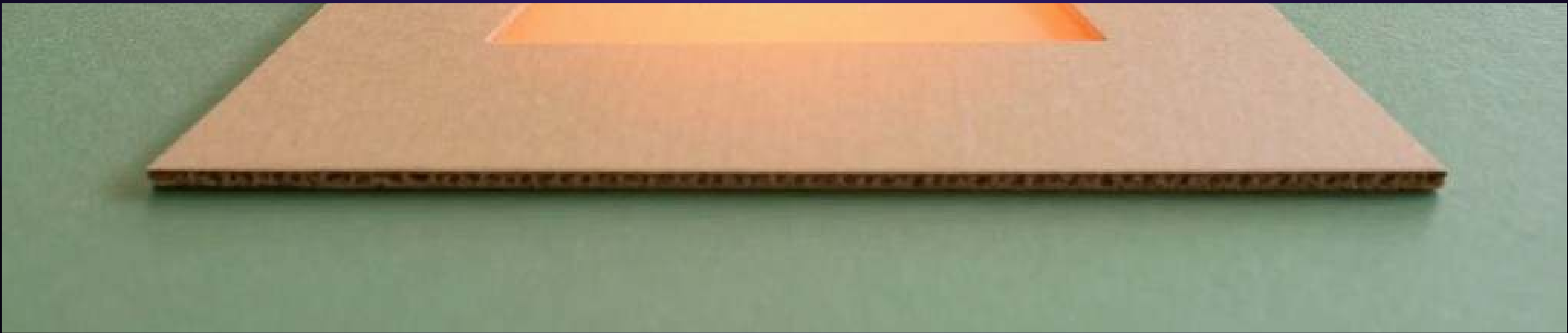




Теорема о площади треугольника: формула, смысл и применение

Площадь треугольника выражает, «сколько места»
занимает фигура на плоскости.

Где используется площадь треугольника и почему это важно

/2



Треугольники встречаются в чертежах, строительных конструкциях и картах. Площадь помогает сравнивать фигуры, находить размеры деталей и разбирать сложные формы на простые. Формула опирается на площадь прямоугольника и экономит время в решении задач.

Площадь показывает, сколько места занимает фигура на плоскости. Единицы всегда квадратные: мм^2 , см^2 , дм^2 , м^2 , км^2 . Для треугольника результат — положительное число.

1/2

В треугольнике площадь получается ровно вдвое меньше, чем у соответствующего прямоугольника.

Формула площади $S = 1/2 \cdot a \cdot h$ (школьная геометрия, 9 класс).

