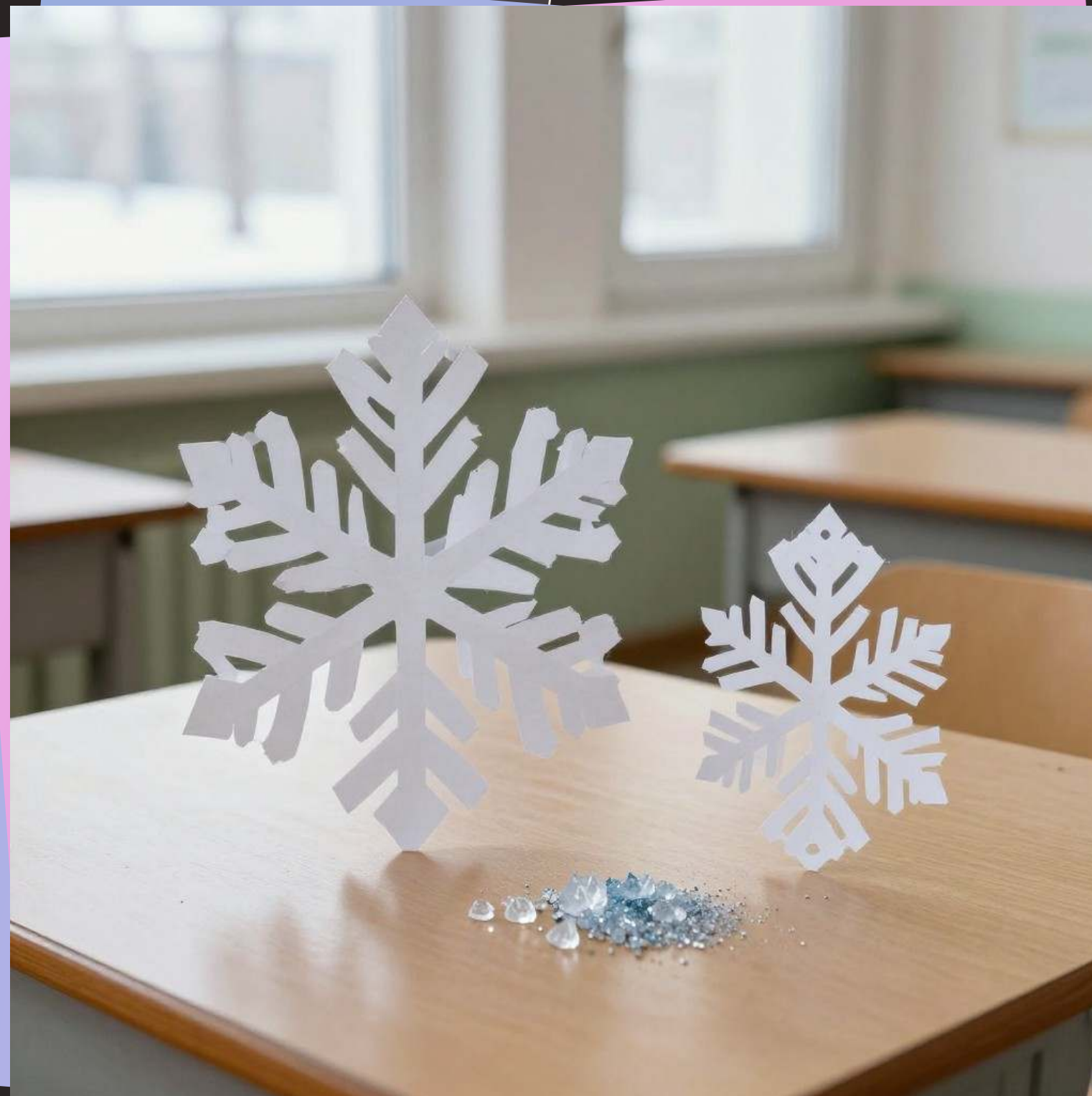


Подобие фигур: одинаковая форма, разный размер

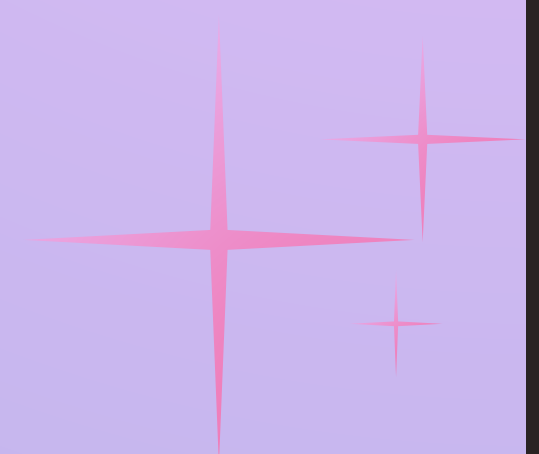
Одинаковая форма помогает
сравнивать фигуры при любом
масштабе.



