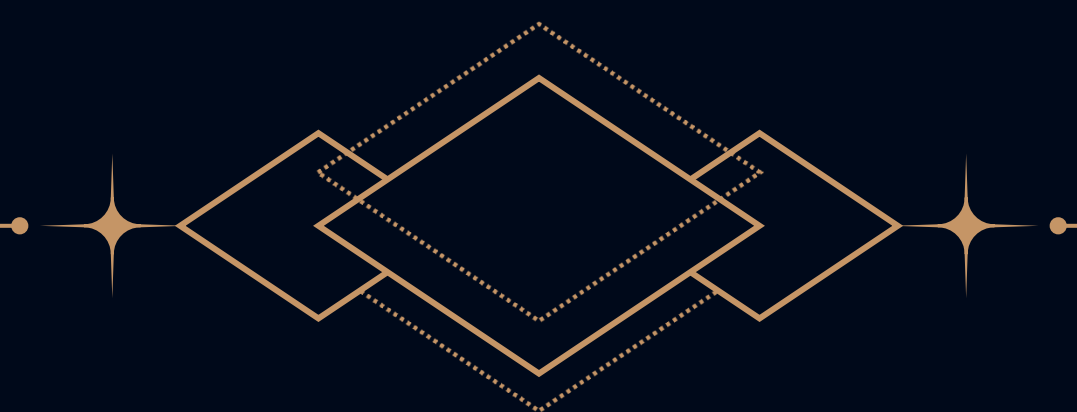




Графики прямой и обратной пропорциональности

Две зависимости, один урок: как распознать и
построить их графики.



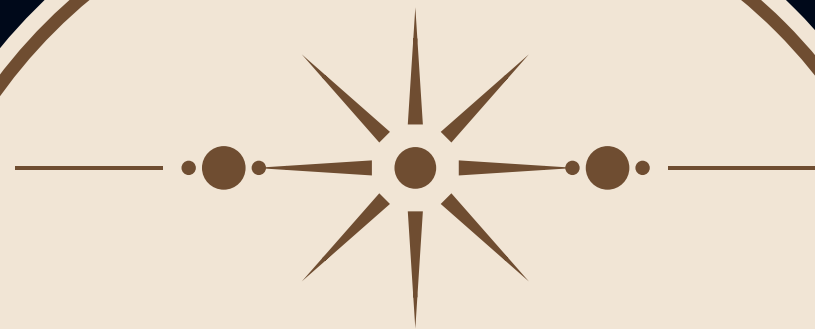
Где встречаются зависимости между величинами



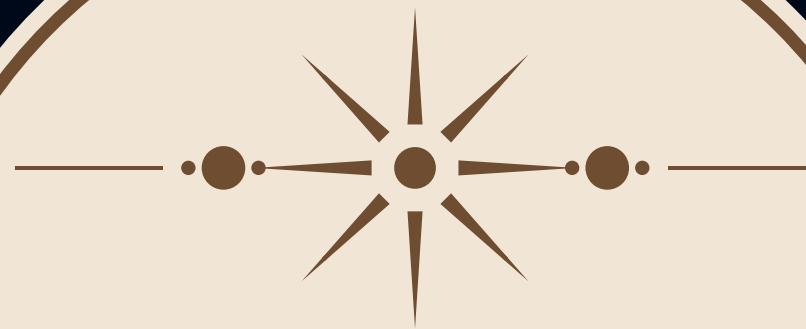
Пропорциональные связи помогают считать покупки, время в пути, объём работы и расход материалов. По ним удобно заполнять таблицы значений и видеть закономерность на графике.



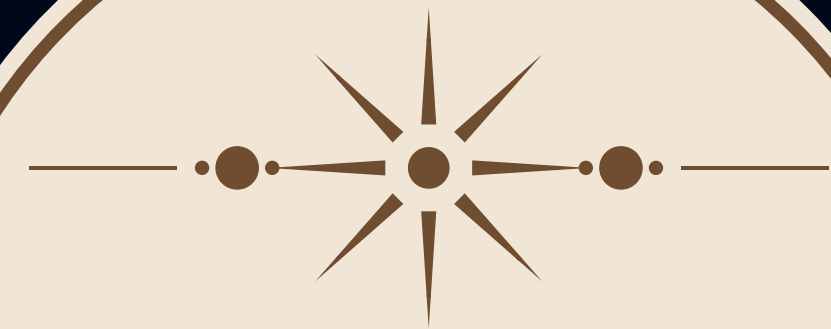
Прямая пропорциональность: основные признаки



Если одна величина увеличивается в несколько раз, то другая изменяется во столько же раз. Такая зависимость задаётся формулой $y = kx$, где $k \neq 0$.



При $x = 0$ обязательно получаем $y = 0$, поэтому график прямой пропорциональности проходит через начало координат. Для одной и той же зависимости отношение y/x постоянно.



Если k положителен, прямая идёт вверх слева направо; если k отрицателен, она идёт вниз. В школьных задачах чаще рассматривают положительные величины.

Таблица значений для $y = 2x$



x	y
-3	-6
-2	-4
-1	-2
0	0
1	2
2	4
3	6

Значения удобно получать по формуле и сразу видеть, как меняется y при изменении x .

