

График функции: что показывает зависимость между величинами

График показывает, как меняется y при изменении x .



Зачем в 7 классе изучают графики функций

Графики помогают связать формулу, таблицу и рисунок, увидеть рост и спад величин, найти нули функции и понять, где значения запрещены или невозможны в задаче.

Что такое функция

1

Одно x — одно y

Функция задаёт правило, по которому каждому значению x соответствует ровно одно значение y . Именно поэтому зависимость можно описать формулой и затем построить её график.

2

Запись $y = f(x)$

Запись $y = f(x)$ означает, что значение y зависит от выбранного x . Меняя аргумент, мы получаем новые значения функции и можем проследить её изменение.

3

Примеры из 7 класса

В школьном курсе часто встречаются функции $y = x + 2$, $y = 2x$, $y = x^2$ и $y = |x|$. У каждой из них свой вид графика и свои особенности.

4

Когда это не функция

Если одному значению x соответствуют два разных значения y , такая зависимость не считается функцией. У функции всегда должно быть только одно правило соответствия.

Координатная плоскость и точка графика

Оси координат

График строят на координатной плоскости. Горизонтальная ось обозначает x , а вертикальная — y , поэтому по ним удобно читать положение любой точки.

Пара чисел

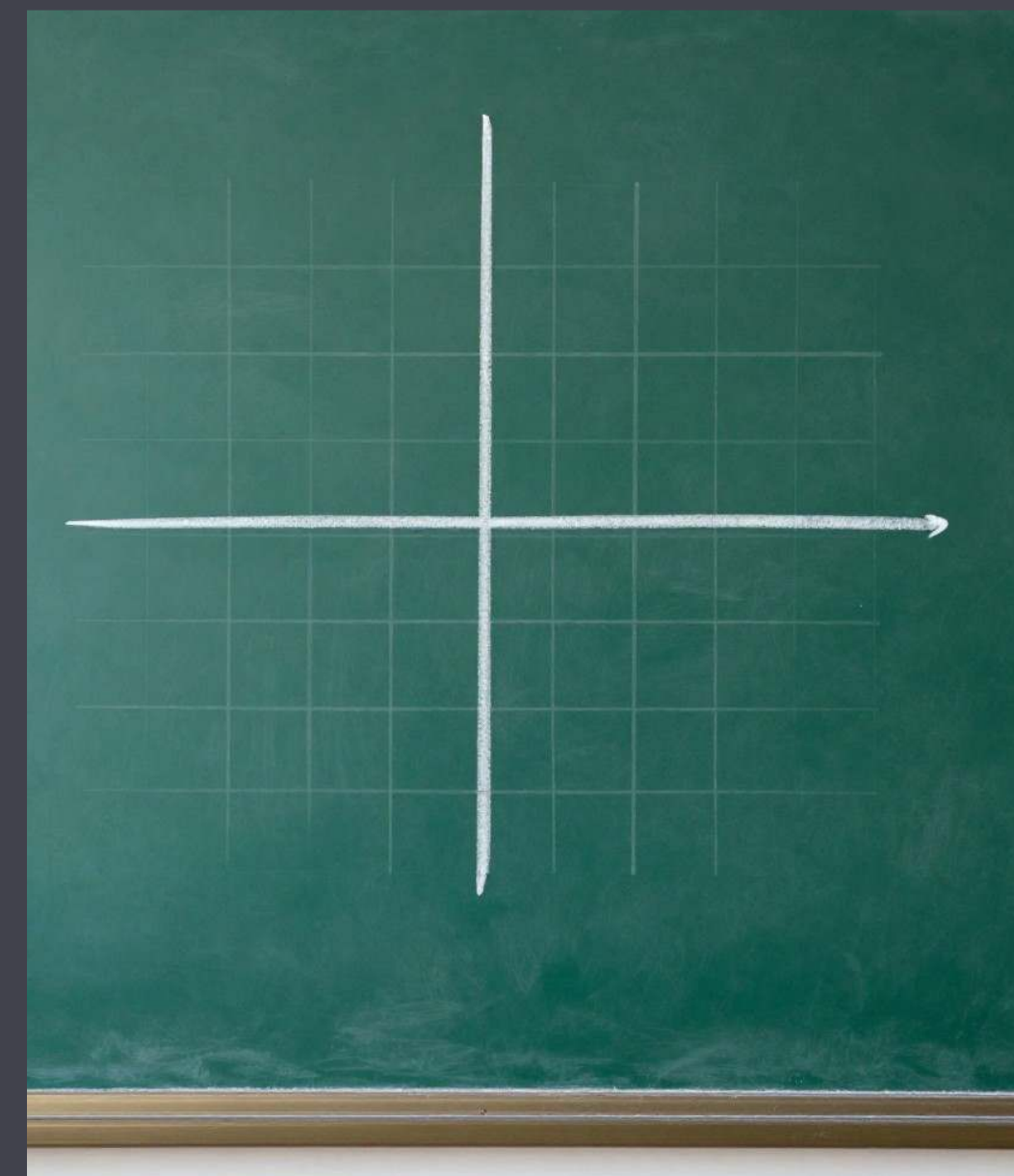
Каждая точка записывается как пара чисел $(x; y)$. Первая координата показывает положение по оси x , вторая — по оси y .