Подобие: от чертежа до тени дерева



Подобие позволяет измерять недоступное, строить точные планы и переводить реальные объекты в удобный масштаб.



В школьной геометрии достаточно одного признака из трёх, чтобы установить подобие треугольников и начать решать задачи на пропорции.

3

признака достаточно, чтобы доказать подобие треугольников.

Школьный курс геометрии, 9 класс

Признаки подобия треугольников

Признак	Что проверяют	Итог
Два угла	равенство углов	треугольники подобны
Стороны и угол	пропорции и угол	треугольники подобны
Три стороны	пропорции сторон	треугольники подобны

Три классических признака позволяют доказать подобие без дополнительных построений.

Достаточно проверить одно условие из трёх, чтобы сделать вывод о подобии.

Соответственные элементы фигур

Одинаковый порядок

При записи подобия вершины должны идти в одном и том же порядке. Тогда сразу ясно, какие углы и стороны сравниваются между собой, а пропорция составляется без ошибок.

Пары углов

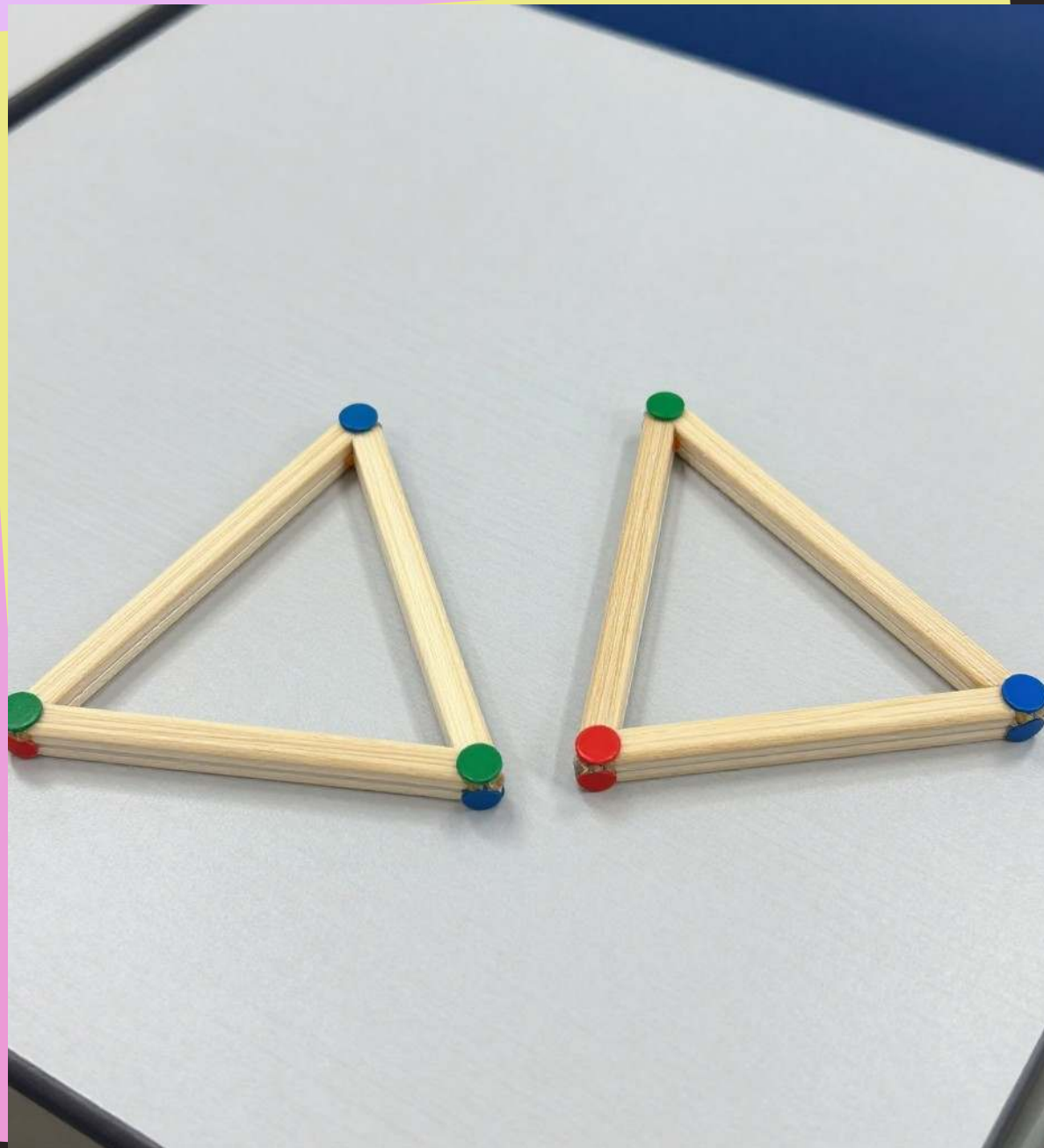
Сначала ищут равные углы: именно они помогают установить, какие вершины соответствуют друг другу. Это особенно важно в треугольниках, где одна неверная пара нарушает всё рассуждение.