При увеличении x на 1 значение y возрастает на 2. Для ненулевых x отношение y/x равно 2.



Вычисления по формуле $y = 2x$.

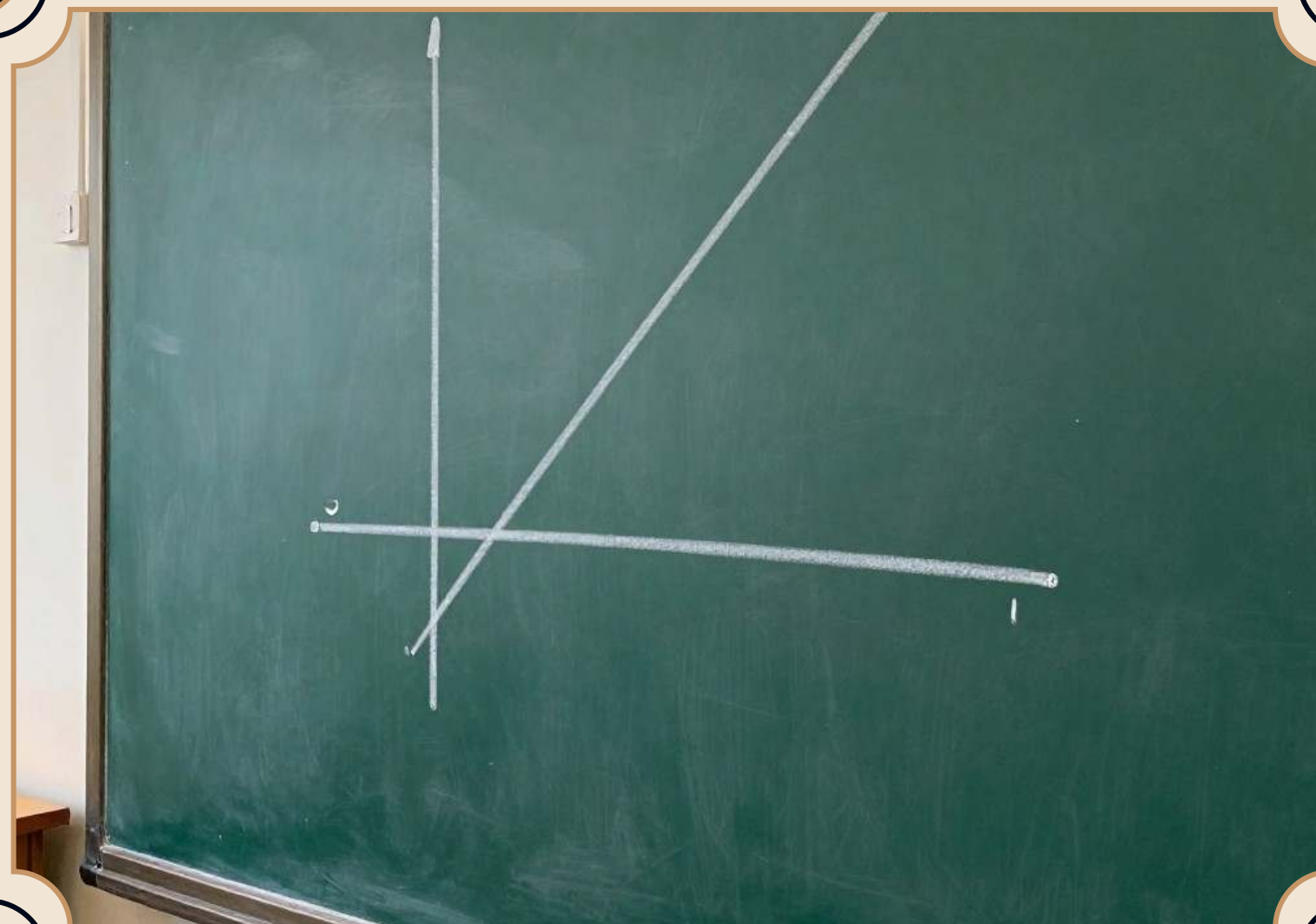
График прямой пропорциональности на координатной плоскости