Основание и высота треугольника

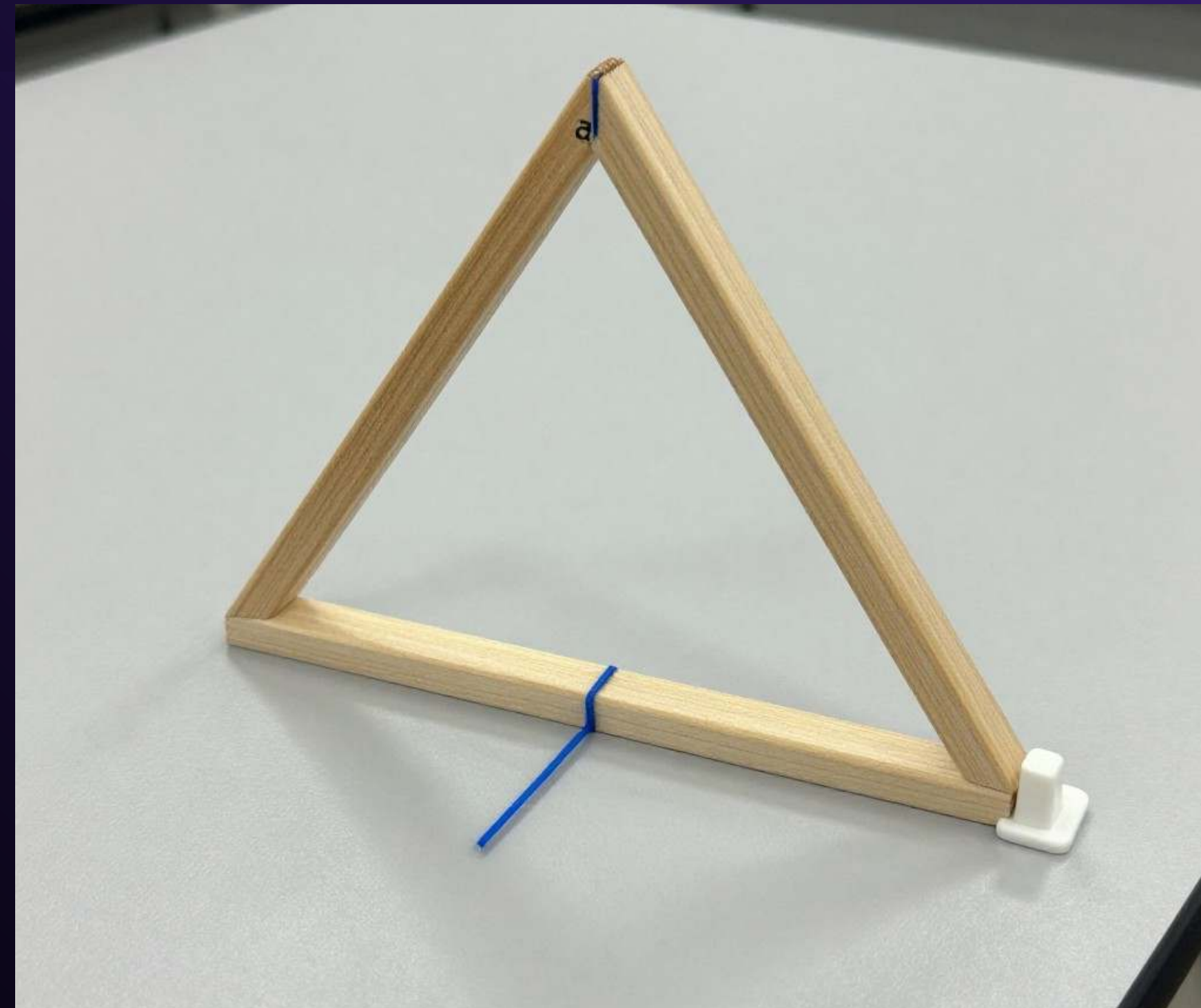
/4

Что считать основанием

Основание треугольника — любая его сторона, выбранная для вычисления площади. К ней привязывается высота, поэтому от правильного выбора основания зависит весь результат. Перпендикуляр к основанию — ключ к формуле.

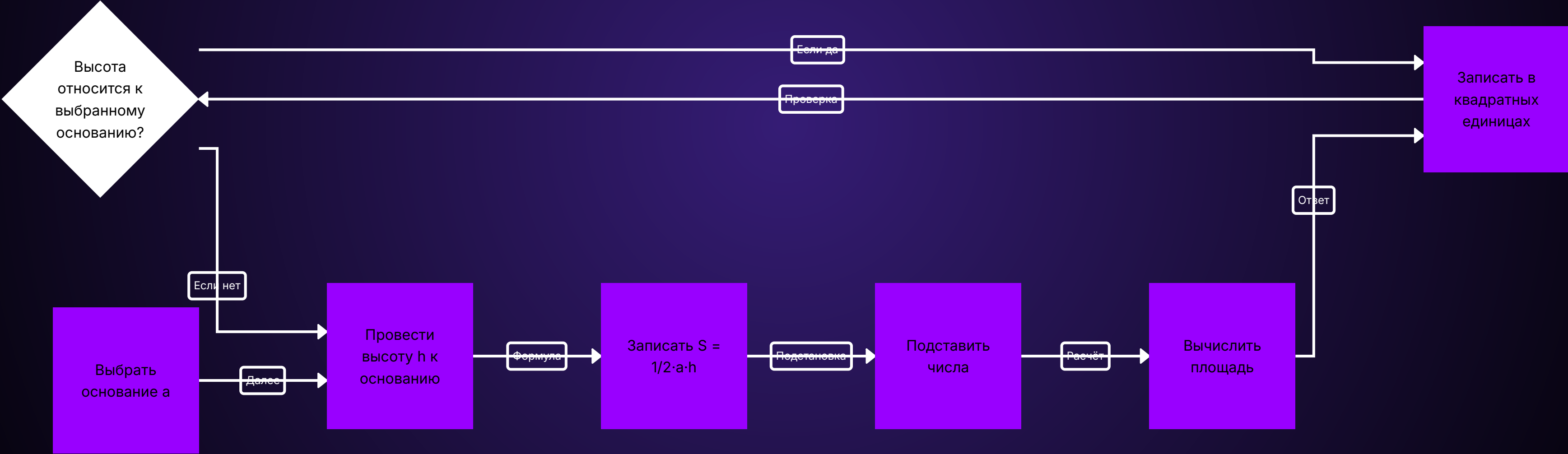
Как понять высоту

Высота — это перпендикуляр, опущенный из противоположной вершины на прямую, содержащую основание. Она может находиться внутри треугольника, совпадать с его стороной в прямоугольном треугольнике или выходить за пределы в тупоугольном. На схеме важны обозначения a и h и знак прямого угла.



