

Последовательности: пять способов задания

Пять способов видеть один и тот же закон



Где встречаются последовательности

Последовательности помогают замечать порядок в числах, рисунках и таблицах. Научившись читать обозначение a_n , можно быстрее находить закономерность, первый член и следующий шаг.



Что такое последовательность

1. Порядок важен

Последовательность — это не просто набор чисел, а именно упорядоченная запись. Каждый член имеет своё место, поэтому важен не только сам ответ, но и его номер.

2. Обозначение членов

Запись a_1, a_2, a_3 показывает первые члены последовательности. Буква a обозначает значение, а индекс n указывает, какой это по счёту член.

3. Что значит a_n

Номер n всегда берут положительным целым числом. Значение a_n читают как n -й член последовательности и используют, когда нужно описать общий закон.

Способ 1: формула общего члена

1.

Сразу любой член

Явная формула позволяет сразу вычислить любой член последовательности. Нужно лишь подставить нужный номер n и аккуратно выполнить действия.

2.

Быстрые вычисления

Такой способ особенно удобен, когда требуется найти далёкие члены, например a_{10} или a_{25} , не выписывая все промежуточные значения.

3.

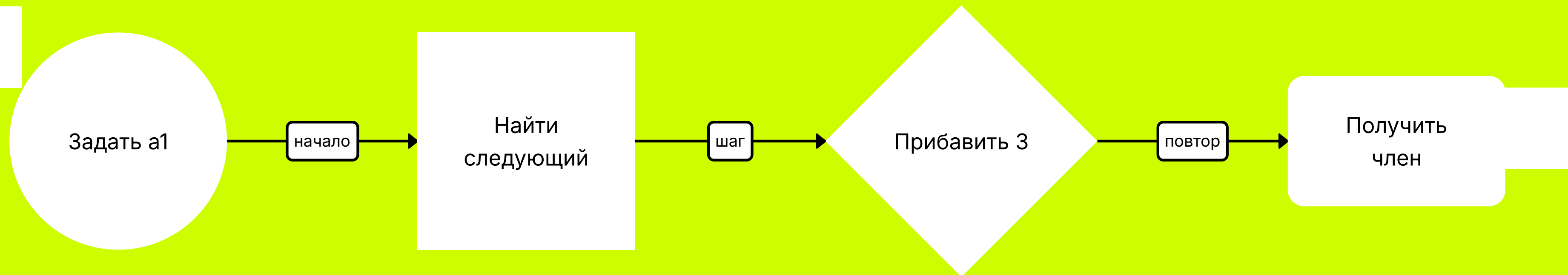
Простой пример

Если $a_n = 2n + 1$, то получаем 3, 5, 7 и дальше числа растут на два. По формуле легко проверить закономерность.



Построение по шагам

Каждый новый член зависит от предыдущего и получается по одному и тому же правилу.