Точки одной прямой

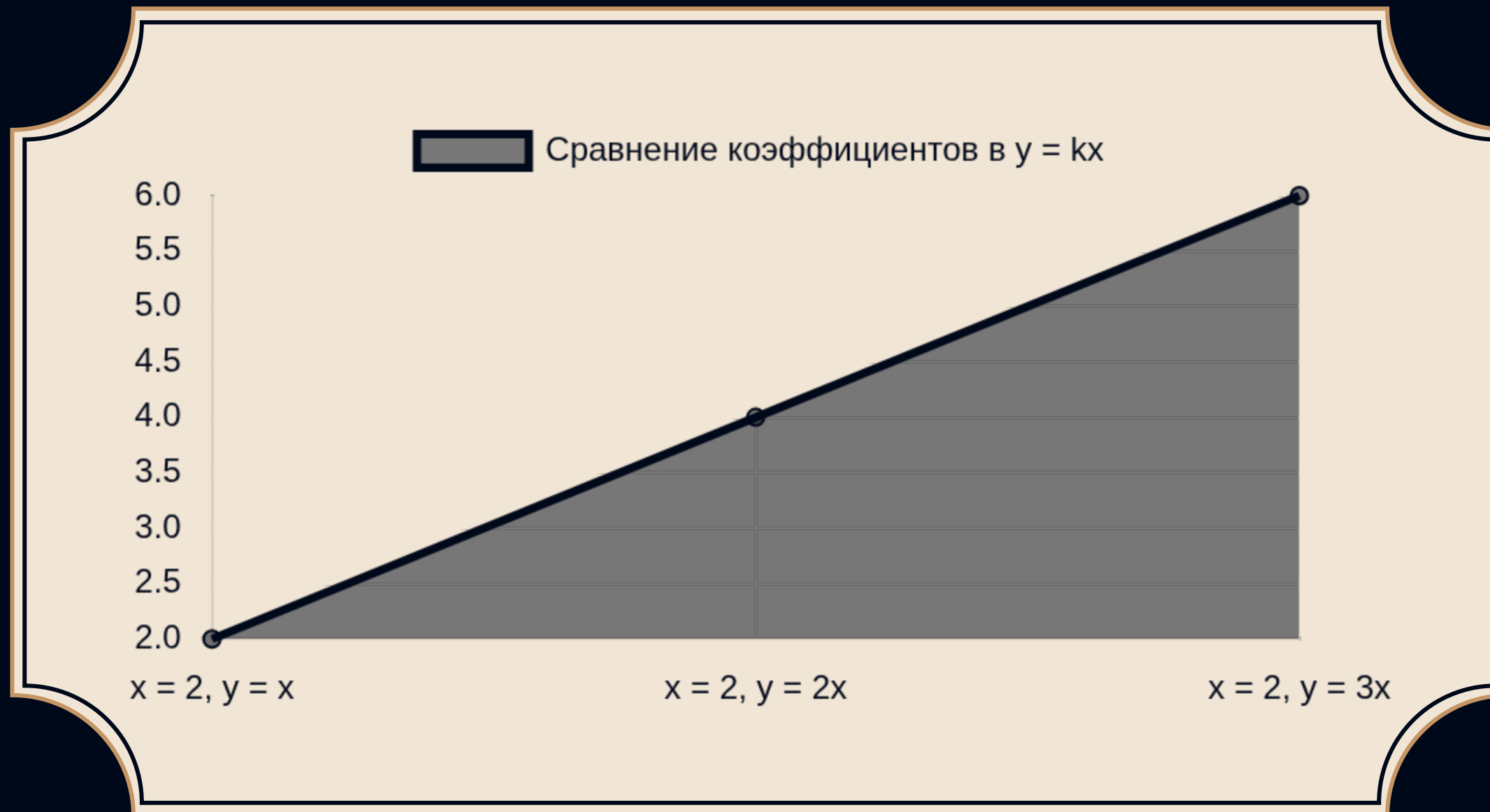
Точки $(0; 0)$, $(1; 2)$, $(2; 4)$ и $(3; 6)$ лежат на одной прямой. Это показывает, что зависимость $y = 2x$ изображается именно прямой линией.

Что видно по графику

График проходит через начало координат и помогает увидеть общий рост величин. Если x увеличивается в 2 раза, то y тоже увеличивается в 2 раза.



Как меняется прямая при разных коэффициентах k



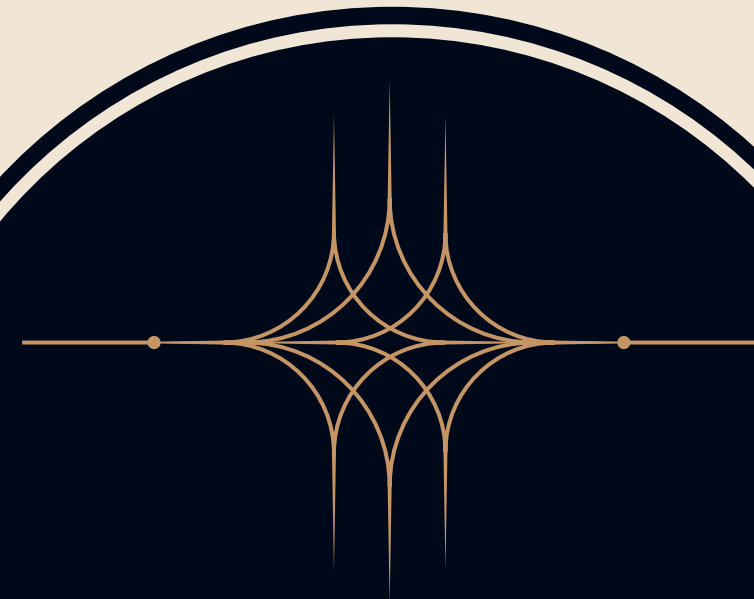
Все прямые проходят через начало координат, но поднимаются по-разному. Это помогает быстро сравнивать зависимости с одинаковым видом формулы.

Чем больше k , тем круче наклон прямой. При одном и том же x значение y растёт пропорционально коэффициенту.