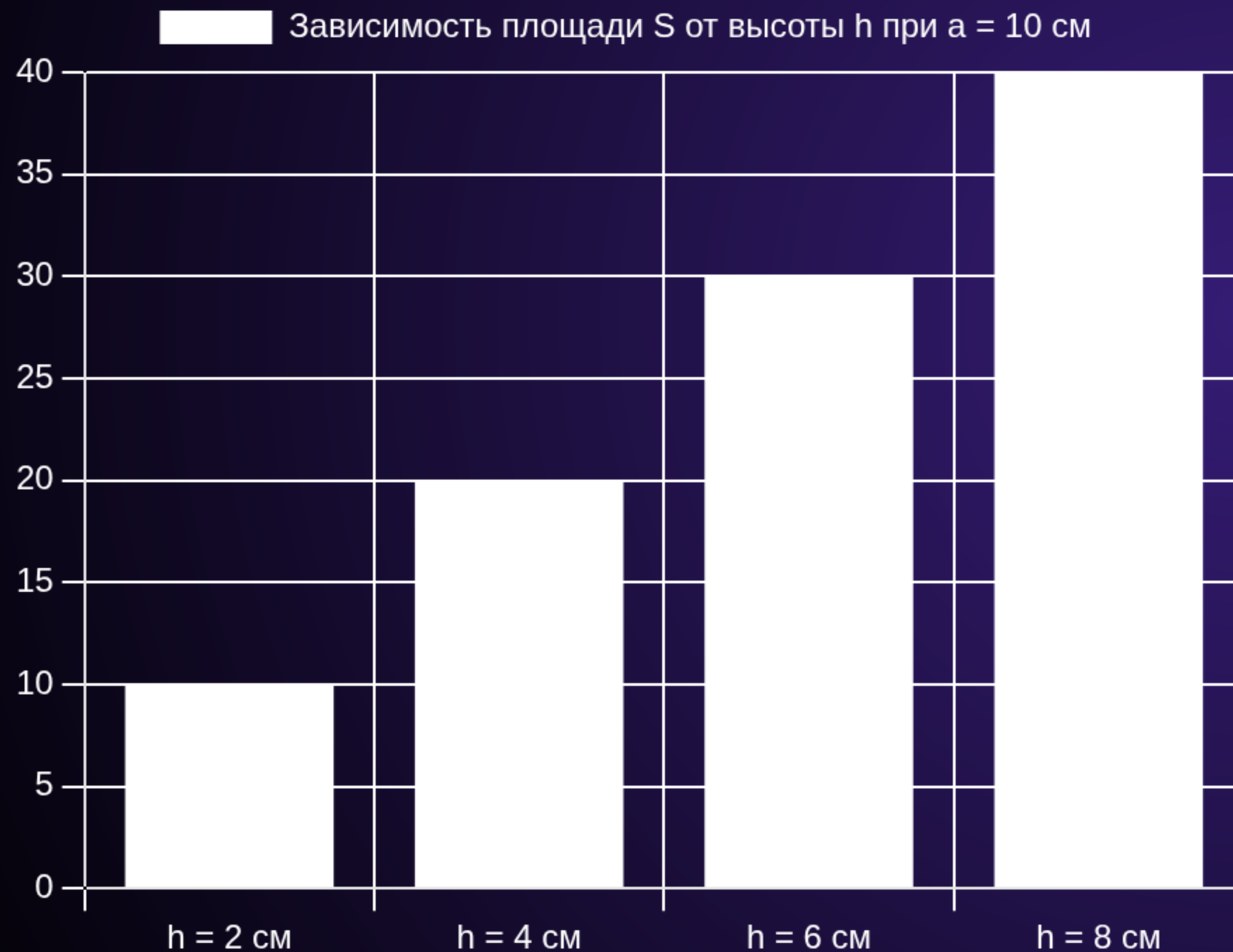
Алгоритм нахождения площади по основанию и высоте

Пошаговая логика вычислений по формуле $S = 1/2 \cdot a \cdot h$



Как меняется площадь при одном и том же основании

/6



При $a = 10$ см площадь равна $1/2 \cdot 10 \cdot h$, поэтому значение S напрямую зависит от h .

Данные показывают прямую пропорциональность: высота увеличилась в 2 раза — площадь тоже увеличилась в 2 раза.

Расчёт по формуле $S = 1/2 \cdot a \cdot h$, $a = 10$ см.

Теорема о площади треугольника

/7

01

Площадь любого треугольника равна половине произведения основания на высоту, проведённую к этому основанию. Формула записывается как $S = 1/2 \cdot a \cdot h$ — удобно и универсально.

02

Важно, что высота должна быть именно к выбранному основанию: перпендикуляр опускают на прямую, содержащую сторону a . Тогда получается корректная площадь, даже если треугольник «наклонён».

03

Теорема работает для остроугольных, прямоугольных и тупоугольных треугольников. В каждом случае нужно лишь правильно провести высоту, а не «угадывать» геометрию на глаз.

04

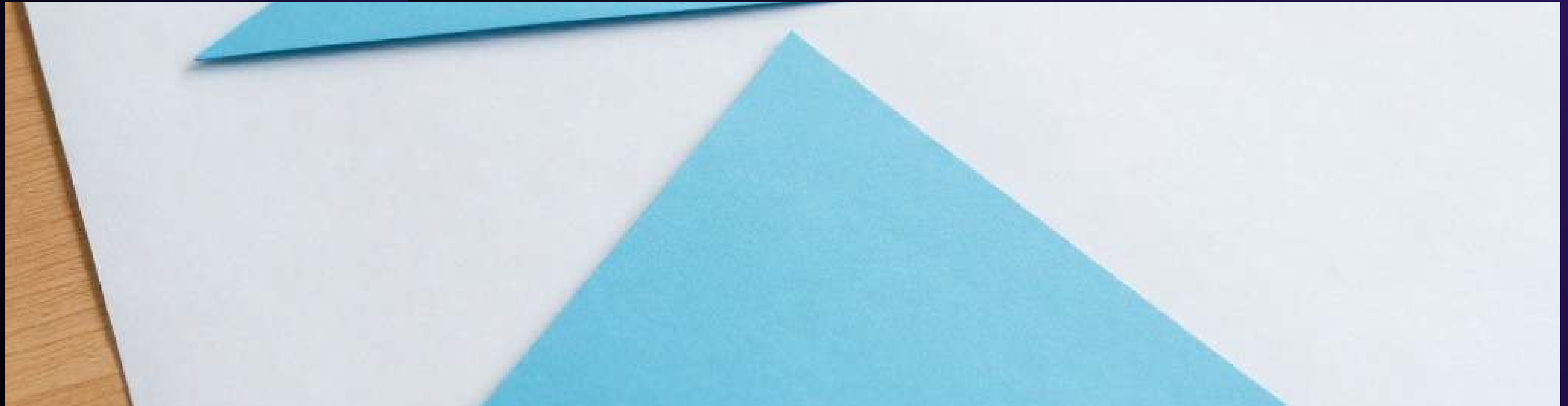
Форма треугольника может быть разной, но формула остаётся той же. Это позволяет решать задачи разными способами, опираясь на основание и высоту.