Первые члены в таблице

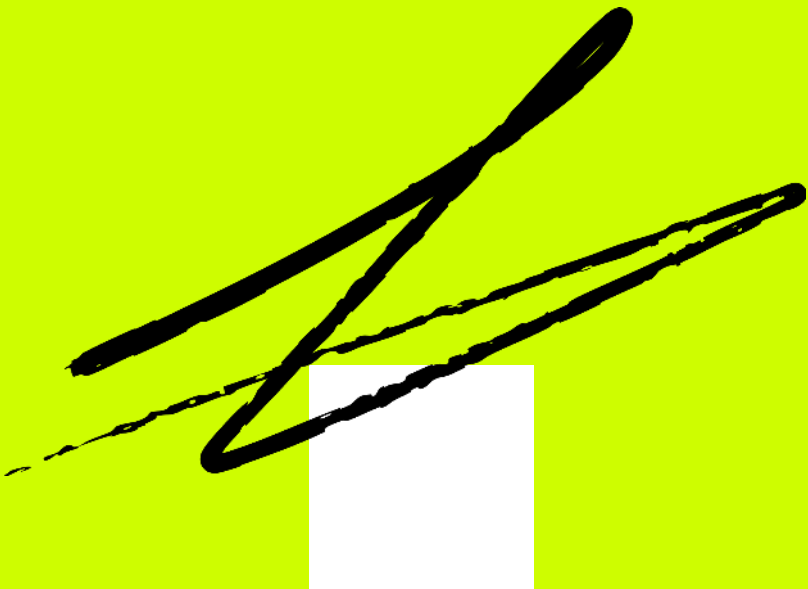
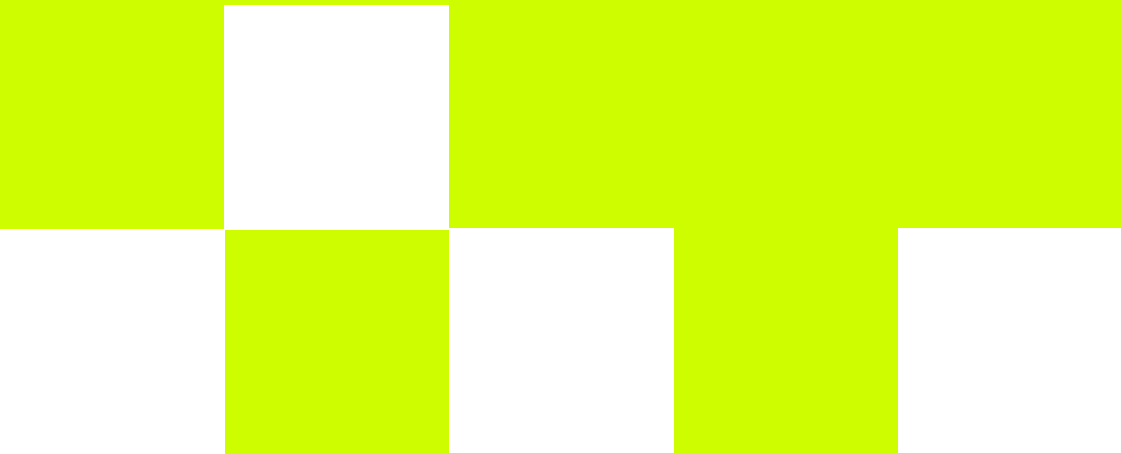


Первые члены удобно записывать в списке или таблице.
Так проще увидеть начало последовательности
и сравнить несколько вариантов рядом.

По таблице видно удвоение на каждом шаге.

n	a_n
1	2
2	4
3	8

Пример из слайда



Ключевые слова в правиле



Читай условие точно

Слова в условии нужно читать очень внимательно: именно они показывают, что делать с каждым новым членом. Ошибка в одном действии меняет всю последовательность.



Повторяй действие

Если сказано прибавлять, вычитать или умножать, то это правило повторяется для каждого следующего числа. Важно не перепутать шаг и порядок действий.



Найди начало

Фраза «начинается с 1» или «первый член равен...» задаёт старт последовательности. Без начального значения продолжить построение невозможно.



Проверь на примере

Пример 1, 6, 11, 16 показывает прибавление пяти. По такой записи легко проверить, правильно ли понято словесное правило.