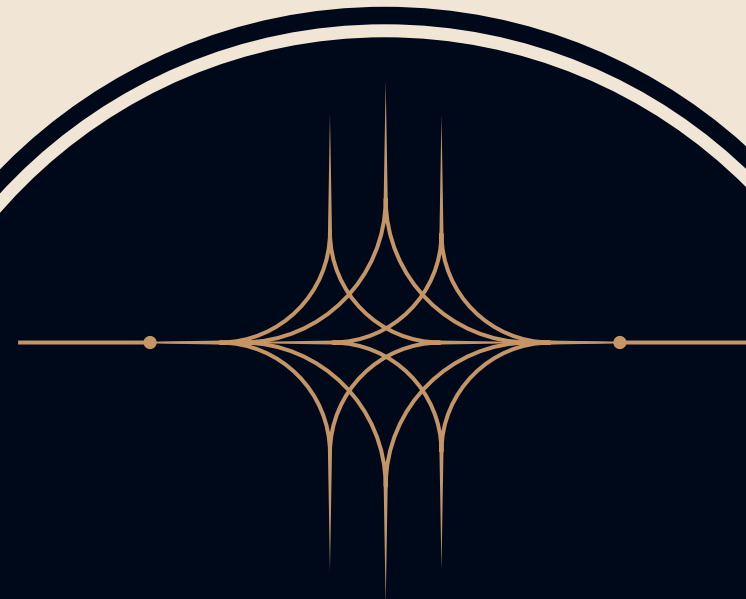


Построение по формулам $y = x$, $y = 2x$ и $y = 3x$.

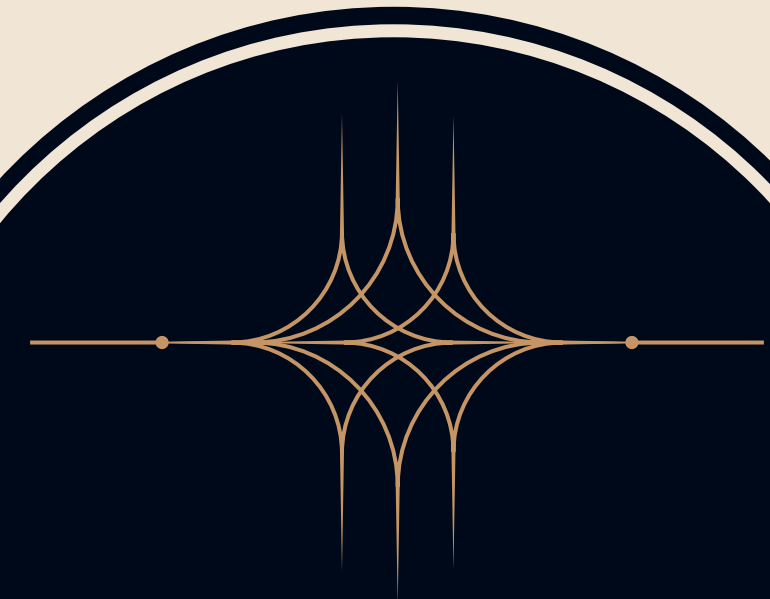
Как строят график прямой пропорциональности



Сначала выбирают несколько удобных значений x , чтобы вычисления были простыми. Затем по формуле $y = kx$ находят соответствующие значения y и записывают их в таблицу.



После этого точки наносят на координатную плоскость и проверяют, лежат ли они на одной прямой. Для прямой пропорциональности эта прямая обязательно проходит через начало координат.



Если для ненулевых x отношение y/x остаётся одинаковым, значит таблица составлена верно. Это хороший способ проверить себя перед построением графика.

Обратная пропорциональность: основные признаки

Если одна величина увеличивается, а другая уменьшается так, что их произведение остаётся постоянным, это обратная пропорциональность. Она задаётся формулой $y = k/x$, где $k \neq 0$.

Когда x становится больше, y становится меньше. Для положительного k график располагается в первой и третьей четвертях координатной плоскости.

При $x = 0$ значение y не определено, потому что деление на ноль невозможно. Поэтому на графике этой зависимости точка с абсциссой 0 отсутствует.

Такой график не является прямой: его называют гиперболой. Он состоит из двух ветвей, которые постепенно приближаются к осям координат.