Почему в формуле появляется коэффициент $1/2$

/8

Если два одинаковых треугольника сложить так, чтобы их основания и высоты совпали, получится параллелограмм. Тогда его площадь равна $a \cdot h$, потому что это базовая формула для параллелограмма.

А каждый из двух треугольников занимает ровно половину параллелограмма. Значит, площадь одного треугольника равна $(a \cdot h)/2$, то есть $S = 1/2 \cdot a \cdot h$. Коэффициент $1/2$ — не случайность.



Примеры вычисления площади треугольника

/9

Треугольник	a	h	s
1	8 см	5 см	20 см ²
2	12 см	4 см	24 см ²
3	10 м	3 м	15 м ²

Формула $S = 1/2 \cdot a \cdot h$.

Сравните три случая: разные основания и высоты, а формула одна и та же.

Площадь получается в квадратных единицах и получается всегда положительной, если берутся реальные длины a и h .

Площадь прямоугольного треугольника

/10

01

У прямоугольного треугольника катеты взаимно перпендикулярны, поэтому один катет можно выбрать основанием, а другой — высотой. При таком выборе перпендикуляр находится автоматически.

Отсюда площадь удобно считать по формуле $S = 1/2 \cdot ab$, где a и b — катеты. Это особенно полезно, когда прямой угол сразу виден на рисунке или треугольник задан на клетчатой бумаге.

02

03

Если в задаче даны длины катетов, высоту специально искать не нужно. Достаточно правильно подставить a и b , а затем записать ответ в квадратных единицах.

Площадь по двум сторонам и углу между ними

/11

01 Даны две стороны и угол

Если известны стороны a и b и угол C между ними, высоту можно не искать отдельно. Тогда площадь выражают через синус угла, связывая его с перпендикулярным расстоянием до основания.

Используется формула с синусом

02

Применяют $S = 1/2 \cdot a \cdot b \cdot \sin C$. Часть $\sin C$ в этой формуле показывает, какая доля стороны b «работает» как высота относительно стороны a при данном угле.

03 Когда формула особенно удобна

Формула удобна, когда высоту провести трудно или она не дана. Для 9 класса она расширяет методы: площадь находят не только по основанию и высоте, но и по сторонам и углу.