Принадлежность графику

Точка лежит на графике, если её координаты подходят формуле функции. Тогда подставленные значения x и y дают верное равенство.

Что видно на рисунке

На плоскости можно отметить точки, подписать деления и провести линию графика. Это помогает увидеть зависимость не по одному значению, а целиком.



Основные элементы графика функции

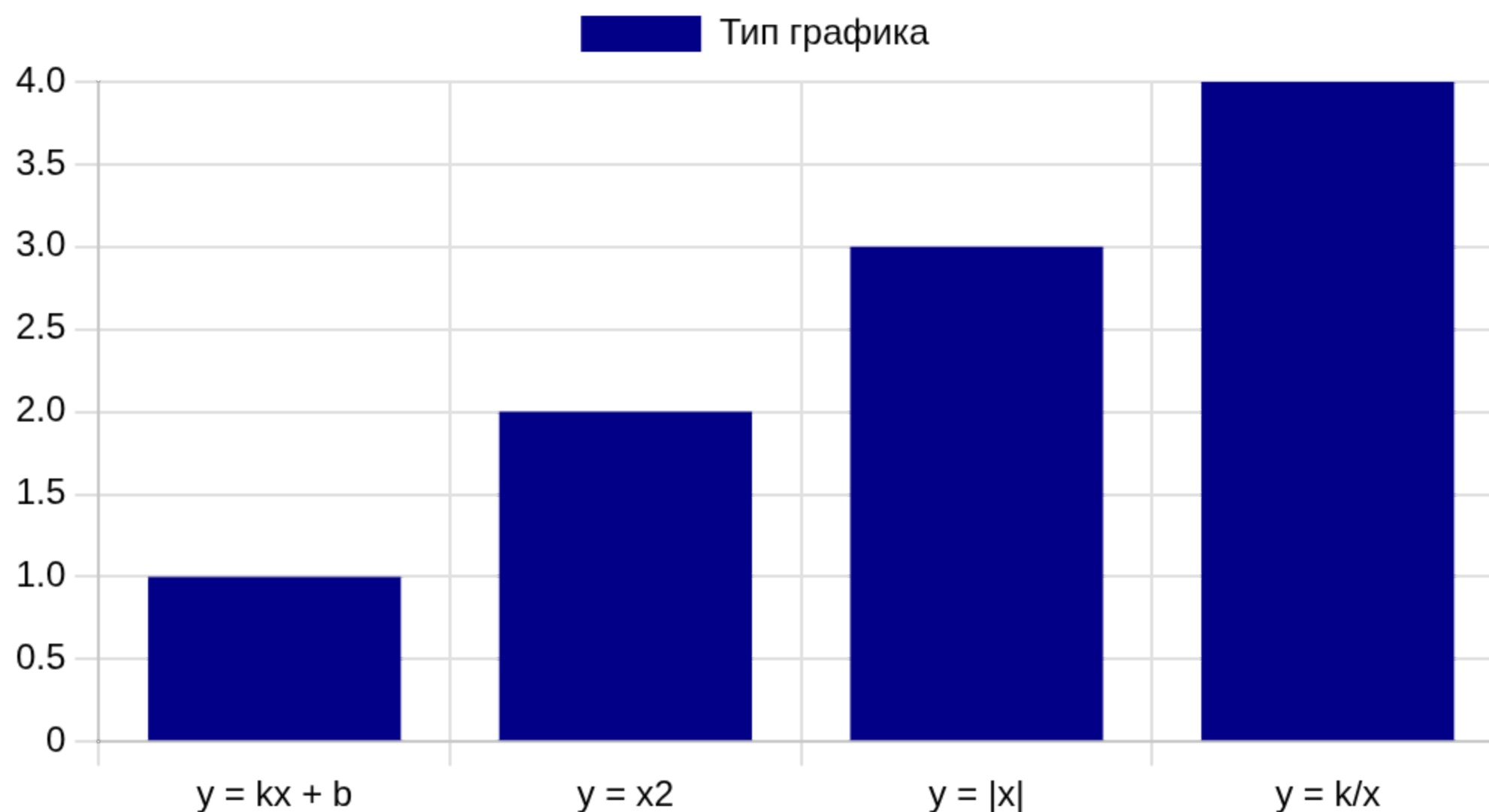
Элемент	Значение
Ось x	аргумент
Ось y	значение функции
Область определения	все x
Область значений	все y
Масштаб	деление

Эти элементы помогают правильно читать график и не перепутать координаты, значения функции и допустимые значения переменной.

Без понимания осей, области определения, области значений и масштаба график нельзя точно интерпретировать.