Таблица значений для $y = 12/x$

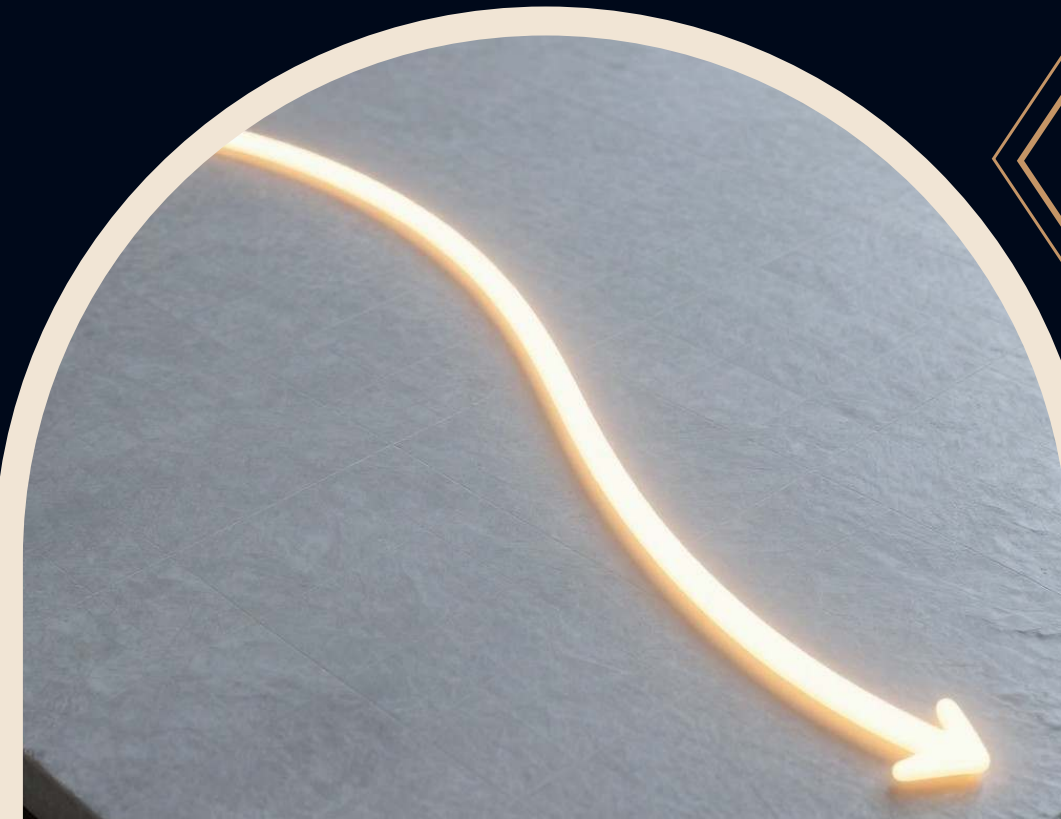
x	y
1	12
2	6
3	4
4	3
6	2
12	1

По формуле легко получить несколько пар значений и увидеть постоянство произведения $x \cdot y$.

Во всех парах произведение $x \cdot y$ равно 12. Если x увеличивается в 2 раза, то y уменьшается в 2 раза.

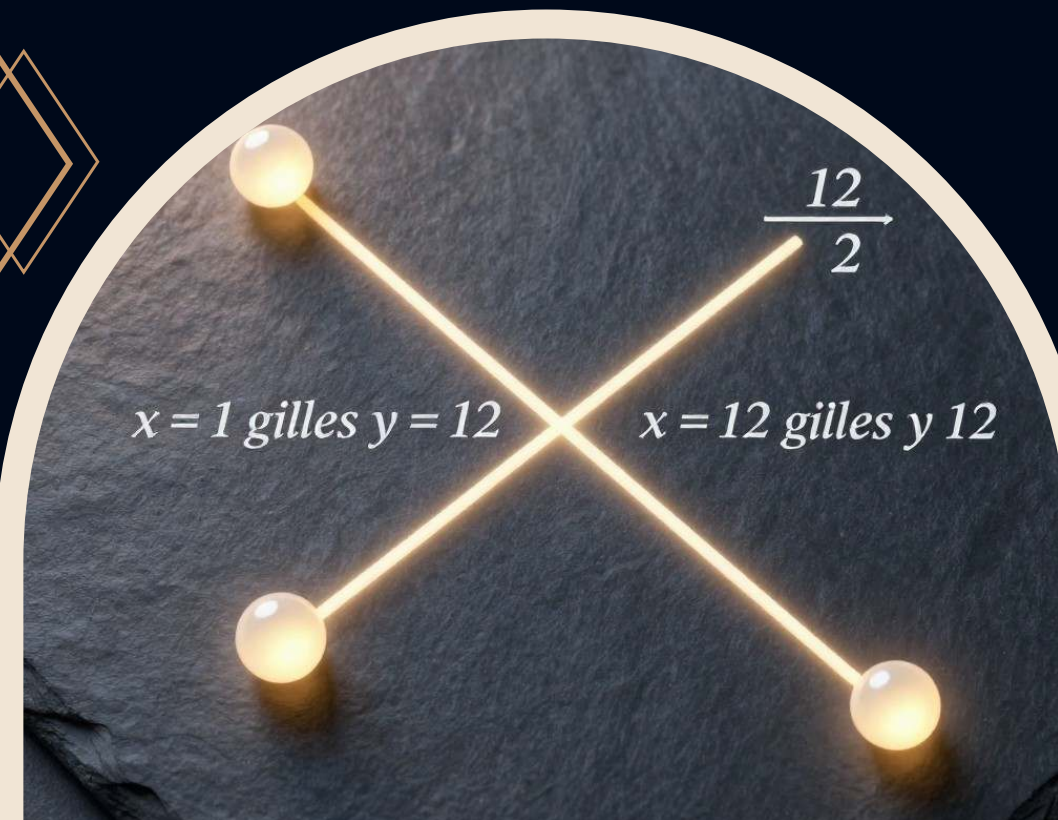
Вычисления по формуле $y = 12/x$.

График обратной пропорциональности



Одна зависимость — две ветви

На координатной плоскости кривая для $y = 12/x$ образует две ветви гиперболы. Они расположены в первой и третьей четвертях и не пересекают оси, хотя всё время приближаются к ним



Как читаются точки на графике

По графику видно, что при $x = 1$ значение y равно 12, а при $x = 12$ значение y равно 1. Такие точки помогают быстро понять, как меняется величина при росте другой и как выглядит обратная пропорциональность на плоскости.