Какие данные нужны для разных формул площади

/12

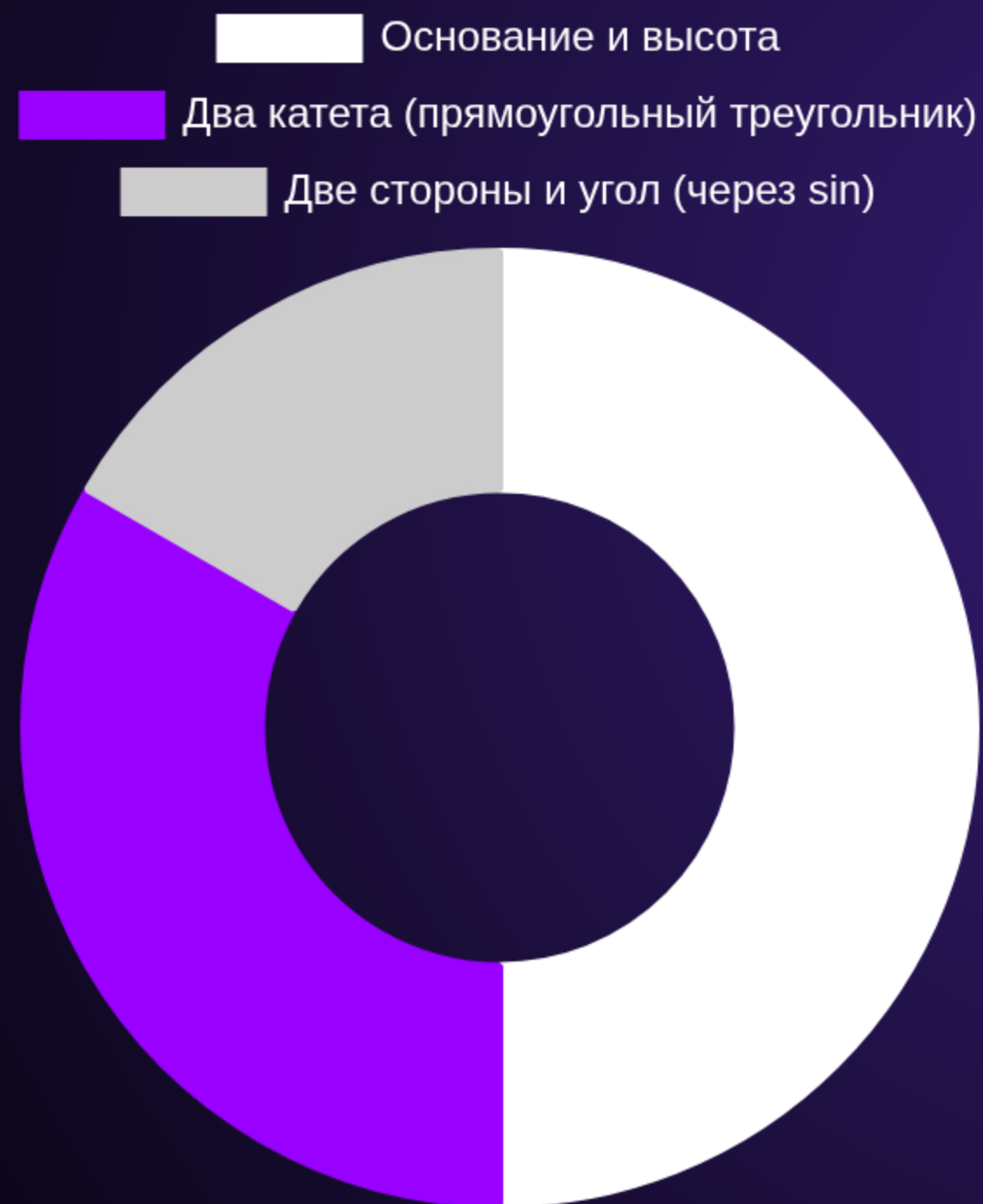


Диаграмма показывает, какие формулы чаще оказываются «под рукой» в школьных задачах, а не точные доли встречаемости. Синус требует умения работать с тригонометрией.

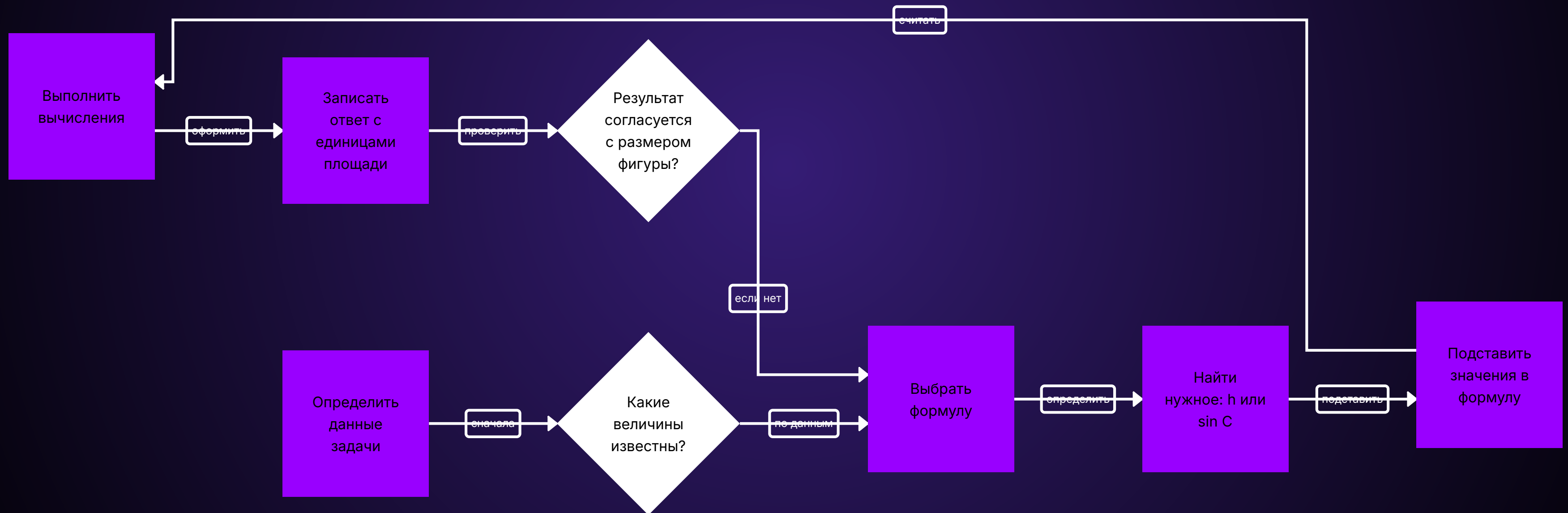
Чем проще геометрическая конструкция (перпендикуляр), тем универсальнее формула. В треугольниках с прямым углом катеты дают самый быстрый путь, а формула с $\sin$ — более редкий вариант.

Учебная классификация способов (условные баллы удобства для школьных задач), без статистических измерений

Алгоритм подбора формулы для площади треугольника

/13

Логика выбора: какие данные даны и что удобнее найти.