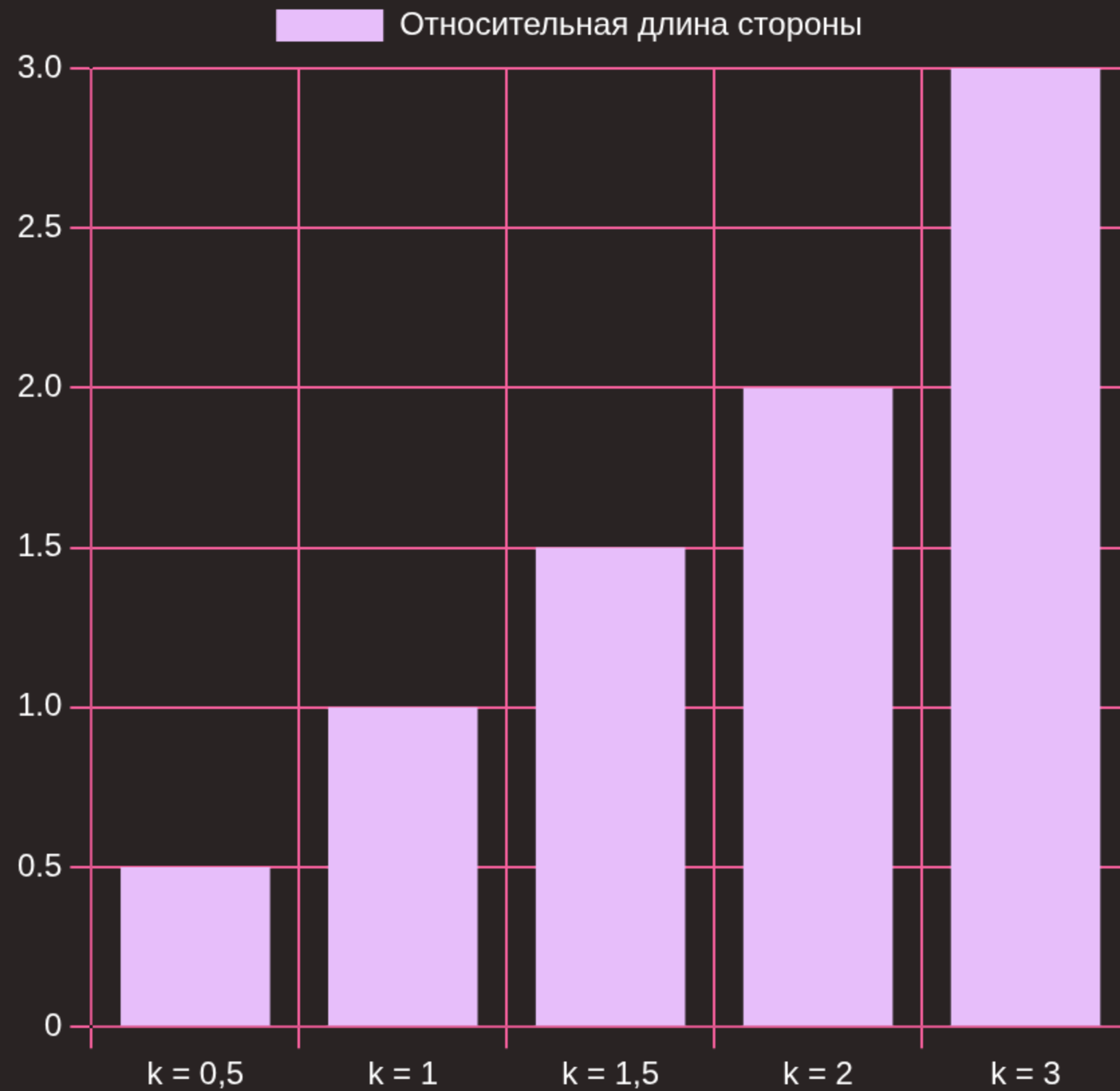
Цветовая отметка

На рисунке удобно выделять соответствующие элементы цветом или одинаковыми метками. Так легче не перепутать стороны, быстро увидеть нужные пары и проверить запись подобия.