Как меняется гипербола при разных значениях k



При одинаковом x больший коэффициент даёт большее значение y , поэтому ветви гиперболы располагаются дальше от осей координат.

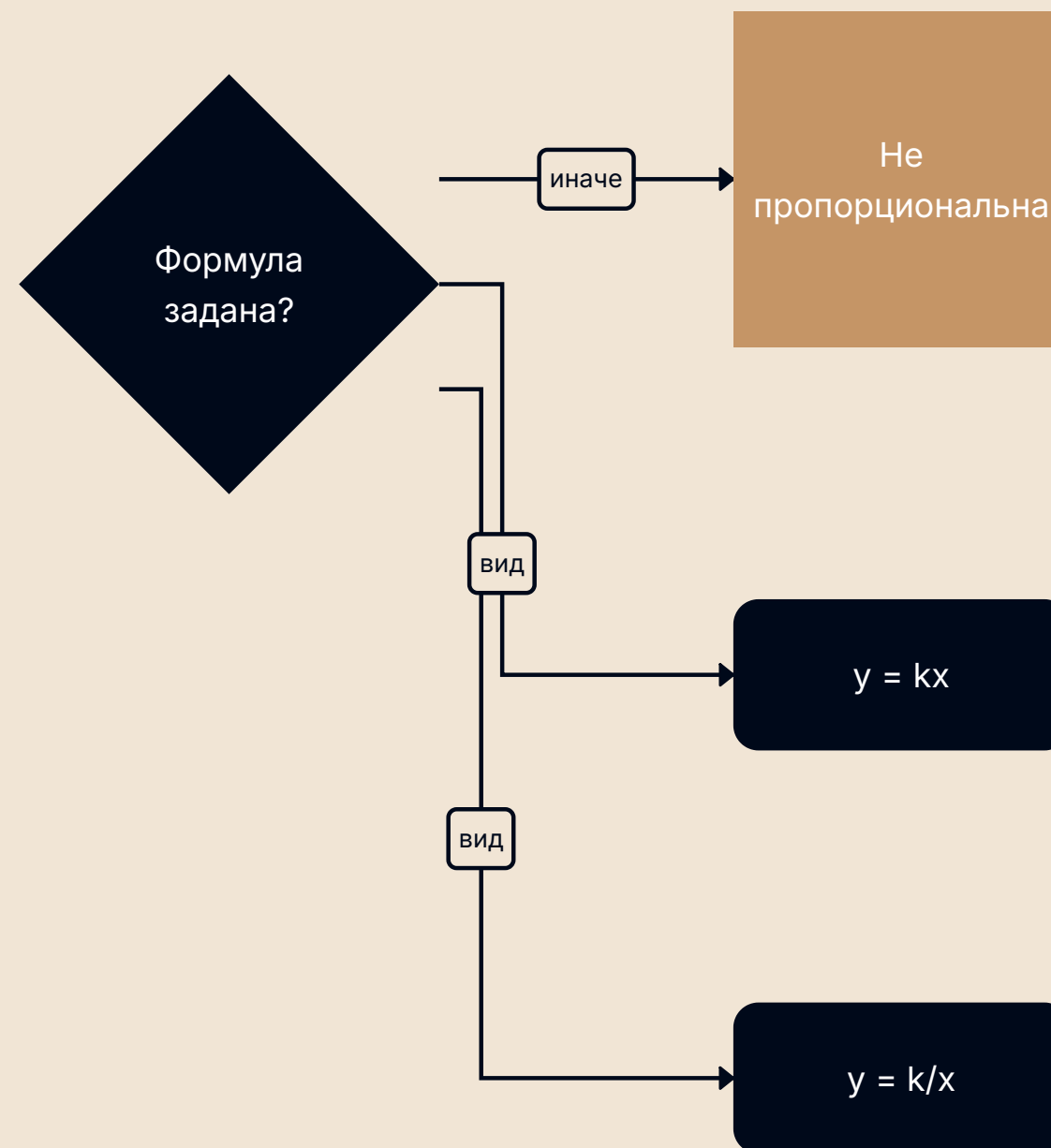
Коэффициент k меняет не вид графика, а его положение: чем k больше, тем выше значения функции при одном и том же x .



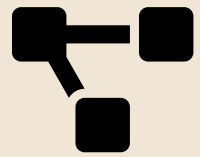
Числа вычислены по формулам $y = 6/x$ и $y = 12/x$.

Определяем вид зависимости по формуле

Проверка идёт по виду формулы и значению коэффициента k .

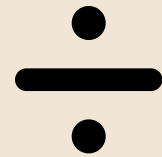


Признаки, которые легко сравнить



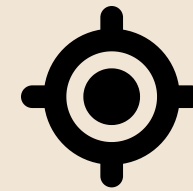
Вид графика

У прямой пропорциональности график — прямая линия, проходящая через начало координат. У обратной пропорциональности график — гипербола с двумя ветвями.



Что остаётся постоянным

Для прямой пропорциональности неизменным является отношение y/x . Для обратной пропорциональности постоянно произведение $x \cdot y$, если значения взяты из одной зависимости.