Обобщение по теме «График функции», алгебра 7 класса

Как выглядят графики разных функций



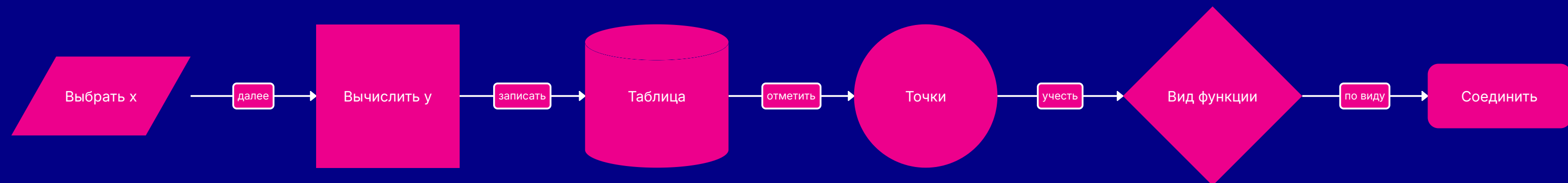
У каждой функции свой узнаваемый рисунок, поэтому по форме графика часто можно быстро понять, с каким правилом мы имеем дело.

Линейная функция, парабола, модуль и обратная пропорциональность различаются формой, симметрией и поведением при $x = 0$.

Обобщение по теме «Графики функций», алгебра 7 класса

Построение графика по таблице значений

Последовательность действий при построении графика функции по вычисленным точкам



Линейная функция и ее график

Прямая линия

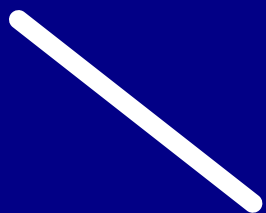
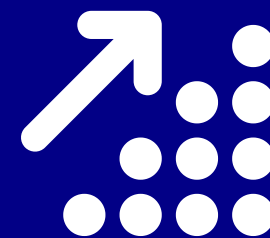


График линейной функции $y = kx + b$ всегда является прямой. По нему удобно видеть, как одно изменение x приводит к регулярному изменению y .

Наклон прямой



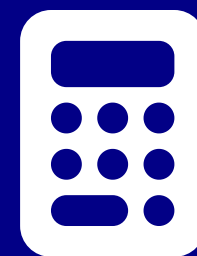
Коэффициент k задаёт направление наклона. При $k > 0$ прямая идёт вверх слева направо, а при $k < 0$ — вниз слева направо.

Пересечение с осью y



Число b показывает, где график пересекает ось y : в точке $(0; b)$. Если $b = 0$, прямая проходит через начало координат.