Цена ошибки

Если хотя бы одна вершина выбрана неверно, отношение сторон получится неправильным. Тогда и коэффициент подобия окажется ошибочным, даже если фигуры действительно похожи.



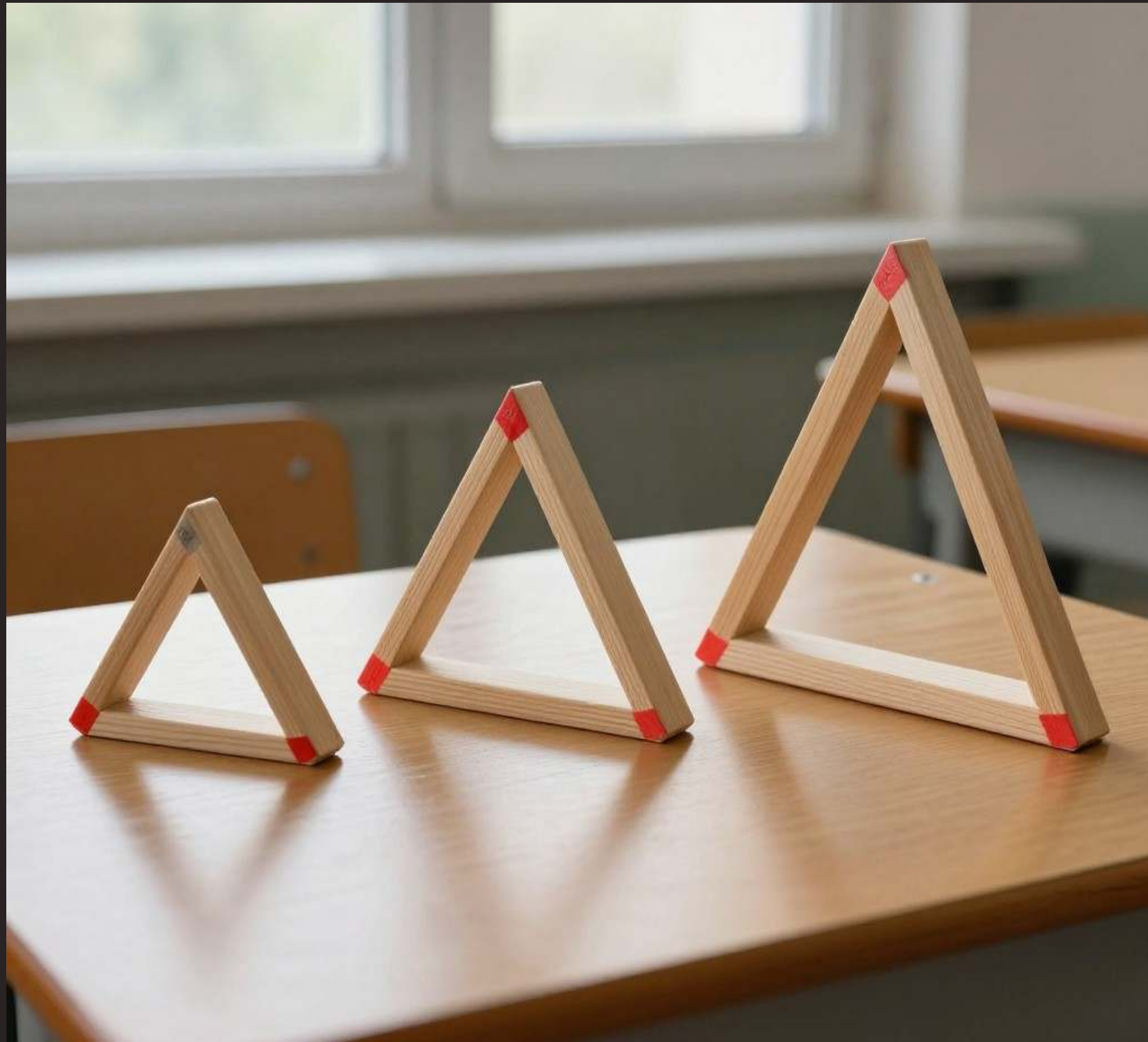


Как изменяются стороны при подобии

Углы при подобии не меняются, поэтому сравнение всегда ведут по соответствующим сторонам.