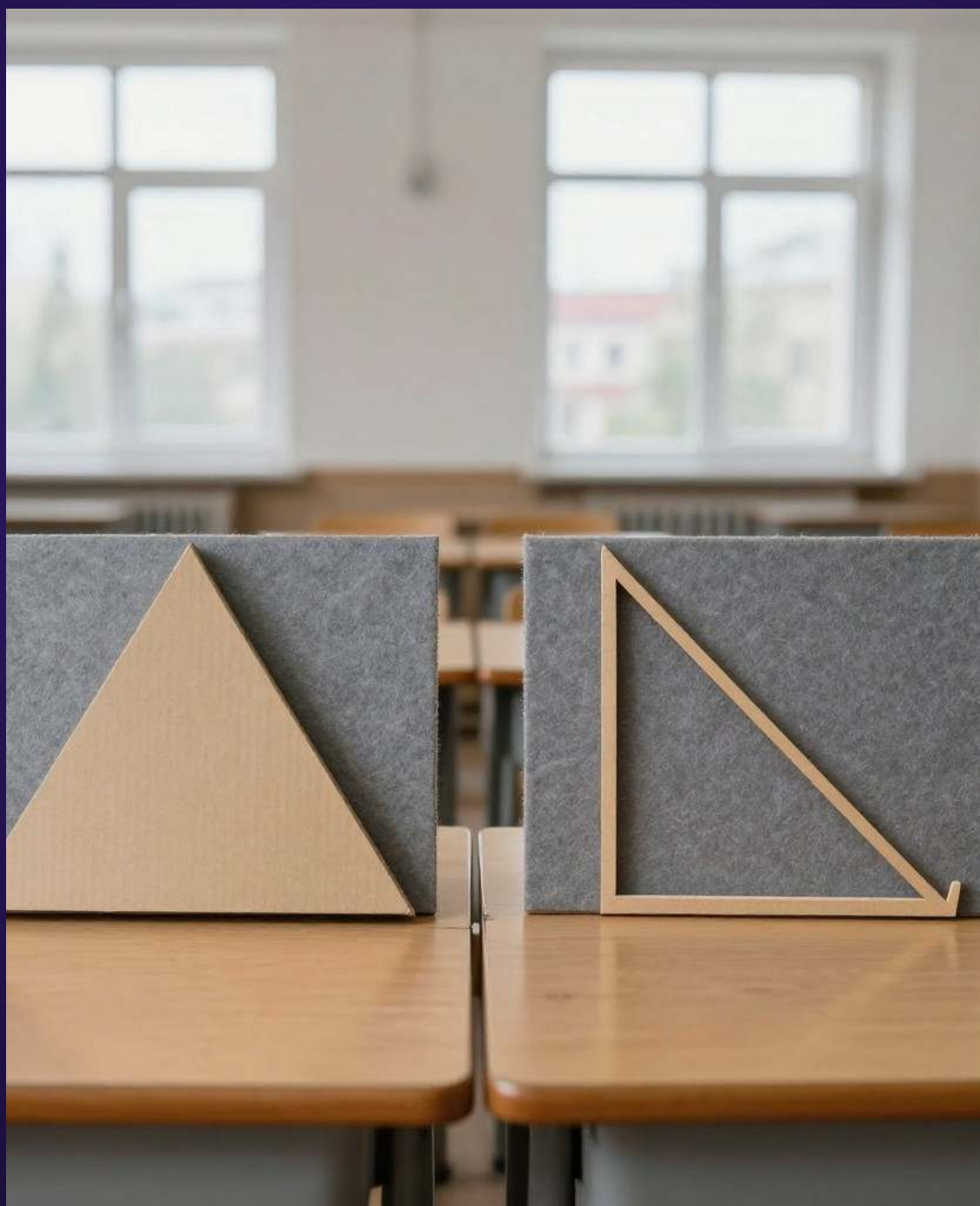


Типичные ошибки при вычислении площади

/14

Часто путают высоту и боковую сторону: высота всегда перпендикулярна основанию. Из-за этого берут не тот отрезок, и площадь получается неверной даже при правильных вычислениях.

01



Ещё одна ошибка — забыть деление на 2 в формуле $S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h$. Также ученики иногда записывают ответ без квадратных единиц площади, хотя для площади это обязательно.

02

Проверка единиц измерения и здравого смысла ответа

Ситуация	Ожидаемая единица	Быстрая проверка
Стороны в см	Площадь в см ²	Число неотрицательно
Стороны в м	Площадь в м ²	Увеличили h → S растёт
Данные смешаны	Нужен перевод	Единицы приводят к одному виду

Перед финальным ответом проверьте единицы и типичное поведение площади: она неотрицательна и растёт при увеличении основания или высоты.

Если единицы «не квадраты», ответ почти наверняка неверен. Логическая проверка показывает направление изменения площади при росте основания или высоты.

Источник: свойства площади как положительной величины и формула $S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h$

Треугольники на клетчатой бумаге

/16

На клетчатой бумаге удобно выделять основание и высоту, опуская перпендикуляр к прямой, на которой лежит основание. Тогда площадь считают по формуле так же, как и в обычных задачах.

01

Клетка помогает визуально контролировать размеры: её можно использовать как единицу длины. После нахождения S получают число в «квадратах клеток», а затем переводят в см^2 или м^2 по масштабу.