Одинаковое правило

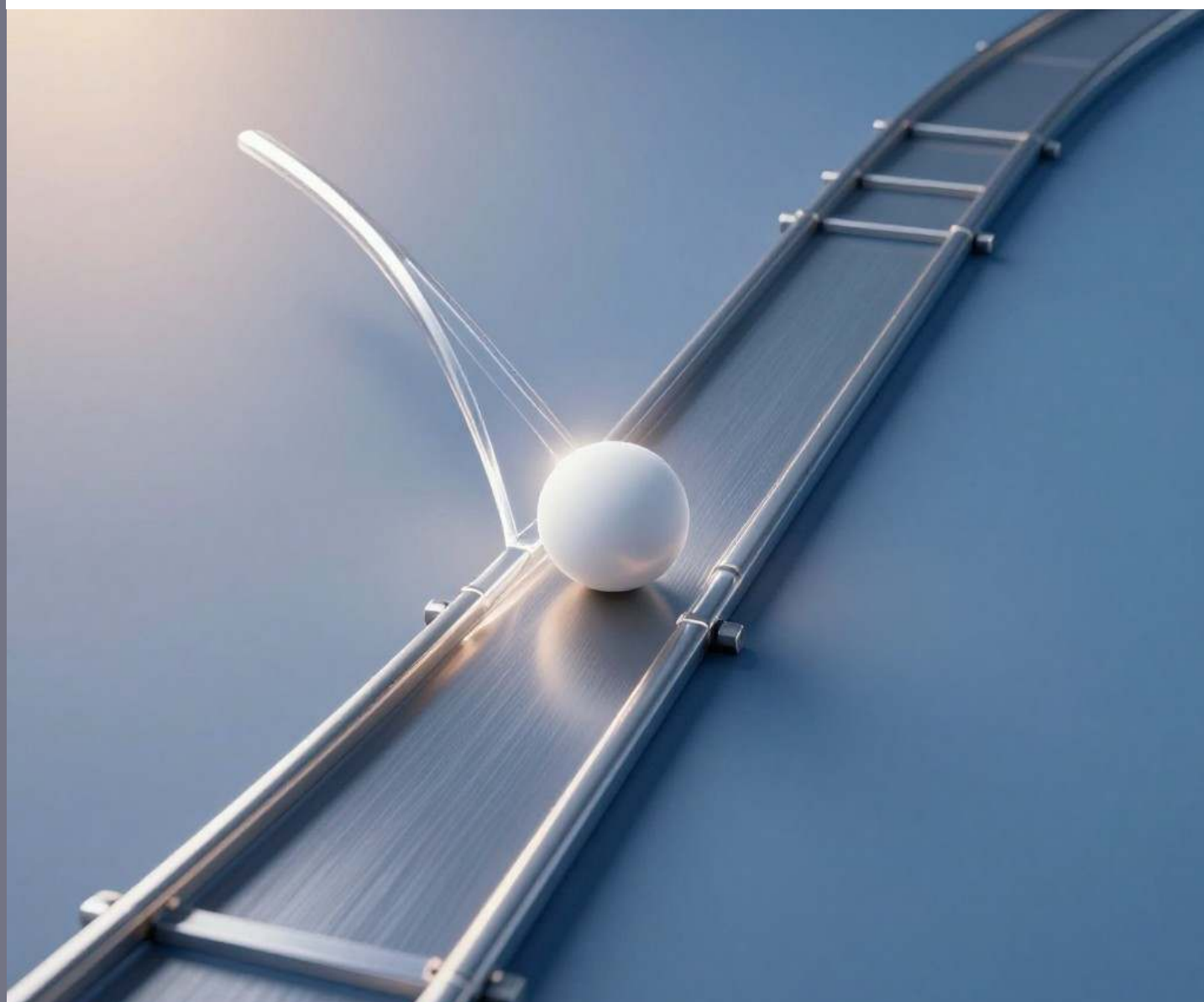


Линейная функция описывает ситуацию, где величина меняется по одному и тому же закону. Поэтому её график особенно удобен для сравнения и прогнозирования.

Квадратичная функция и парабола

Вершина и направление ветвей

График $y = x^2$ начинается в точке $(0; 0)$ и образует параболу. У функции $y = ax^2$ направление ветвей зависит от знака a : при $a > 0$ они идут вверх, а при $a < 0$ — вниз.



Почему парабола бывает шире или уже

Число a влияет не только на направление, но и на форму параболы. Чем больше $|a|$, тем график становится уже; чем меньше $|a|$, тем он шире и плавнее.