Длина стороны растёт или уменьшается строго в k раз, а не произвольно.

Коэффициент подобия



Что это такое

Коэффициент подобия показывает, во сколько раз одна фигура больше или меньше другой по соответствующим сторонам. Его находят как отношение одинаковых отрезков в двух подобных фигурах.

01

Когда фигура увеличена

Если k больше 1, изображение больше исходной фигуры. Все стороны становятся длиннее в одинаковое число раз, но форма не меняется, а углы остаются равными.

02

Когда фигура уменьшена

Если $0 < k < 1$, фигура уменьшена. Это удобно для карт, планов и моделей, где большой объект нужно показать в компактном виде, сохранив все пропорции.

03

Случай равенства

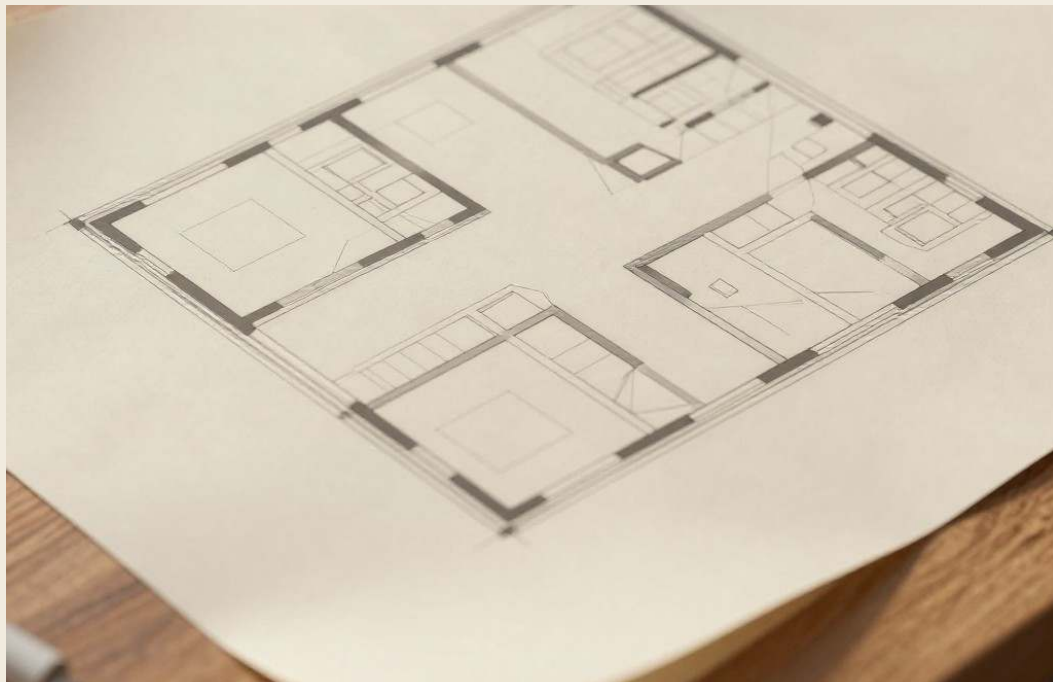
При $k = 1$ фигуры совпадают по размеру и форме. В этом случае их можно считать равными: соответствующие стороны одинаковы, а соответствующие углы тоже равны.

04

Проверка подобия треугольников

Последовательность действий при решении задач на подобие

Подобие вокруг нас



План здания на листе

Архитектор рисует дом не в натуральную величину, а в уменьшенном виде. Форма остаётся той же, поэтому по плану можно точно представить комнаты, окна и расстояния между стенами.

01



Карта города и дорога

На карте улицы и площади выглядят намного меньше, чем в реальности, но сохраняют взаимное расположение. Благодаря подобию можно быстро понять, как далеко находятся нужные места и как к ним добраться.