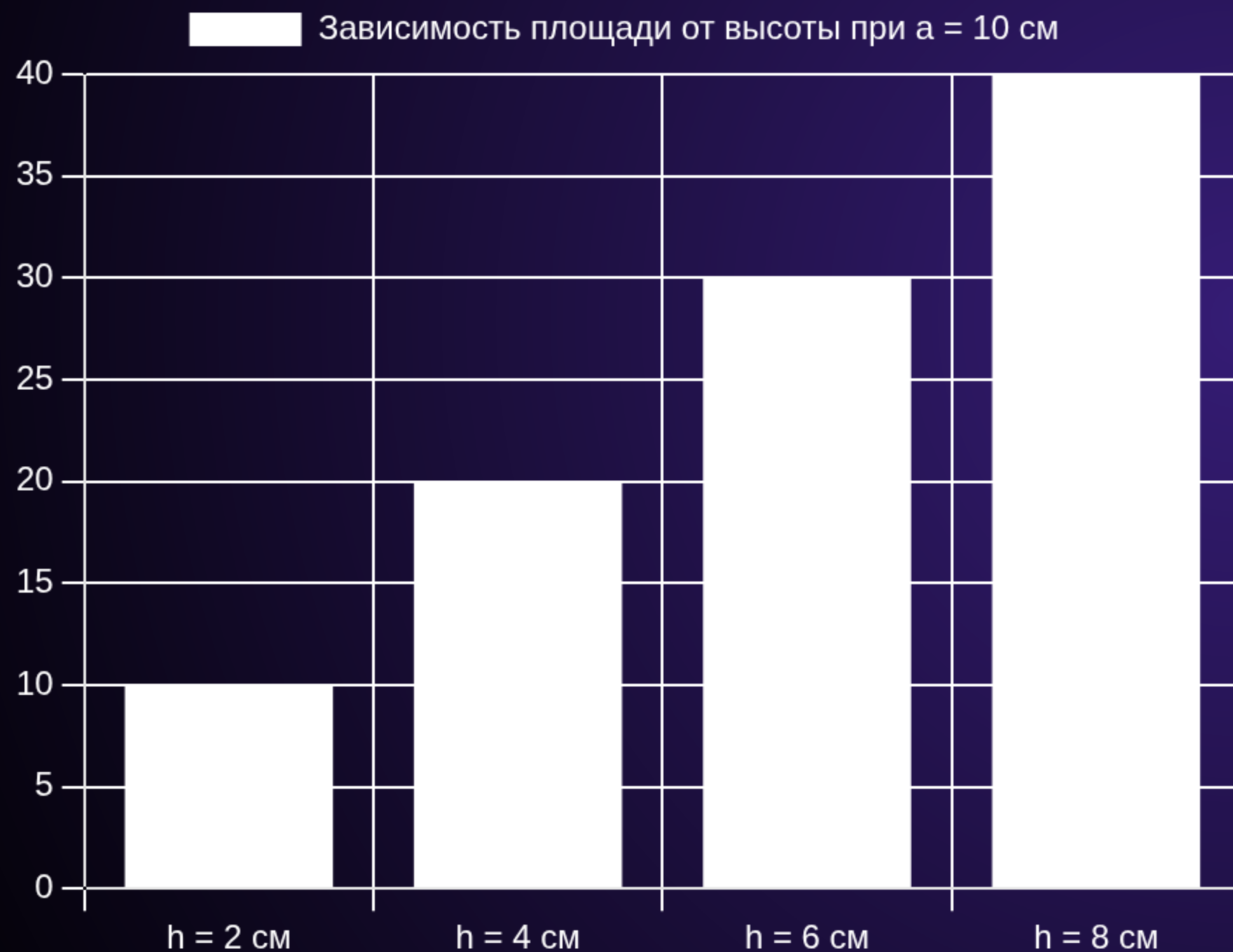
02

Такой подход особенно хорош для самопроверки: если результат «не в ту сторону» или выходит слишком большим для заданного рисунка, значит, высота выбрана неправильно или допущена ошибка в вычислениях.

03

Как меняется площадь при изменении высоты

/17



В этой подборке основание фиксировано: $a = 10$ см. По формуле $S = 1/2 \cdot a \cdot h$ площадь изменяется строго пропорционально высоте.

Если высота увеличивается в 2 раза, площадь тоже увеличивается в 2 раза. Это соответствует прямой пропорциональности $S \sim h$ при постоянном основании.

Учебный набор значений: $a = 10$ см, $h = 2, 4, 6, 8$ см; $S = 10, 20, 30, 40$ см²

Связь площади треугольника с другими фигурами

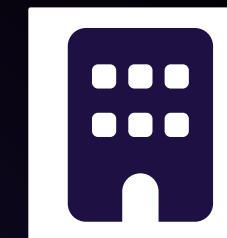
/18

Разбиение сложной фигуры



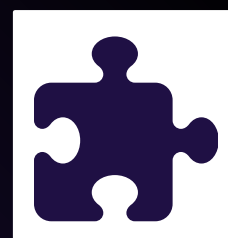
Многие многоугольники удобно разбивать на несколько треугольников. Затем находят площади треугольников и складывают, получая общую площадь всей фигуры.