Точки на плоскости

Точки рассказывают о росте

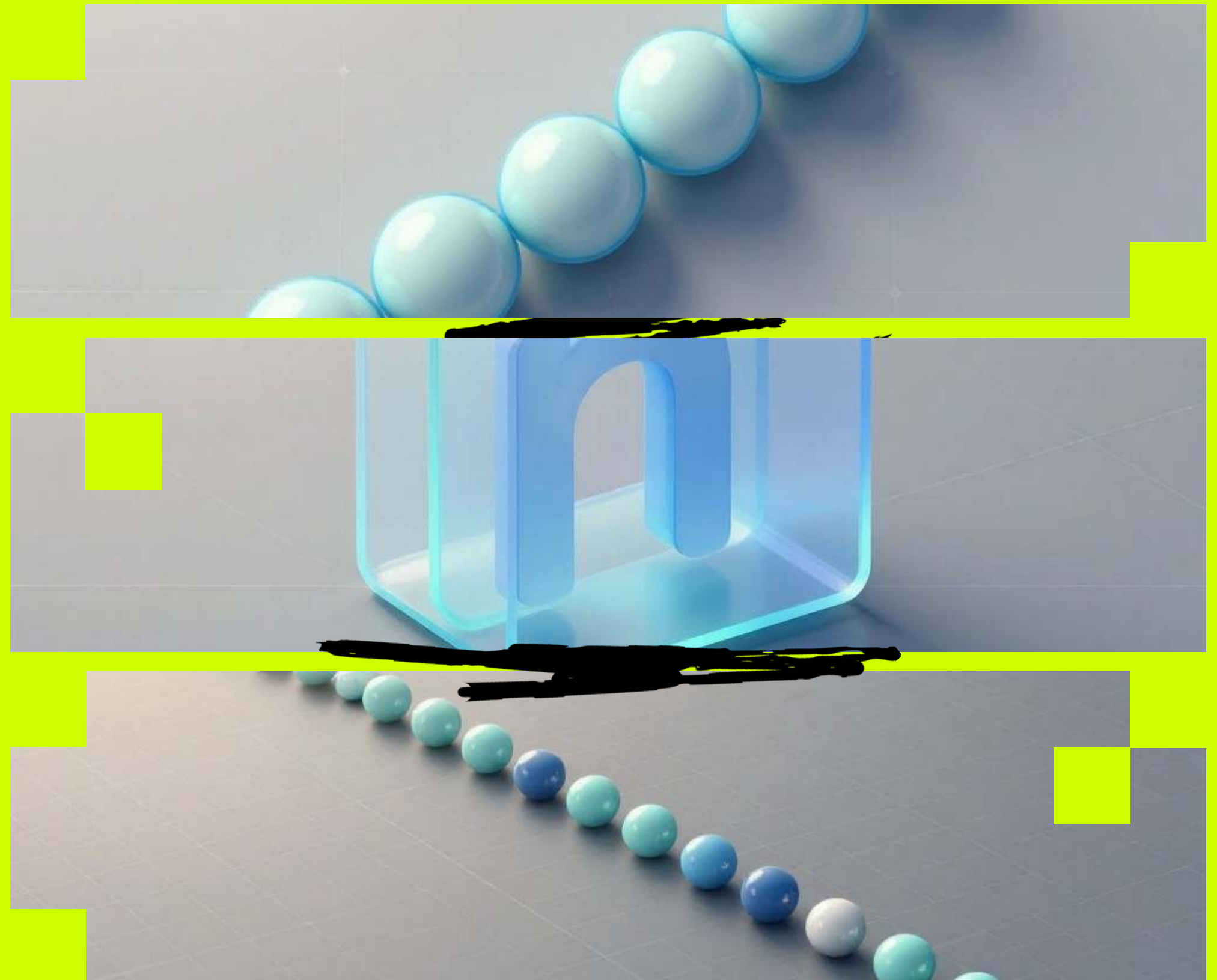
На координатной плоскости каждая точка показывает номер члена и его значение. Если точки поднимаются вверх, последовательность растёт; если идут вниз — убывает. По рисунку удобно замечать общий характер изменения.

Пример с квадратами

Для последовательности $a_n = n^2$ точки выглядят как (1; 1), (2; 4), (3; 9), (4; 16). Чем больше номер, тем быстрее растёт значение. График помогает увидеть это без длинных вычислений.

Когда виден узор

Иногда точки повторяются или выстраиваются почти в линию. Тогда график подсказывает, что правило может быть простым, а иногда — требовать внимательной проверки.