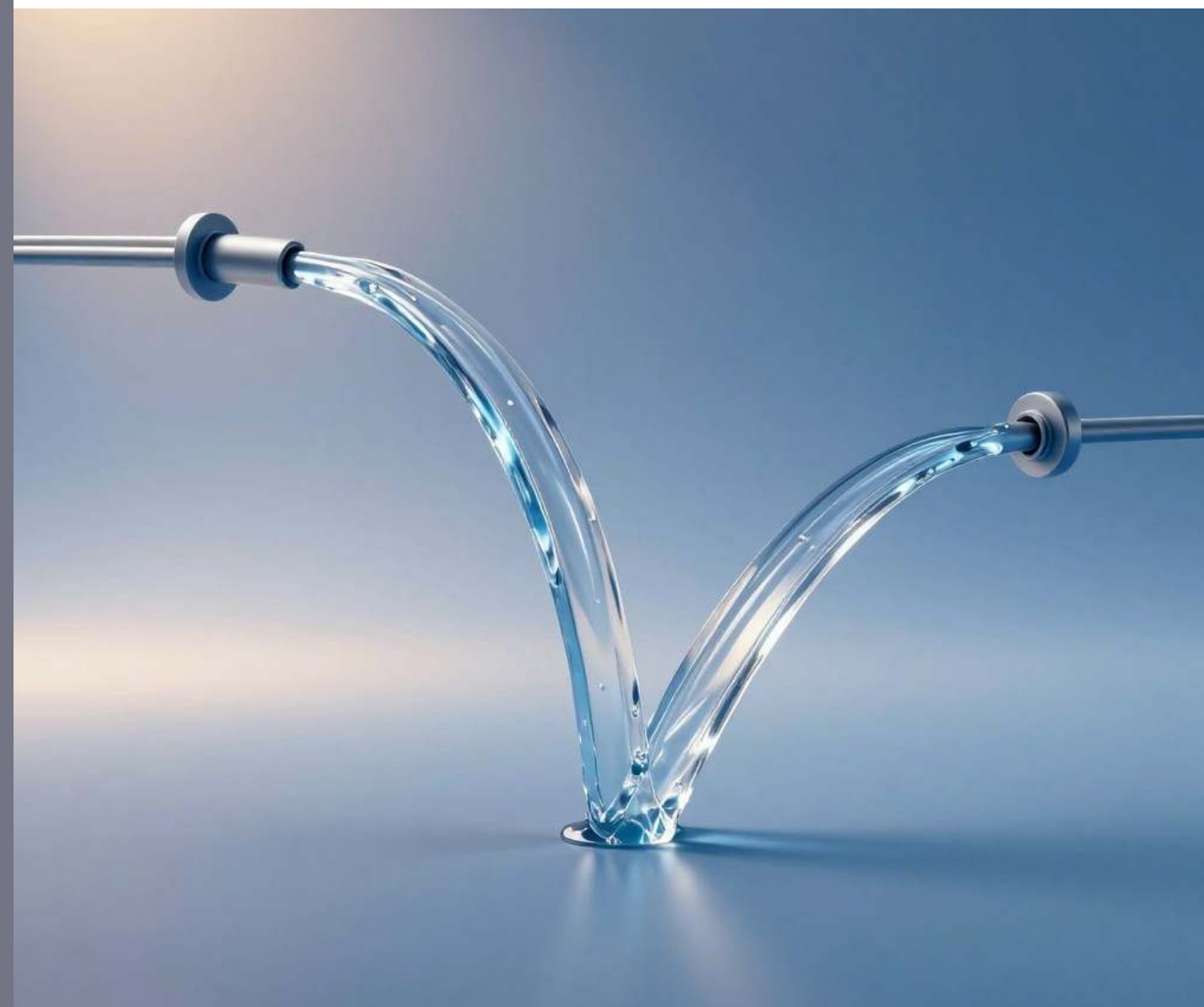


График функции модуля

1

Два луча

График $y = |x|$ состоит из двух лучей, которые сходятся в одной точке. Он образует угол и хорошо показывает, что модуль всегда неотрицателен.

2

Значения слева и справа

При положительных x значение y равно x , а при отрицательных x результат тоже становится положительным. Поэтому числа 3 и -3 дают одинаковый модуль.

3

Симметрия и минимум

График симметричен относительно оси y и имеет наименьшее значение в точке $(0; 0)$. Это делает его легко узнаваемым на координатной плоскости.

Как устроена обратная пропорциональность

Пара величин связана

При фиксированном значении произведения двух величин рост одной из них приводит к уменьшению другой. Такая зависимость описывается формулой $y = k/x$.

Ноль недопустим

Если $x = 0$, деление невозможно, поэтому график в этой точке не существует. Из-за этого на координатной плоскости появляются две отдельные ветви.

Чем больше x , тем меньше y

При увеличении $|x|$ значения $|y|$ уменьшаются, и график приближается к осям координат. Это удобно видеть, например, в задачах о времени и скорости.

Сравнение трёх основных графиков 7 класса

Функция	Форма	Признаки
$y = kx + b$	прямая	наклон, пересечение Oy
$y = x^2$	парабола	вершина, ось симметрии
$y = x $	угол	симметрия относительно Oy

Таблица помогает быстро увидеть форму графика и его главные признаки у трёх часто встречающихся функций.

У каждой функции есть узнаваемая форма и свои ключевые точки. По ним легче отличать графики и быстро находить важные свойства, включая число корней.

Обобщение свойств основных графиков алгебры 7 класса

Что означают область определения и область значений

Какие x допустимы

Область определения показывает, какие значения аргумента можно подставлять в формулу без ошибки. Она отвечает на вопрос: для каких x функция вообще имеет смысл.

Пример для $y = x^2$

Для квадратичной функции можно взять любое число x , поэтому область определения — все числа. Но значения y не бывают отрицательными, значит область значений начинается с нуля.