Задачи на планы и черчение



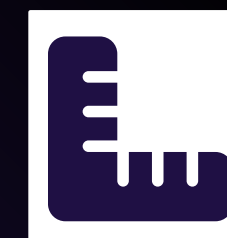
В черчении и при работе с планами помещений треугольники часто получаются естественно при разметке. Это позволяет вычислять площадь участков, когда прямые формулы для многоугольников сложны.

Треугольник как базовая часть



Треугольник — один из самых «строительных» элементов геометрии. Он помогает сводить разные формы к простым вычислениям по основанию и высоте.

Измерение по частям



Если размеры фигуры неудобно измерять сразу, разделение на треугольники даёт рабочий маршрут: измерить несколько отрезков, найти площади частей и сложить результат.

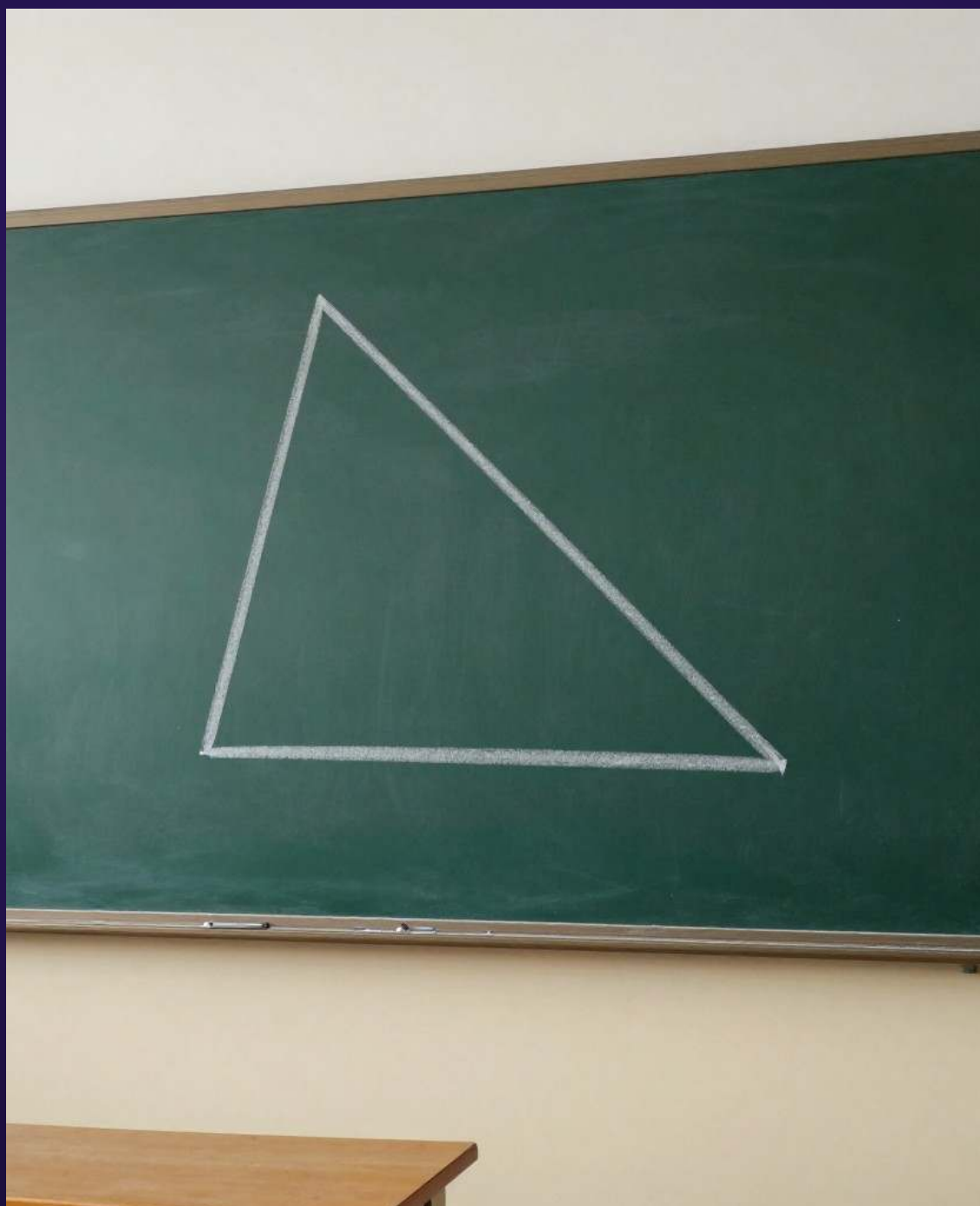
Краткий вывод по теореме

/19

Главная формула

Площадь треугольника равна половине произведения основания на высоту, проведённую к этому основанию. Запись $S = 1/2 \cdot a \cdot h$ подходит для любого треугольника: остроугольного, прямоугольного и тупоугольного.

01



Что важно отметить на чертеже

На схеме обязательно показывают основание, высоту и прямой угол между ними. Именно эти элементы помогают правильно выбрать перпендикуляр и избежать ошибок при подстановке в формулу.

02

Итог темы: как применять теорему о площади треугольника

Теорема о площади треугольника связывает фигуру с прямоугольником и даёт универсальную формулу $S = 1/2 \cdot a \cdot h$. Для задач выбирайте основание, находите соответствующую высоту и записывайте ответ в квадратных единицах, проверяя здравый смысл.