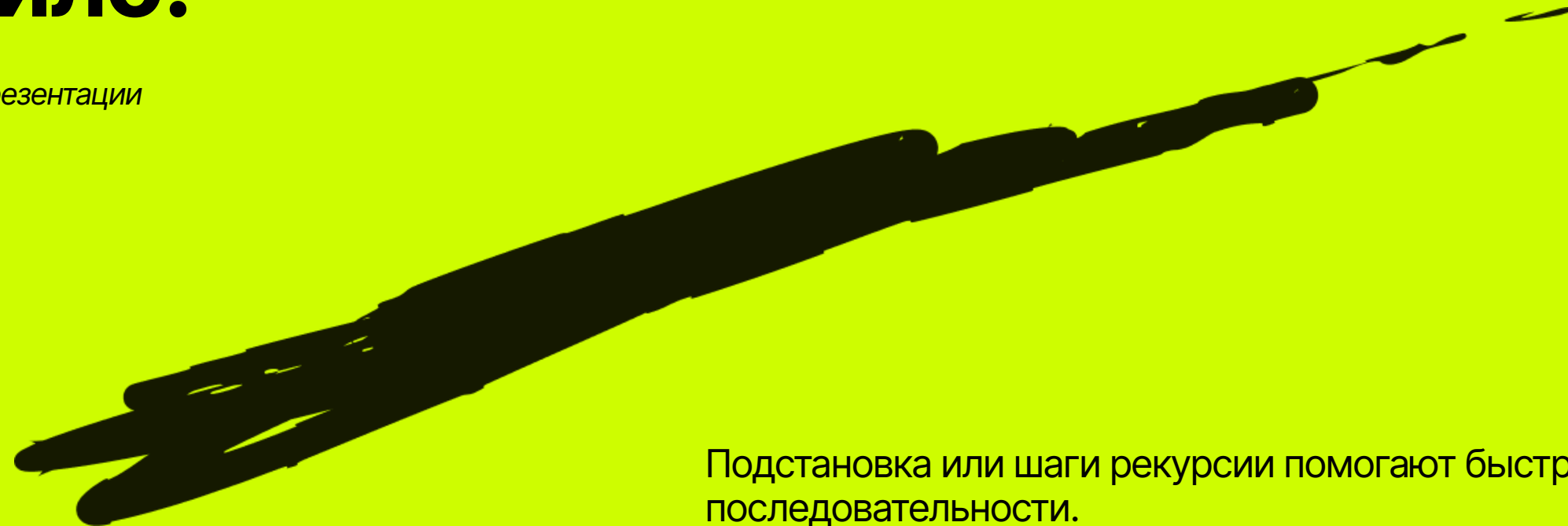
Одна последовательность — разные записи



3

**первых члена обычно
достаточно, чтобы заметить
правило.**

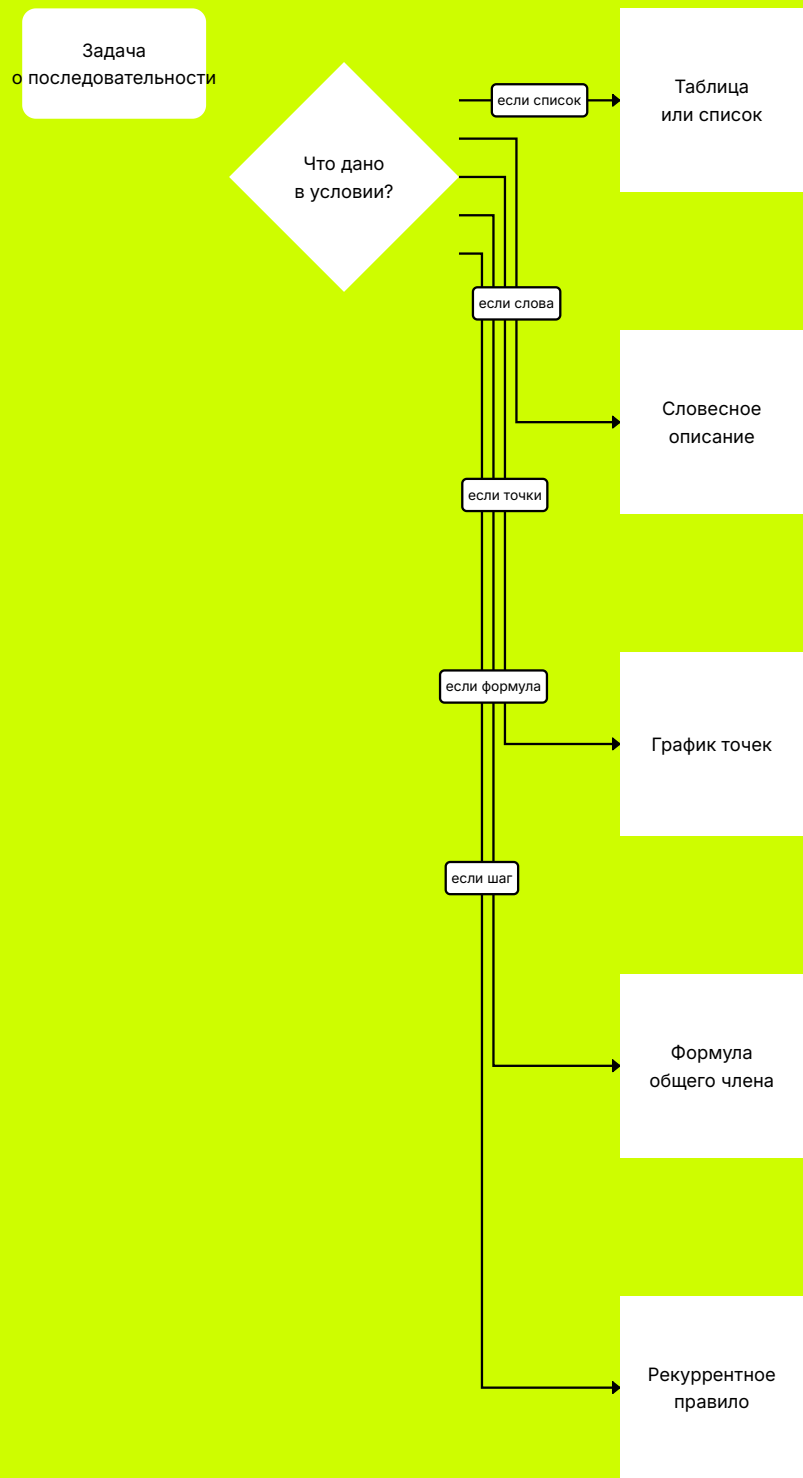
Материал презентации



Подстановка или шаги рекурсии помогают быстро проверить начало последовательности.

Какой способ выбрать?

Выбор способа зависит от того, как записана последовательность в условии.



Формулы с примерами

Быстрый расчёт

Явная формула позволяет сразу подставить номер и получить нужный член последовательности. Это удобно, когда требуется быстро вычислить значение для большого n или проверить закономерность.

Простой пример

Квадратные числа задаются формулой $a_n = n^2$: получаем 1, 4, 9, 16 и дальше. Такая запись показывает, как значение зависит от номера члена.

Ещё один пример

Для арифметической последовательности $a_n = 5n - 2$ легко найти любые члены: 3, 8, 13, 18. Формула помогает не выписывать все предыдущие значения подряд.



Рекурсия: удобные примеры

1. Начало записи

Сначала записывают первый член и правило перехода. В примере $a_1 = 2$, а каждый следующий член вдвое больше предыдущего. Именно с этого начинается построение.

2. Шаг за шагом

Далее подставляют правило несколько раз: 2, затем 4, потом 8 и 16. Такой способ особенно полезен, когда последовательность задаётся шагами, а не сразу всей формулой.