Точка при $x = 0$

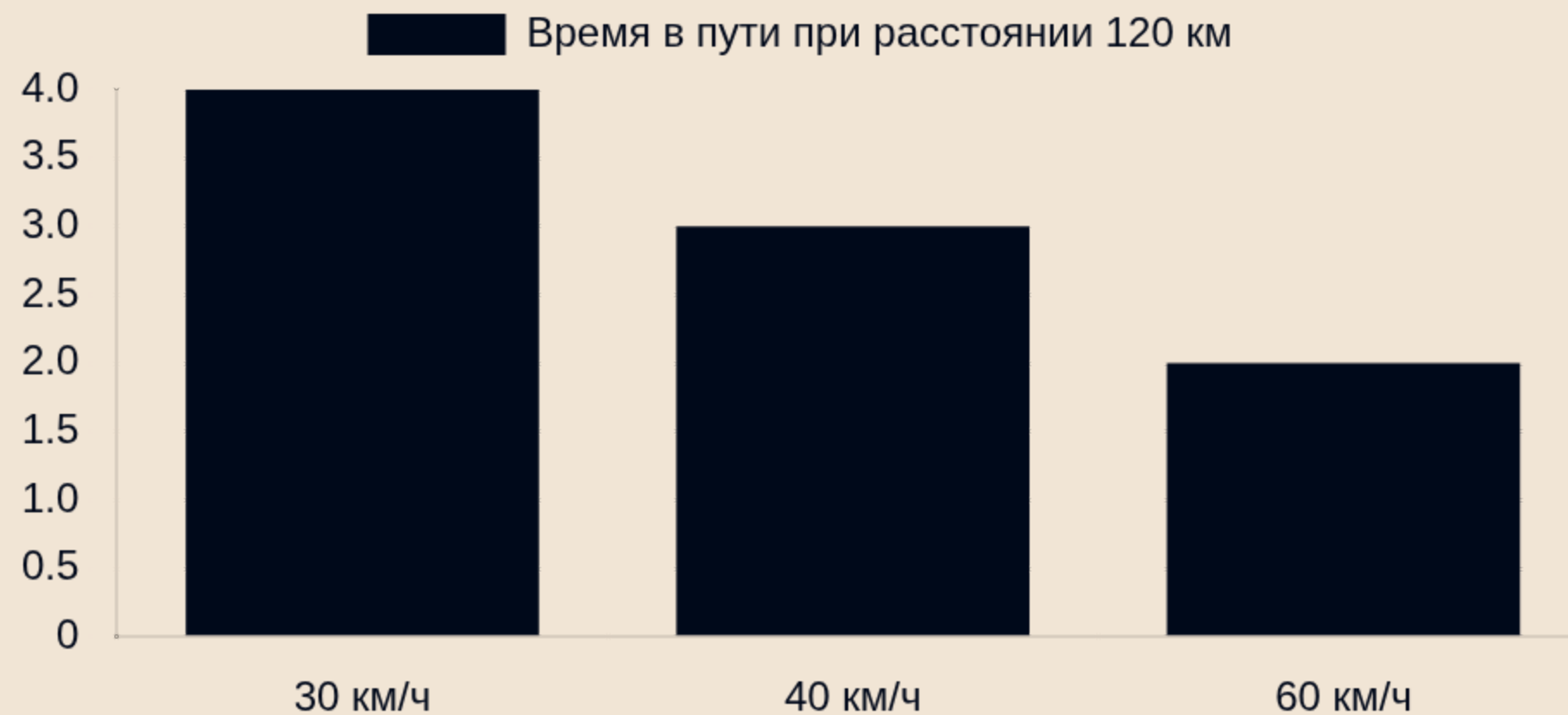
Прямая пропорциональность всегда включает точку $(0; 0)$. Обратная пропорциональность при $x = 0$ не определена, потому что деление на ноль невозможно.



Как быстро различить

Если по таблице или графику видно постоянное отношение, речь о прямой пропорциональности. Если сохраняется произведение, перед нами обратная пропорциональность.

Скорость и время при одинаковом пути



Чем быстрее движется объект, тем меньше времени требуется на преодоление одного и того же расстояния.

Данные подтверждают обратную пропорциональность: при неизменном пути скорость и время изменяются в противоположных направлениях.



Расчёты по формуле $t = s / v$ для пути 120 км.

Типичные ошибки при чтении графиков

Нередко путают прямую и обратную пропорциональность, если смотрят только на общую форму графика и не проверяют формулу или таблицу значений.

Ошибка возникает, когда любую прямую считают графиком пропорциональности. На самом деле прямая пропорциональность обязательно проходит через начало координат.

При обратной пропорциональности нельзя брать $x = 0$. Деление на ноль не имеет смысла, поэтому значение функции в этой точке отсутствует.

Если в таблице допущена ошибка вычисления, график тоже получится неверным. Поэтому каждую пару значений нужно проверять по формуле.

Проверяем график по точкам

Для прямой пропорциональности сравнивают отношения y/x у всех точек, кроме случая $x = 0$. Если они одинаковы, точки относятся к одному графику.



Для обратной пропорциональности проверяют произведение $x \cdot y$. Совпадение произведений показывает, что точки принадлежат одной зависимости и построены верно.



