угла, обе секущие или касательную и нужные дуги.

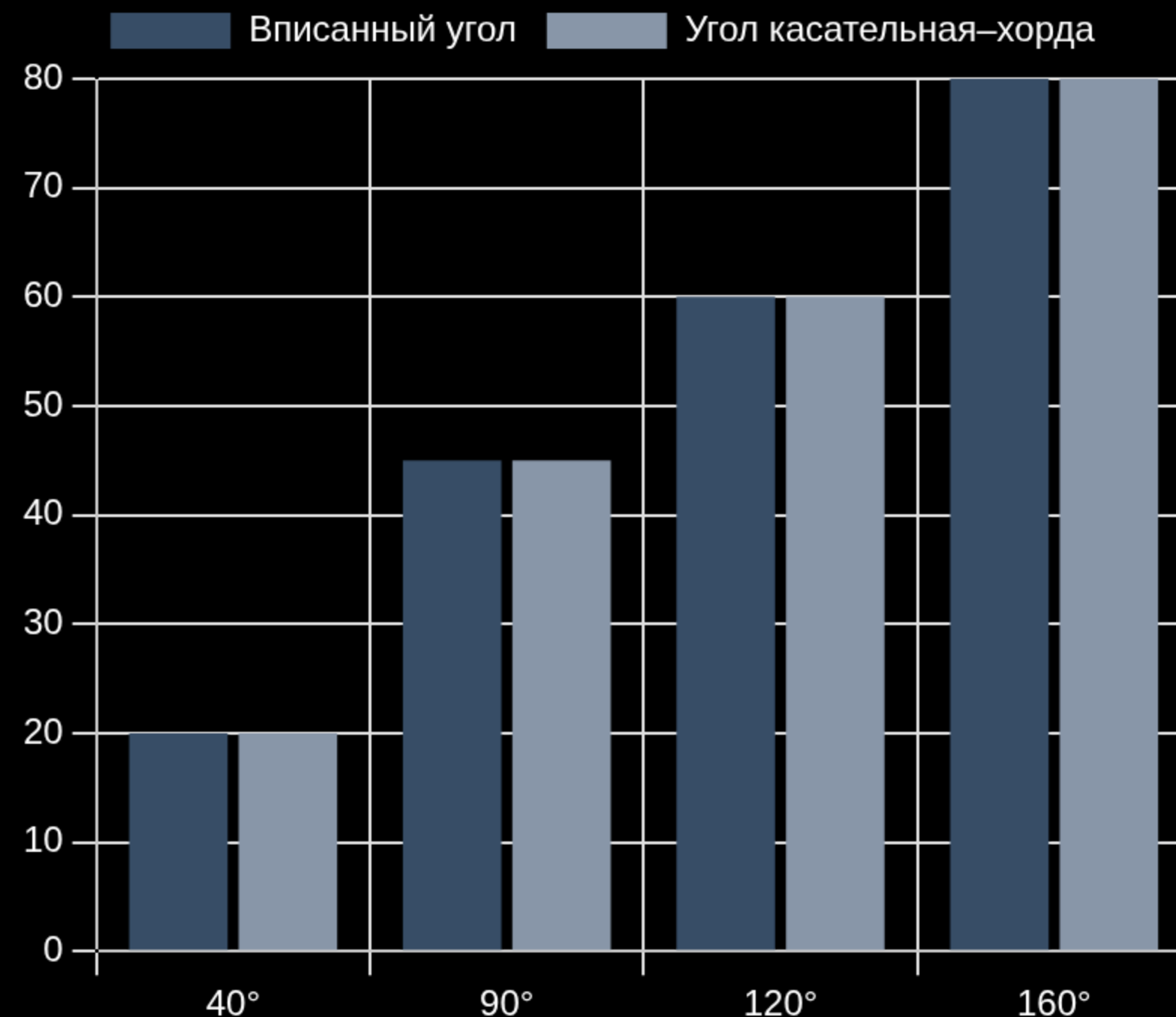


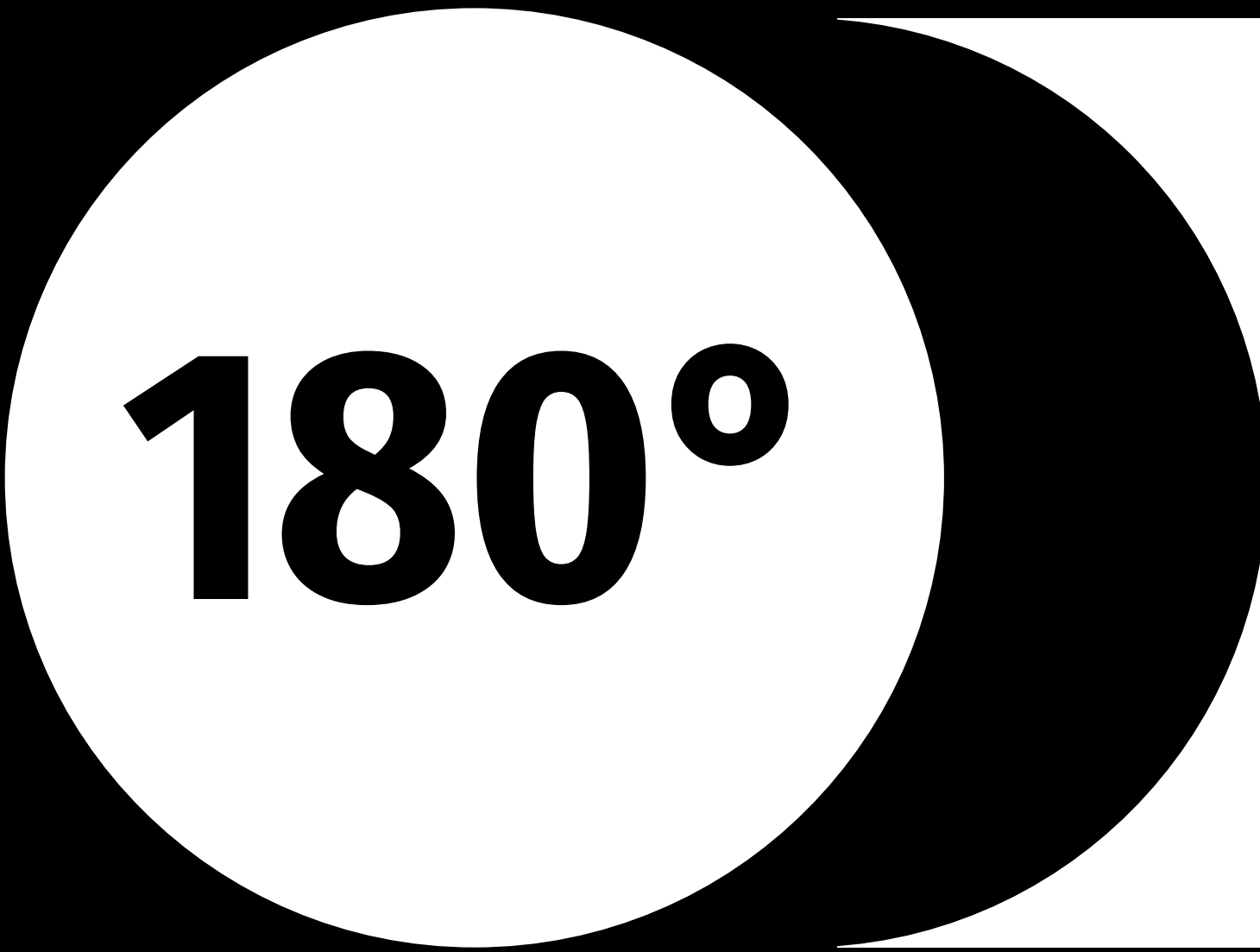
Проверка зависимости между дугой и вписанным углом

Для одних и тех же дуг показаны два разных угла, которые подчиняются одному правилу. Это удобно для сравнения и проверки вычислений на чертеже.

Обе величины растут пропорционально дуге и всегда составляют её половину. Значит, достаточно знать дугу, чтобы сразу найти нужный угол.

Учебные теоремы по геометрии о вписанном угле и угле между касательной и хордой





180°

Это правило позволяет быстро находить неизвестный угол, если известен противоположный. Оно особенно полезно в задачах на доказательство и в чертежах с несколькими окружностями.

— к этой сумме должны
равняться
противоположные углы
вписанного
четырёхугольника.

Теорема о вписанном четырёхугольнике

Формулы, которые нужно помнить

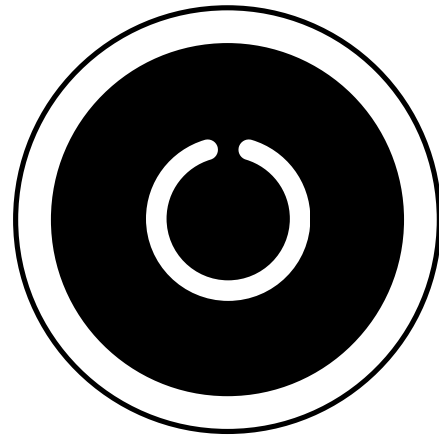
▶ Краткая таблица основных зависимостей между углами и дугами окружности.

▶ Все правила сводятся к дуге, поэтому сначала нужно определить, какая именно дуга связана с углом.