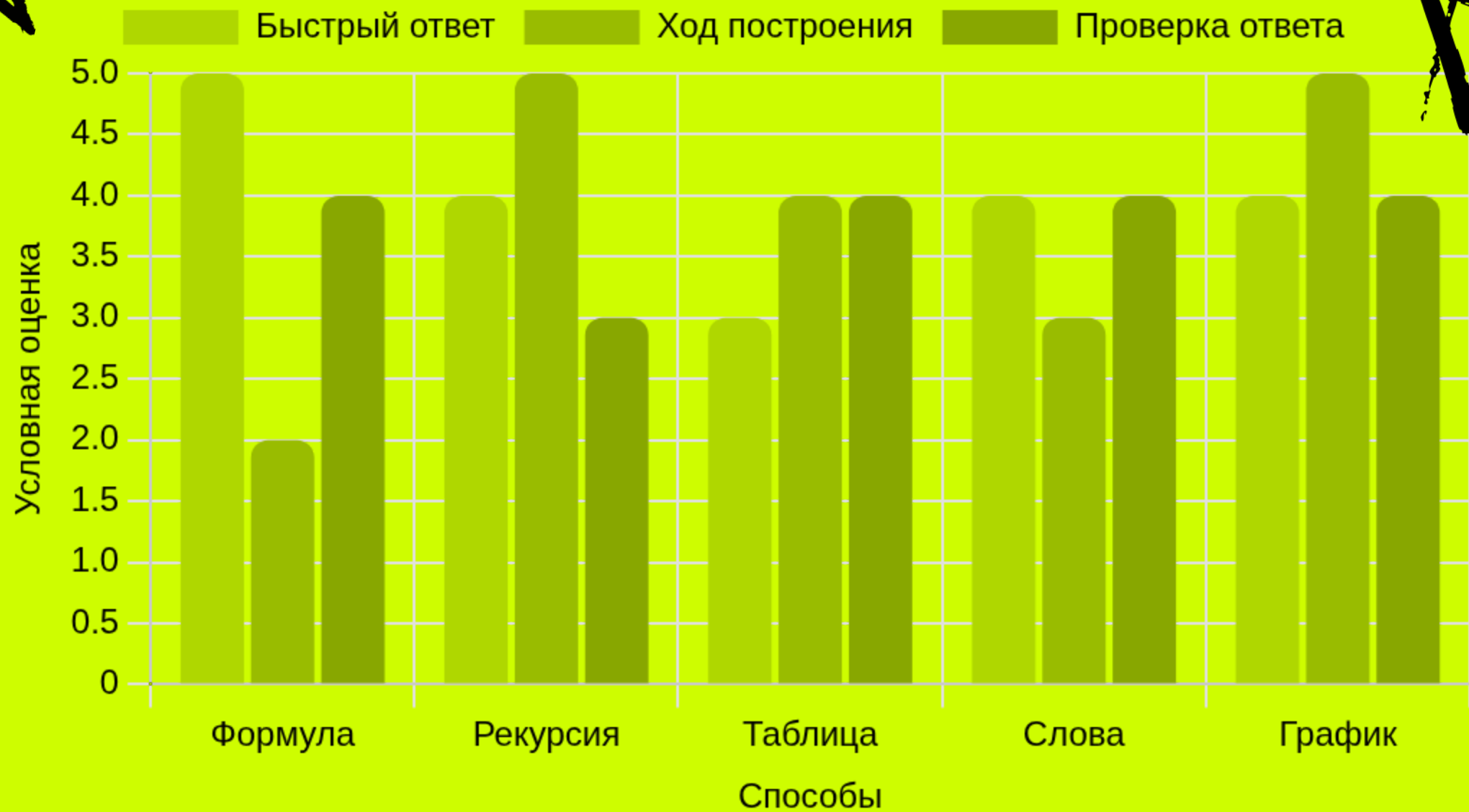
3. Точность вычислений

При рекурсии важно не пропускать ни одного члена и аккуратно считать каждый переход. Если правило сложное, ошибка в одном шаге меняет всю дальнейшую последовательность.

Плюсы и особенности способов

Способы задания по-разному помогают работать с одной и той же последовательностью: одни дают ответ сразу, другие показывают ход построения или наглядную закономерность.

Выбор способа зависит от цели: считать быстро, увидеть правило построения или проверить результат несколькими записями.



Учебная схема на основе сравнения способов задания последовательностей

Задание 1: распознаём правило

1.

Находим шаг

Сначала смотрим на первые числа: 5, 8, 11, 14. Разность между соседними членами постоянна и равна 3, значит, последовательность арифметическая.

2.

Определяем формулу

Чтобы найти a_1 , продолжаем вычитание на 3 назад: 2. Тогда общий вид можно записать как $a_n = 3n + 2$.

3.

Находим a_5

Подставляем $n = 5$ и получаем $a_5 = 17$. Это значение совпадает с продолжением ряда, поэтому вычисление верно.

4.

Проверяем ответ

Следующий член получается прибавлением 3 к 14: 17. Ответ можно проверить и по формуле, и по правилу последовательности.

Задание 2: считаем по рекурсии

Шаг 1

Записываем первый член: $a_1 = 7$. Это отправная точка, без которой рекуррентное правило нельзя продолжить правильно.