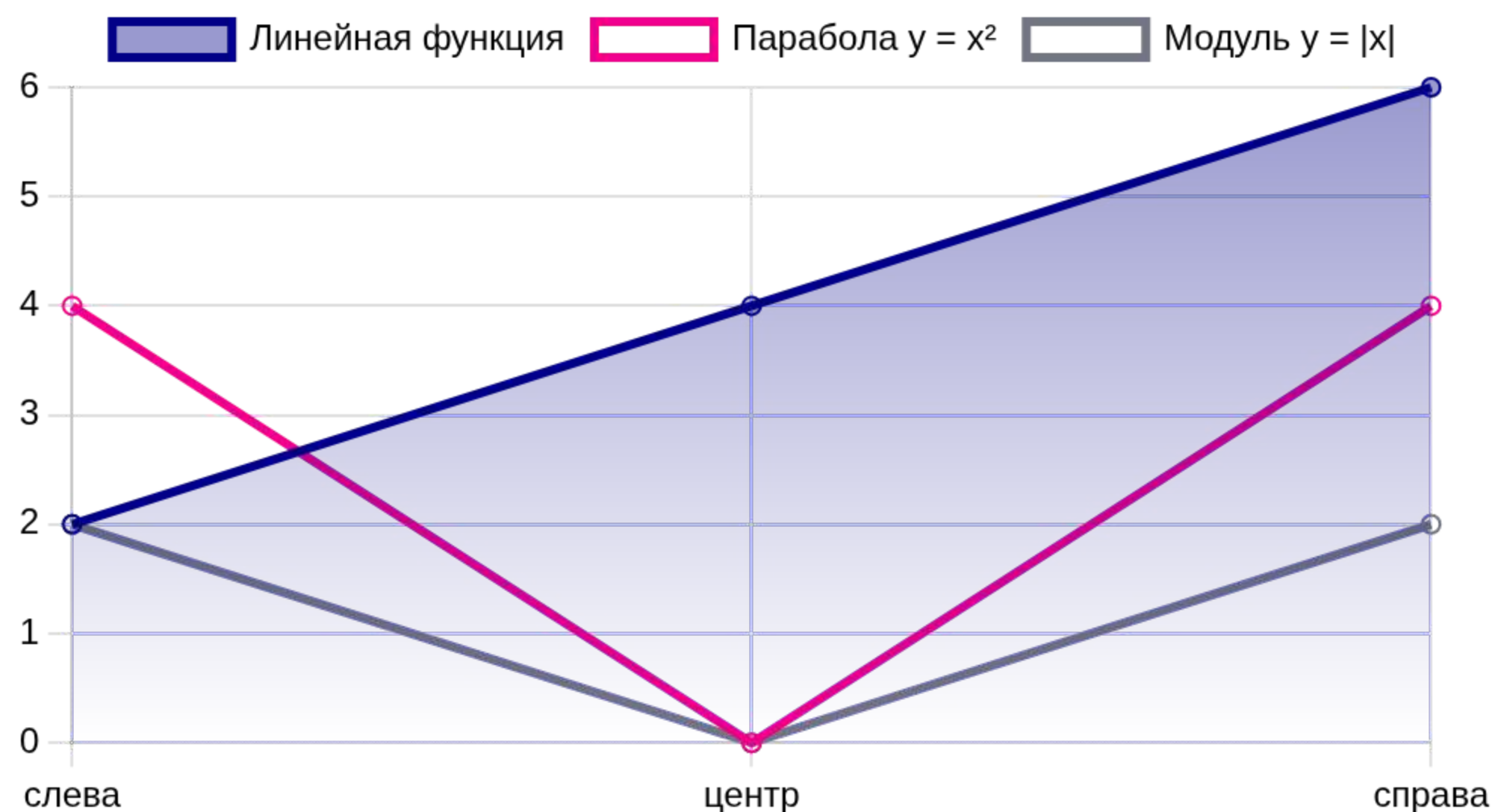
Какие y получаются

Область значений показывает все возможные результаты вычисления. Она помогает понять, какие значения функция может принимать на графике, а какие невозможны по самой формуле.

Пример для $y = 1/x$

У обратной пропорциональности нельзя использовать $x = 0$, потому что деление на ноль не определено. Поэтому на графике есть разрыв, а сама кривая обходится без этой точки.

Где на графике видно рост и спад



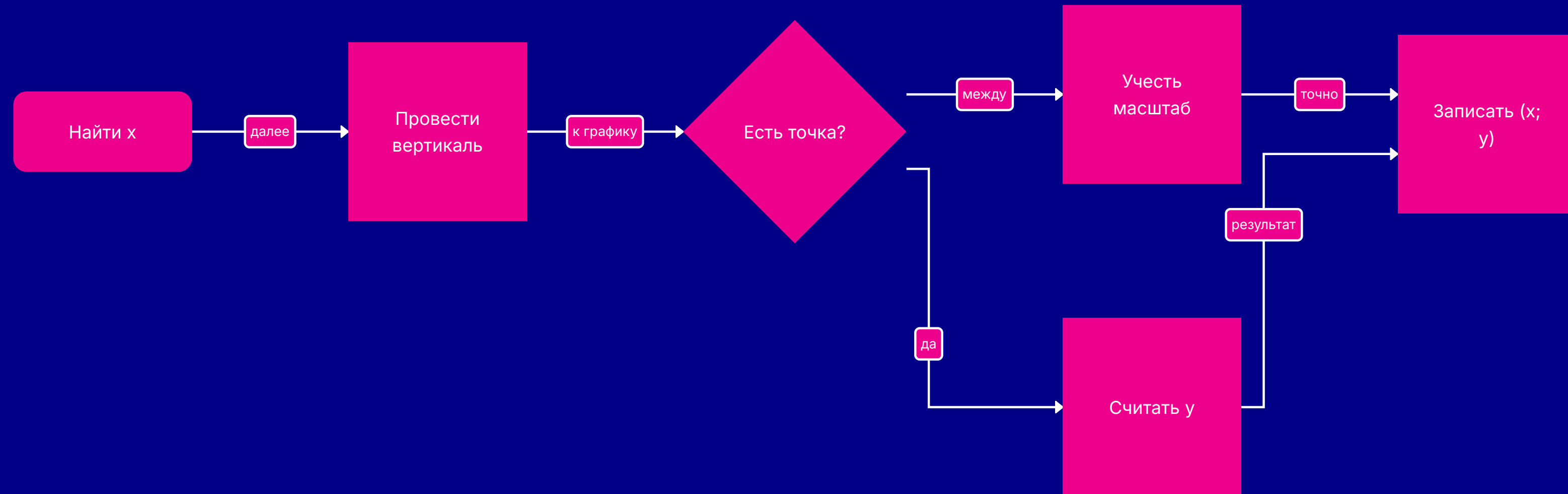
На одном рисунке удобно сравнить, как ведут себя значения функции на разных участках: они могут только расти, только убывать или менять направление.

Рост и спад зависят не только от вида графика, но и от его положения. По характерным участкам легко определить, где функция увеличивается, а где уменьшается.