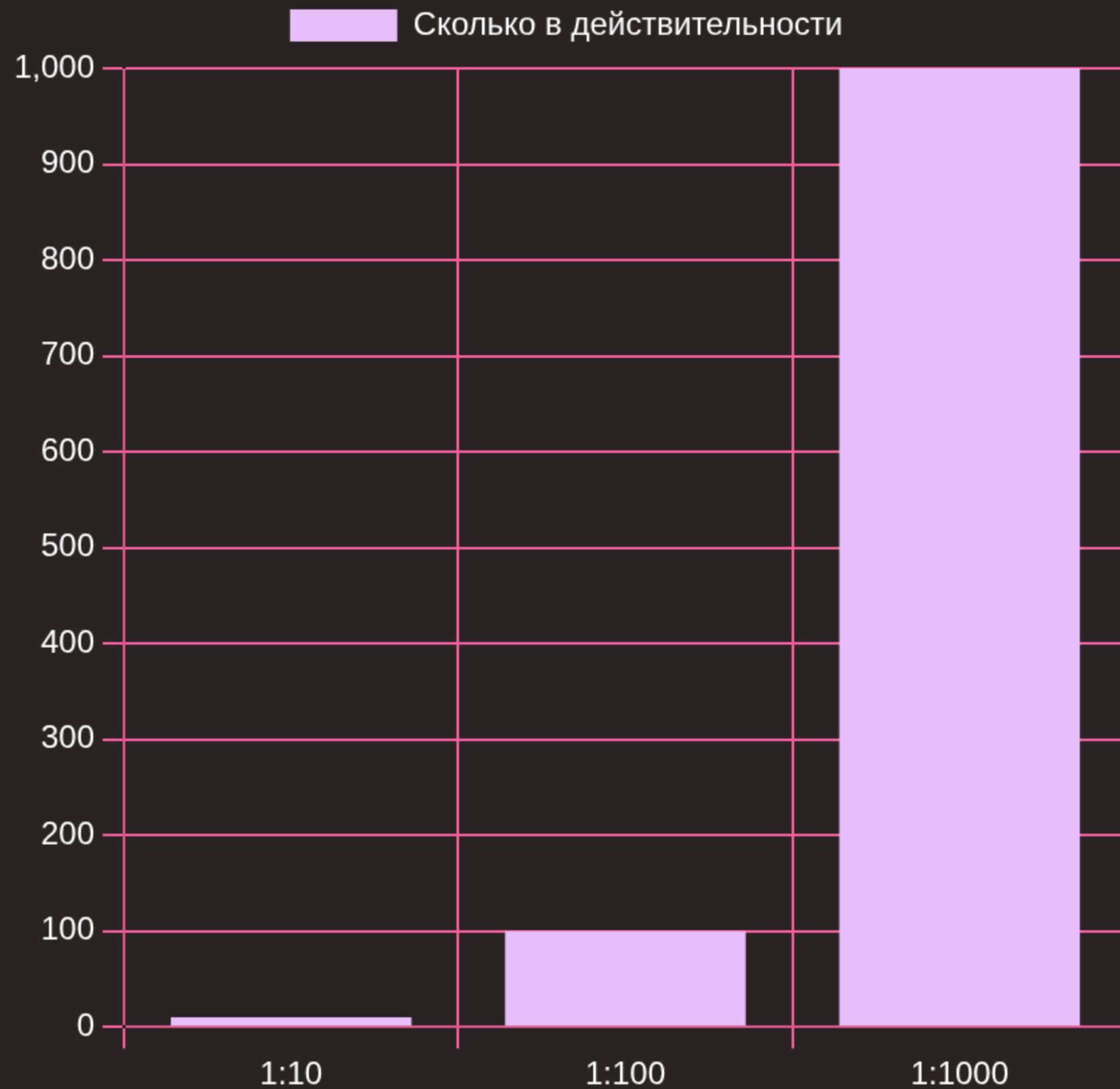
02



Модель самолёта

Уменьшенная модель самолёта повторяет очертания настоящей машины, хотя размеры другие. По такой копии удобно изучать форму корпуса, не работая с огромным объектом и не тратя лишние ресурсы.

03



Масштаб и реальные размеры

Масштаб помогает переводить сантиметры на чертеже в реальные расстояния, не измеряя объект напрямую.

Чем больше знаменатель масштаба, тем сильнее уменьшено изображение и тем крупнее объект в действительности.

Периметры и площади подобных фигур

Периметр меняется вместе с длиной

У подобных фигур все стороны изменяются в одинаковое число раз, поэтому и периметр меняется по тому же правилу. Если коэффициент подобия равен k , то периметр тоже умножается на k .

Пример с увеличением

Если стороны фигуры увеличили в 2 раза, то каждая сторона стала вдвое длиннее. Периметр также вырос в 2 раза, а площадь — уже в 4 раза, потому что увеличились и длина, и ширина.

Площадь растёт быстрее

Площадь зависит не от одной стороны, а от двух измерений сразу. Поэтому при увеличении фигуры в k раз площадь становится в k^2 раз больше, а при уменьшении — уменьшается сильнее.