Случай	Правило
Центральный	= дуга
Вписанный	= $\frac{1}{2}$ дуги
Касательная и хорда	= $\frac{1}{2}$ дуги
Внешний	= $\frac{1}{2}$ разности дуг
Вписанный четырёхугольник	сумма 180°

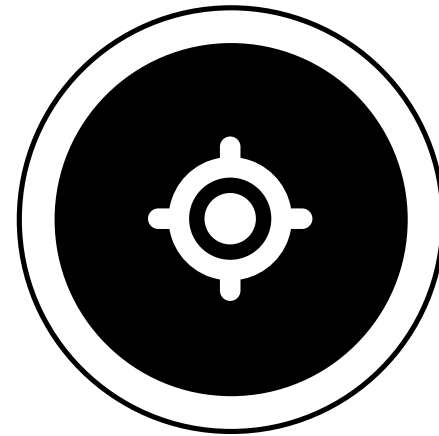
Основные теоремы темы «Углы, связанные с окружностью»

Типичные ошибки при решении задач



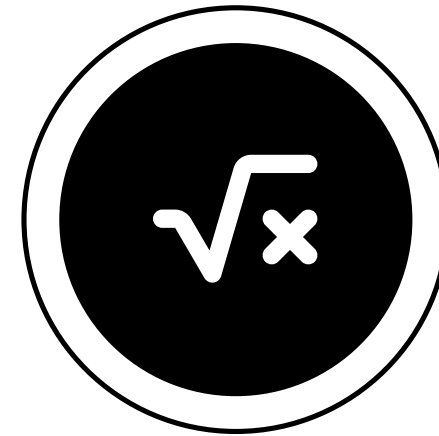
Путают дугу и угол

Ребята часто считают дугу и угол одной и той же величиной. На самом деле дуга — это часть окружности, а угол измеряется между его сторонами в градусах.



Берут не ту дугу

Иногда выбирают большую дугу вместо нужной меньшей или смотрят на противоположную сторону окружности. Перед вычислением важно точно отметить, на какую дугу опирается угол.



Забывают про половину

Вписанный угол и угол между касательной и хордой равны половине дуги, а не всей дуге. Если это пропустить, ответ получится вдвое больше правильного.

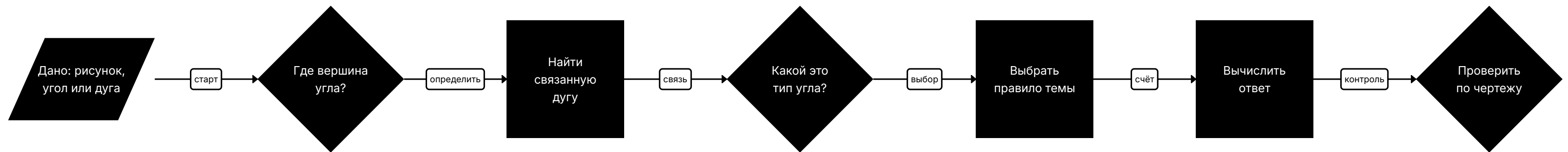


Не проверяют рисунок

После вычисления полезно сравнить ответ с чертежом: острый, прямой или тупой угол должен выглядеть именно так. Эта проверка сразу показывает случайную ошибку.

Порядок решения задач на углы в окружности

Последовательность действий помогает не пропустить нужную теорему и правильно связать угол с дугой.



Примеры из жизни и техники



Часы на стене

На циферблате стрелки образуют центральный угол, вершина которого находится в центре круга. По нему легко понять, сколько времени прошло между двумя положениями стрелок. Такой пример помогает увидеть, как теорема работает в привычной ситуации.



Колесо велосипеда

Спицы колеса напоминают радиусы, а обод — окружность, по которой можно проводить хорды и дуги. На таком изображении удобно объяснять симметрию и искать равные углы, если точки расположены одинаково относительно центра.