Схематическое сравнение характерных участков графиков функций 7 класса

Как читать значение функции по графику

Последовательность действий при нахождении y по заданному x на координатной плоскости



Как увидеть симметрию на графике

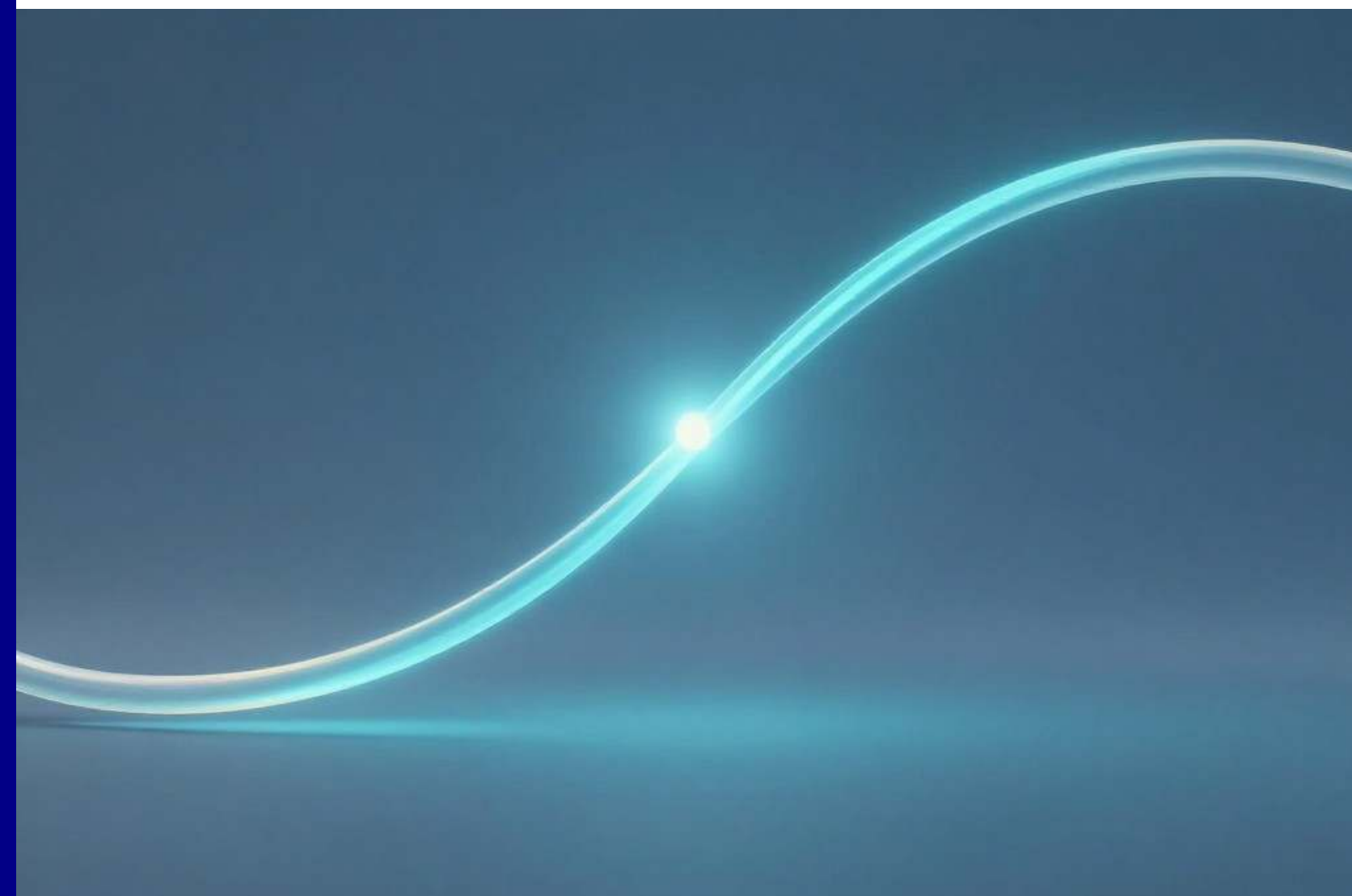
Зеркало относительно оси y

У графиков $y = x^2$ и $y = |x|$ левая и правая части совпадают, если мысленно сложить их по оси y . Точки справа и слева от оси находятся на одинаковом расстоянии, а значения функции одинаковы. Поэтому рисунок выглядит уравновешенным и аккуратным.



Симметрия относительно начала координат

У некоторых функций совпадают не стороны, а противоположные точки относительно начала координат. Если $f(-x) = -f(x)$, то каждому положительному x соответствует такое же по модулю отрицательное значение y . Так выглядит, например, график $y = x^3$, проходящий через центр координат.



Как переносить график на плоскости

1

Сначала меняем y

Если к значению функции прибавить число, весь график поднимается вверх. Если число вычесть, график опускается вниз, при этом его форма и наклон не меняются.

2

Сдвиг по оси x

Замена x на $x - a$ переносит график вправо на a единиц. Замена x на $x + a$, наоборот, сдвигает его влево на то же расстояние.