Пример с уменьшением

При уменьшении сторон в 3 раза периметр уменьшается в 3 раза, а площадь — в 9 раз. Это показывает, что площадь реагирует на масштаб заметно сильнее, чем длина или периметр.

Сравнение длины, периметра и площади

Соотношения для подобных фигур при разных коэффициентах подобия.

Периметр изменяется так же, как длина стороны, а площадь всегда меняется быстрее, потому что зависит от квадрата коэффициента подобия.

k	Стороны	Периметр	Площадь
2	×2	×2	×4
3	×3	×3	×9
$\frac{1}{2}$	÷2	÷2	÷4

Правила подобия фигур и формулы изменения периметра и площади

Высота предмета по тени



Два треугольника под солнцем

Человек и дерево отбрасывают тени при одном и том же положении Солнца. Поэтому угол падения лучей одинаков, а значит, получаются два подобных треугольника. По известному росту человека и длине его тени можно найти высоту дерева.



Пропорция вместо подъёма на высоту

Чтобы измерить недоступный объект, не нужно взбираться на него или использовать сложные приборы. Достаточно сравнить тень объекта с тенью предмета известной высоты и составить пропорцию между соответствующими сторонами треугольников.

Решение задач на подобие по пропорции

Последовательность действий помогает не перепутать соответствующие стороны и получить верный ответ.

Подобие и окружность

Вписанные треугольники

В окружности часто появляются треугольники, у которых можно сравнить углы и стороны. Если найти равные углы, то легко установить подобие и использовать его для вычисления неизвестных отрезков внутри фигуры.

01

Роль радиусов

У одной окружности все радиусы равны, поэтому они удобно служат опорой для составления пропорций. В задачах с центром окружности радиусы помогают связать хорды, дуги и углы в единую схему.

02

Касательные и хорды

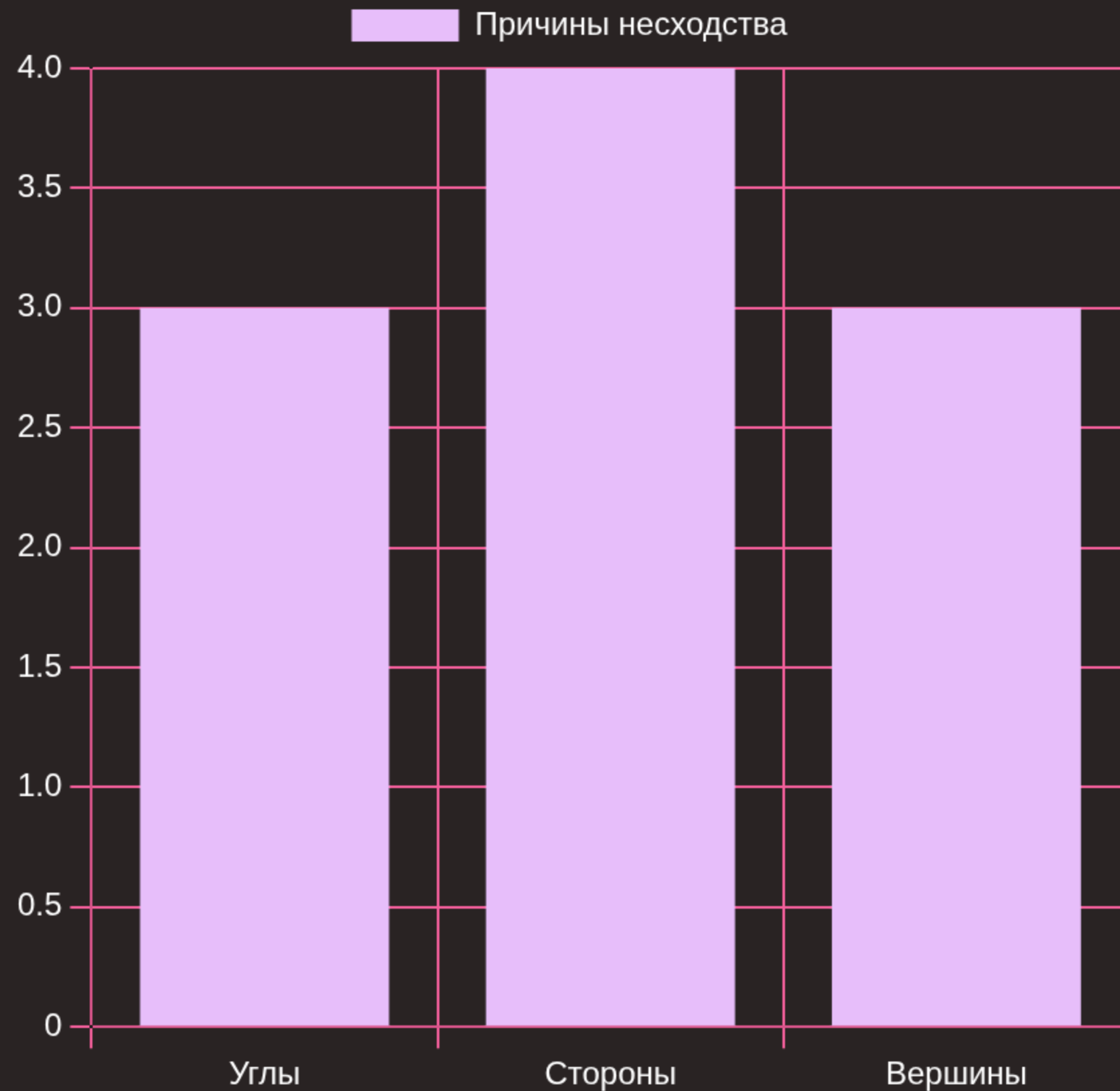
Касательная к окружности образует полезные углы с хордой и радиусом. Эти связи позволяют находить отношения отрезков без прямого измерения, если правильно определить соответствующие элементы фигур.