Шаг 2

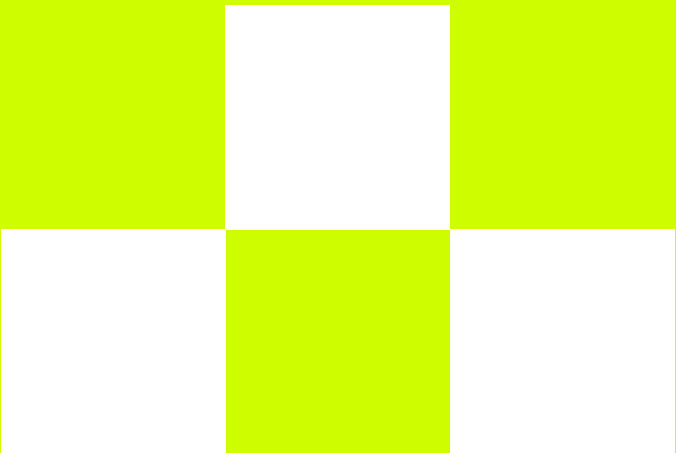
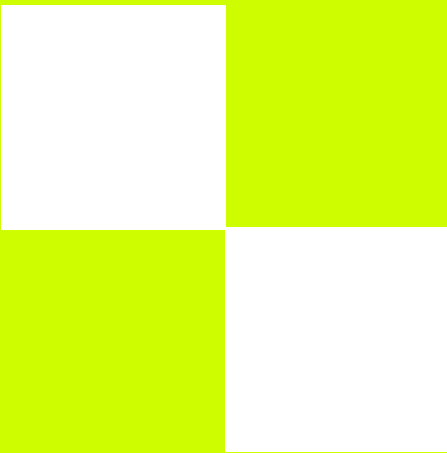
Применяем правило один раз: $7 - 2 = 5$. Получаем второй член последовательности.

Шаг 3

Снова вычитаем 2: $5 - 2 = 3$. Так находим третий член.

Шаг 4

Ещё один шаг: $3 - 2 = 1$. Первые четыре члена готовы: 7, 5, 3, 1.



Задание 3: читаем график и таблицу



Значения растут равномерно

На координатной плоскости точки идут по прямой закономерности: при увеличении номера на 1 значение возрастает на 2. Это помогает быстро заметить правило.

Читаем последовательность

По точкам (1; 2), (2; 4), (3; 6), (4; 8) получаем последовательность 2, 4, 6, 8. Все члены — чётные числа.

Записываем формулу

Общий член записывается как $a_n = 2n$. Формула подтверждает график и показывает, что каждый следующий член равен удвоенному номеру.



Краткий конспект

Краткое сравнение помогает быстро вспомнить, чем отличается каждый способ задания последовательности и когда его удобнее использовать.

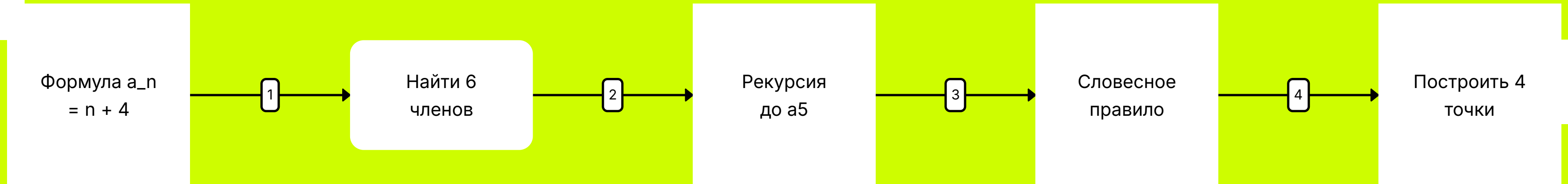
Формула удобна для вычислений, рекурсия — для построения, а график помогает увидеть закономерность сразу.

Способ	Что даёт	Главное
Формула	Любой член	Быстро
Рекурсия	Следующий член	По шагам
График	Вид изменения	Наглядно

Сводка по теме урока

Домашнее задание: все способы

Последовательно выполните четыре задания, используя разные способы задания.





Итоги: один закон — разные записи

Последовательности можно читать по-разному, но задача одна: понять закон и уверенно находить нужные члены. Чем лучше вы переводите запись из одного вида в другой, тем легче проверять ответы.