3

Форма сохраняется

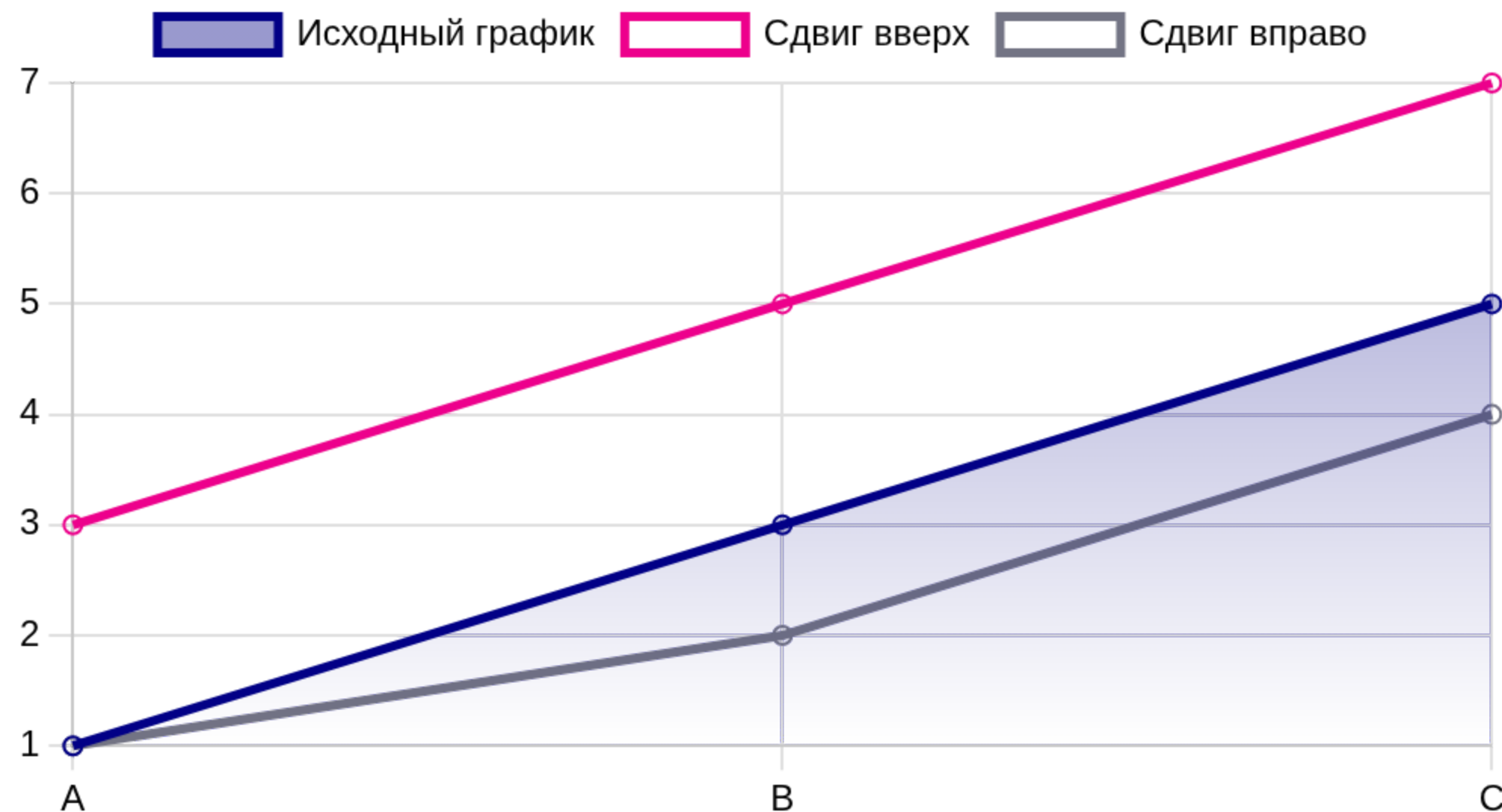
При переносе меняется только положение линии на координатной плоскости. Это позволяет быстро строить новые графики, опираясь на уже известные рисунки.

4

Удобно для задач

Метод особенно полезен для линейной функции, параболы и графика модуля. Достаточно запомнить исходный вид, а затем аккуратно сместить его по нужным координатам.

Как меняется положение графика при сдвиге



Сравнение помогает заметить, что при переносе сохраняются характерные точки и общий вид линии, а изменяются только их координаты.

Сдвиг не превращает одну функцию в другую. Он лишь перемещает уже знакомый график, поэтому полезно помнить исходную форму.

Схематическое сравнение сдвигов графика одной функции

Что можно узнать по графику сразу

Признак	Что означает
Oy	$x = 0$
Ox	нули функции
Вершина	max или min
Пустая точка	не определена

По одному рисунку можно определить сразу несколько свойств функции, если знать, на какие точки и пересечения смотреть.

График позволяет быстро прочесть важные сведения без подстановки многих чисел. Особенно полезны пересечения с осями, вершина и разрывы.

Обобщение признаков графика функции

График функции — это краткий язык зависимости

График объединяет формулу, таблицу и рисунок, поэтому помогает быстро увидеть значения, нули, область существования и поведение функции. В 7 классе это основной инструмент для решения задач.