Мини-справка по признакам двух зависимостей



Признак	Прямая	Обратная
Формула	$y = kx$	$y = k/x$
График	прямая	гипербола
Постоянно	y/x	$x \cdot y$
$x = 0$	$(0; 0)$	не определена

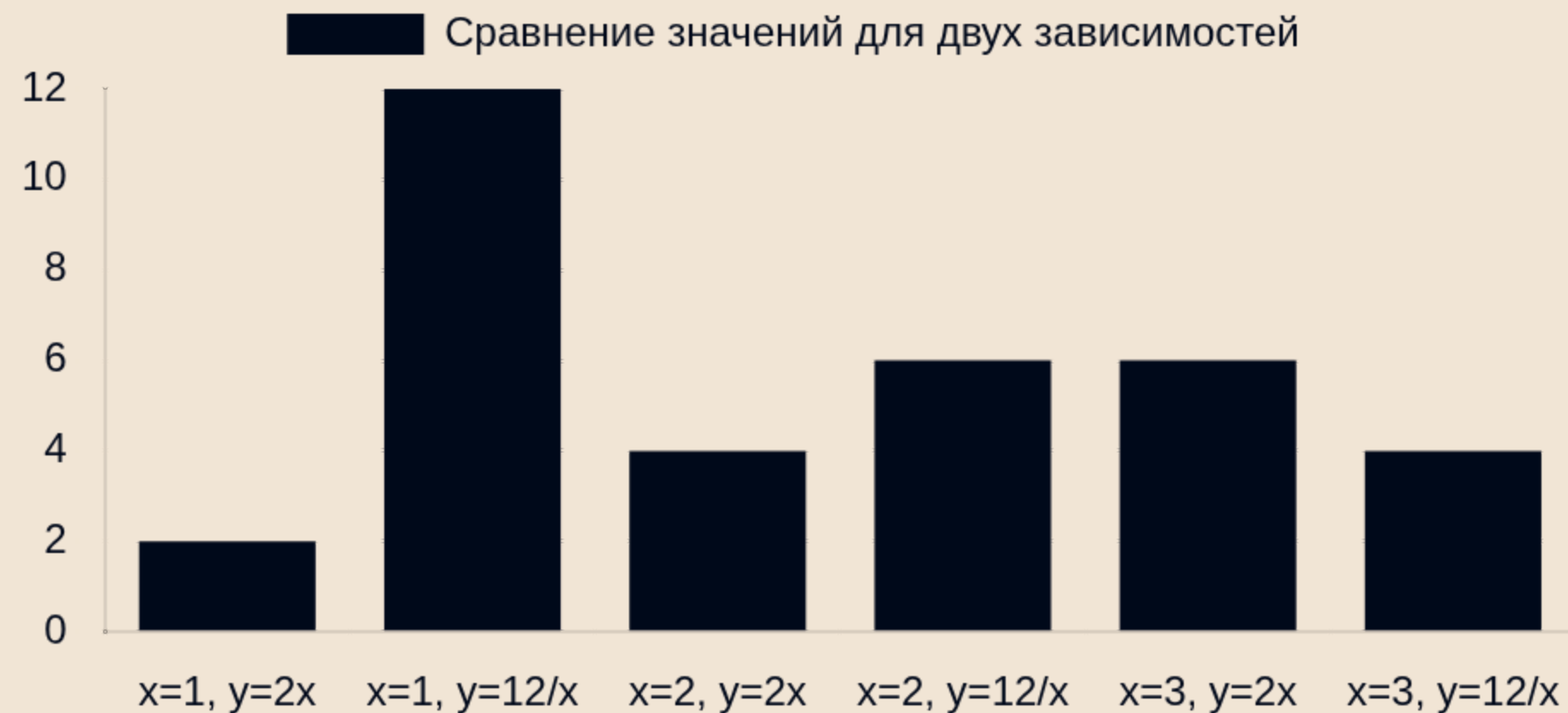
Короткое сравнение помогает быстро выбрать нужную формулу и распознать график по основным признакам.

У двух зависимостей разные формулы, разные графики и разные постоянные величины. Эти признаки позволяют не путать их при решении задач.



Школьный курс математики, 6 класс.

Точки на графиках двух зависимостей



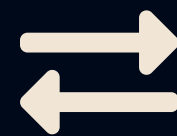
Одни и те же значения x дают разные результаты: в одном случае y растёт, в другом — убывает.

Сравнение точек показывает, что формула определяет не только числа в таблице, но и форму графика.



Числа вычислены по формулам $y = 2x$ и $y = 12/x$.

Как использовать графики при решении задач



Сравнить изменения

График показывает, как меняются величины при увеличении или уменьшении одной из них. Так проще увидеть, какой вид зависимости подходит к условию задачи.



Найти неизвестное

По графику легко определить значение одной величины, если известно другое. Это удобно, когда нужно быстро проверить ответ или выбрать подходящее значение из нескольких вариантов.



Проверить вычисления

Если ответ получен по формуле или таблице, его можно сверить с графиком. Совпадение значений помогает убедиться, что решение выполнено без ошибок.



Запомните главное

Прямая пропорциональность задаётся формулой $y = kx$, а обратная — формулой $y = k/x$. По формуле, таблице и графику можно уверенно определить вид зависимости.