03

Углы в окружности

Центральные и вписанные углы часто дают одинаковые или связанные значения. Именно поэтому подобие становится удобным инструментом: оно переводит свойства окружности в пропорции, которые легко вычислить.

04



Когда фигуры не подобны

Даже внешне похожие фигуры могут не быть подобными, если хотя бы одна пара элементов не совпадает. Особенно важно проверять порядок вершин при записи.

Наиболее частая проблема — неверные пропорции сторон, но любая из трёх ошибок разрушает подобие. Проверка углов и соответствия вершин обязательна.

Свод правил о признаках подобия треугольников и типичных ошибках при решении задач

История понятия подобия

Евклид и «Начала»

Евклид систематизировал понятие подобия и связал его с пропорциями. Его изложение стало основой для дальнейшего изучения фигур и их свойств в школьной геометрии.

Современные технологии

Сегодня подобие нужно в инженерии, компьютерной графике и проектировании уменьшенных копий. Оно по-прежнему помогает работать с масштабом, сохраняя точную форму объекта.

Античная геометрия

Идея подобия появилась в ранней геометрии как способ сравнивать фигуры одинаковой формы, но разного размера. Уже тогда было важно понимать отношения сторон и углов.

Практические применения

Позже подобие стали активно использовать в картографии, архитектурном черчении, оптике и при создании моделей. Оно помогало переносить реальные объекты на планы и схемы.

Типичные ошибки при работе с подобием

Ошибка	К чему ведёт	Как избежать
Путаница вершин	Неверные стороны	Сопоставить пары
Не тот признак	Ложный вывод	Проверить условие
Разный порядок	Сбитая пропорция	Записать одинаково
k вместо k^2	Ошибка в площади	Помнить правило

Ошибки возникают чаще всего на этапе сопоставления элементов и составления пропорции.

Сначала нужно установить соответствие элементов, затем выбрать признак подобия и только после этого выполнять вычисления. Это снижает риск ошибок в ответе.

Типичные ошибки при решении задач на подобие в школьной геометрии

Что нужно запомнить о подобии

Форма сохраняется

Подобные фигуры имеют одинаковую форму, но могут отличаться размером. Если фигура увеличена или уменьшена, её углы остаются равными, а общий вид не меняется.

01

Стороны пропорциональны

У подобных фигур соответствующие стороны связаны одной и той же пропорцией. Это означает, что для любой пары таких сторон отношение будет одинаковым.

02

Один коэффициент

Коэффициент подобия показывает, во сколько раз изменились стороны одной фигуры по сравнению с другой. Он один и тот же для всех соответствующих сторон.

03

Периметр и площадь

Периметр меняется как k , потому что связан с длиной сторон. Площадь меняется как k^2 , поэтому при изменении масштаба она растёт или уменьшается заметно сильнее.

04

Где это используется

Правила подобия помогают не только в задачах по геометрии, но и в реальных измерениях, чертежах, планах, моделях и схемах, где важна точность масштаба.

05

Подобие помогает понимать, как связаны форма, размер и масштаб. Оно позволяет решать задачи на стороны, периметры и площади, а также применять геометрию к реальным измерениям и моделям.

Итоги: подобие
как язык пропорций