Дорога и поворот

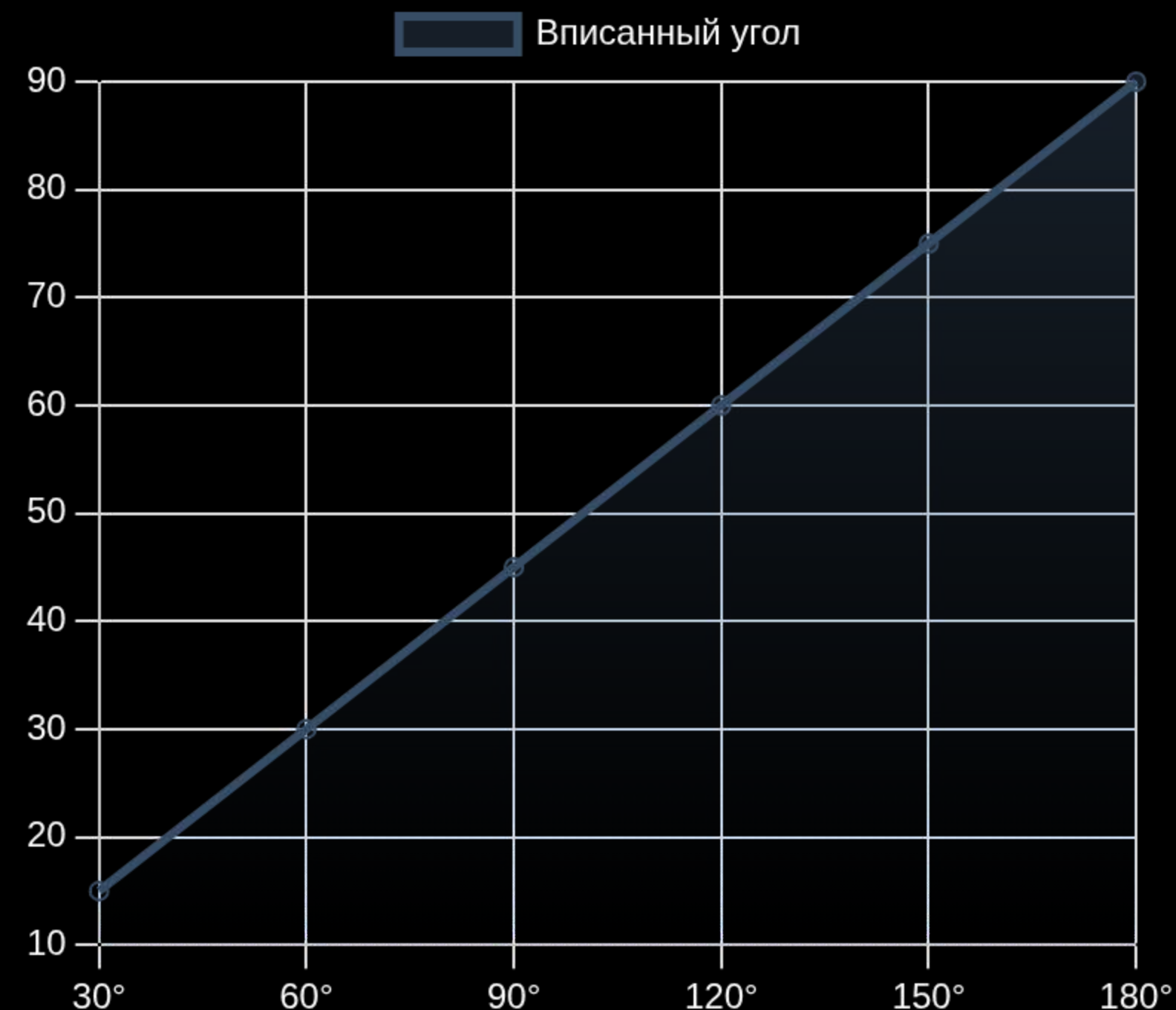
На круговых развязках и спортивных дорожках постоянно встречаются дуги, касательные и секущие. Углы поворота здесь важны для правильного движения и удобного расчёта траектории, поэтому геометрические правила помогают читать такие схемы.

Пропорциональная связь дуги и вписанного угла

Линия графика показывает одинаковый закон для всех значений: чем больше дуга, тем больше вписанный угол. Это позволяет быстро делать проверку ответа.

Точки лежат на прямой, потому что угол всегда равен половине дуги. Значит, зависимость стабильна и не меняется от выбранного примера.

Теорема о вписанном угле, 9 класс



Мини-памятка для решения задач

01

Найди вершину

Сначала посмотри, где находится вершина угла: в центре, на окружности, в точке касания или вне круга. От этого зависит, какое правило нужно применять.

02

Определи дугу

Затем отметь дугу, с которой связан угол. Ошибка в выборе дуги сразу приводит к неверному ответу, поэтому полезно выделять её на рисунке цветом или дугой.

03

Выбери теорему

Для центрального угла берут всю дугу, для вписанного и угла между касательной и хордой — половину дуги, а для внешнего угла — половину разности дуг.

04

Вычисли аккуратно

После выбора правила переведи все данные в градусы и выполни вычисление без спешки. Если угол внешний, сначала найди разность дуг, а потом раздели её пополам.

05

Проверь ответ

В конце сравни полученное значение с чертежом. Острый, прямой и тупой угол должны соответствовать своему виду, а в доказательствах нужно отдельно указать равные дуги или углы.

Что важно запомнить об углах в окружности

Все основные случаи сводятся к дугам окружности и положению вершины. Если уверенно пользоваться этими связями, задачи решаются быстрее, а доказательства становятся понятными и логичными.